

The Right Honourable
Archibald Earl *of Eglinton*

20/-
1656/C


J. G. Seiller ſculps.

DAVIDIS GREGORII

M. D. ASTRONOMIÆ PROFESSORIS SAVILIANI
OXONIÆ, ET REGALIS SOCIETATIS
LONDINENSIS SODALIS

ASTRONOMIÆ
PHYSICÆ & GEOMETRICÆ
ELEMENTA.

Secunda Editio reviſa & correcta.

ACCESSERUNT

Præfatio Editoris; Cometographia HALLEIANA *in modum Appendicis; brevis ad Calcem Horologiorum Sciotericorum tractatus & duplex Index, primus Sectionum & Propoſitionum, alter Rerum & Verborum copioſus.*

TOMUS PRIMUS.



GENEVÆ,
Apud MARCUM-MICHAELEM BOUSQUET & SOCIOS.

M. DCC. XXVI.

WELLCOME
HISTORICAL
MEDICAL
LIBRARY


LUDOVICUS DUX AURELIANENSIUM.
Car. Coypel pinx.
P. Drevet sculp.



SERENISSIMO PRINCIPI
LUDOVICC
AURELIANENSIUM DUCI.

SERENISSIME PRINCEPS,

Ea eſt NOMINIS TUI MAJESTAS, *ut non temerè debeat in*

† *cu-*

cujuslibet Operis Tutelam vocari, nec deceat ſub Auſpiciis tuis prodire quidquam, niſi quod ſit re ipsâ præſtantiſſimum; neque neſciesus tamen, Comitas illa atque Humanitas, quæ PATRIS TUI veluti propriæ virtutes fuerunt, quàm cumulatè nunc à TE feliciterque repræſententur: quin & perſuaſum eſt nobis, ſi fortè ad res tenuioris pretii, AUGUSTAM NOMINIS TUI AUTORITATEM invocemus, TE ultro precantibus (quæ TUA eſt ad Benefaciendum propenſio) Conceſſurum: id

ratum

ratum ſcilicet tantò certius ad Gloriam ſolere Principes aſcendere, quanto Libentius ex ipſo Gloriæ faſtigio videntur Clementiâ ſuâ & Benignitate deſcendere.

At verò, niſi nos fortaſſe nimius Operis ſuſcepti amor decipit, hoc ſpondemus audacter, quod TIBI *munus Conſecratum hodie cupimus, digniſſimum eſſe cui faveas: utque Libro huic noſtro maximæ gloriæ futurum eſt, quod* NOMINE TUO, *populis omnibus venerando atque caro, inſignitus prodeat, ſic* TIBI *non minimæ*

Laudi fore, quod Libri in Orbe Litterato celebratiſſimi Patronus per omnem latè Europam publico Monumento declareris.

Autorem habet Gregorium, quem ſuum Britannia Caſſinium, aut Varinonem, appellare jure poſſit. Qui quidem Matheſeos Rerumque Phyſicarum intelligentiâ ſic inclaruit, ut Eum Eruditæ Gentes non modò lugere mortuum, ſed etiam natum invidere quodam modo Britanniæ poſſint; Quando Imperiorum ut Præſidium ſunt Egregii Bellatores, ita ſunt Eximii

mii

mii Scriptores Decus & Ornamentum.

Hanc autem Gregorii, quam ſuſcepimus Editionem, pulcherrimam ſanè atque locupletiſſimam, Doctis profectò Germanis, apud quos acrius, quàm ubicunque Terrarum, ſtudia Matheſeos vigent, animo deſtinavimus. Porrò Qui poteſt iis acceptior Liber eſſe, quàm qui Nomen & Effigiem præferat ejuſmodi PRINCIPIS, *quem non minus ament, colant, ſuſpiciant, quam ipſe à ſuis Gallis (quo quid amplius dici queat?) amatur, colitur, ſuſpicitur.*

Sic eſt, SERENISSIME PRINCEPS; non ſoli Galliæ tuæ ſpectata tua Virtus eſt: novit & Germania, quàm ſincerâ Fide, quàm non fucatâ Pietate, Divina Chriſtianæ Religionis Effata proſequi, ejuſque Sanctiſſima Myſteria conſueveris ab ineunte ætate revereri. Novit quàm Sapientem TE, quàm Prudentem ſuprema negotia comprobent; quàm Clementem, quàmque ſui amantem Populus ſentiat. Novit inprimis quàm non violabili amoris fœdere devinctum TE habeat AUGUSTISSIMA

CON-

DEDICATIO.

CONJUX, quam ipſa TIBI Germanica Tellus Sinu ſuo, Sanguine Nobiliſſimam, Ingenio Locupletiſſimam, Virtutibus Spectatiſſimam, aluit atque educavit: grateſque habet Deo Immortales, quod felix Conjugium, ſuis initum auſpiciis, munere, quàm potuit eſſe ampliſſimo, donare properavit, Filio ſcilicet, quem tum Paternæ, tum Maternæ Virtutis Hæredem aliquando fore & optamus & ſperamus.

At TU, SERENISSIME PRINCEPS, munus hoc quale-

cum-

cumque noſtrum, Bonus accipe, neque magis munus hoc dixeris Tuum, quàm ipſos offerentium animos, quos quamdiu vivent, Tempus omne comprobabit,

CELSITUDINIS TUÆ

Genevæ die 1ª. *April.* 1726.

Cultores Obſervantiſſimos, Studioſiſſimos, addictiſſimos,

MARCUM-MICHAELEM BOUSQUET & SOCIOS, GENEVENSES Bibliopolas.

PRÆFATIO
AUCTORIS.

LIbrum hunc eo conſilio publicum feci, ut illa, quam ſubodoratus eſt ſagaciſſimus *Keplerus*, quamque Geometrarum Princeps *Iſaacus Nevvtonus* ad eum, quem omnes ſuſpiciunt, apicem perduxit, Phyſica Cœleſtis, meis etiam curis illuſtrata, Philoſophiæ & Aſtronomiæ ſtudioſis paulo facilius innoteſceret. Satis indicat ipſe operis hujuſce titulus omiſſam eſſe hic omnem Aſtronomiam Arithmeticam ſive calculatoriam, poſthac forte ſuo loco proferendam: Phyſicam vero à laudatis modo Authoribus depromptam Aſtronomiæ debite, ubi conveniebat, immiſcui; pleraque Geometrica vel aliunde repetita & citata, vel in Lemmatibus demonſtrata exhibui; & ita quid in quavis Sectione præſtitum ſit in ipſius vel titulo vel præfatione expoſui, ut qui in reconditiori Geometria minus verſati, aut de Phyſica parum ſolliciti ſunt, poſſint ea præterire, & ſolam Aſtronomiam ab iis diſtinctam evolvere.

Eſt autem Aſtronomia Phyſica inter diſquiſitiones

naturales non tantum dignitate, ſed & ordine prima, quippe facillima. Sol enim & Planetæ tam immenſa diſtantiâ à ſe invicem ſeparantur, ut vires pleraſque, quibus corpora in ſe mutuo agunt, minime poſſint ad tantum intervallum exercere; adeoque his præter univerſalem Gravitatis vim alia nulla, quâ ſe invicem afficere valeant, virtus ſuperſit: At in illis, quæcunque apud Terram occurrunt, Phænomenis exerunt ſeſe aliæ innumeræ virtutes, quas quidem difficillimum eſt diſtinguere; quas tamen niſi probe diſtinguimus, fruſtra aliquod naturæ examen inſtituimus. Erit itaque quodvis problema in Terreſtri Phyſica valde operoſum & perplexum, in Cœleſti vero longè ſimplicius faciliuſque; quanquam etiam & in hac, pro varia corporum Cœleſtium diſtantia & magnitudine, varia ſint difficultatum momenta. Fixæ enim inter ſe tam immane diſtant, ut nihil omnino in ſe mutuo agant, quod à nobis Terricolis obſervari queat. Planetæ primarii tantum à ſe mutuo removentur, ut aliquam quidem in ſe invicem vim & effectum habeant, qualis tamen à nobis non niſi poſt multorum annorum obſervationem percipi poſſit. Planetæ ſecundarii non ita aut à primariis ſuis, aut à Sole diſtant (reſpectu habito ad quantitatem materiæ quæ

in

in his eſt) quin utriuſque virtutem ſatis notabilem ſentiant, unde orta eſt multiplex eorum inæqualitas; qualis eſt quæ in Luna noſtra manifeſte ſe prodit, quæ tamen quaſi nulla eſt, ſi cum inæqualitate Terreſtrium, quæ corporum undique prementium viribus tam innumeris tamque variis agitata ſunt, conferatur. Adeo ut infeliciter naturali ſcientiæ incumbere videantur, qui hanc Aſtronomiæ partem prætereunt, unde præcipuæ & ſimpliciſſimæ Naturæ leges ſunt hauriendæ.

Ne cui vero Phyſica hîc tradita, quaſi novum aliquid & inſolens in Aſtronomia videatur, eandem vetuſtiſſimis Philoſophis notam, ab iiſque ſedulo excultam eſſe oſtendam. Quo in argumento diutius paulo morabor, quia nihil neceſſe erit plura præfari, aut de operis hujus ordine, qui ex Indice ſatis conſtat, aut de Aſtronomiæ uſu, dignitate, hiſtoria, progreſſu, aut etiam de vero hoc Mundi Syſtemate *Pythagoræ* aliiſque Veteribus probato; quæ omnia ab Aſtronomiæ Scriptoribus jamdiu fusè tractata ſunt: id, inquam, jam oſtendam, quod nos adhuc in Aſtronomia Phyſica Veterum veſtigiis inſiſtamus; quod nempe norint illi corpora Cœleſtia in ſe mutuo gravia eſſe, & vi Gravitatis in orbitis ſuis retineri; quod etiam Gravitatis hujuſce Legem perſpectam habuerint.

 Si

Si enim ad ipſam Aſtronomiæ originem recurrimus, eamque à prima quaſi infantia repetimus, nihil antiquius eſſe reperiemus, nihil per omnes Philoſophorum ſectas latius diſſeminatum, quam illam de corporum Cœleſtium Gravitate ſententiam. Notum eſt dictum illud quod ſæpe uſurparunt [a] *Anaxagoras* ejuſque diſcipuli [b] *Archelaus* & [c] *Euripides*, Solem nempe & Stellas eſſe *lapides candentes*, aut *aureas glebas*; idem etiam ſenſere [d] *Democritus*, *Metrodorus* & [e] *Diogenes*. Quibus verbis nihil aliud intelligebant quam corpora gravia, denſa & fixa (ſaxorum inſtar) ut ignem ſuſtinere poſſent: & hanc eſſe eorum mentem luculenter conſtabit, ſi hujuſce ſententiæ authores altius adhuc exquiramus. Recte enim monuit [f] *Democritus* non eſſe has de Luna Stelliſque opiniones ad *Anaxagoram* referendas, qui eas ab antiquioribus ſuffuratus eſt. Unde vero eas ſurripuerit, aut à quibus ad eum derivatæ fuerint, non eſt inveſtigatu difficile. Illas enim acceperat à

a Οὗτος ἔλεγε τὸν ἥλιον μύδρον εἶναι διάπυρον. Diog. Laert. in Anaxag. Τὸν μὲν ἥλιον λίθον φησὶν εἶναι, τὴν δὲ Σελήνην γῆν. Plat. in Apol. Socr. *b* Μύδρους ἔφησεν εἶναι τοὺς ἀστέρας, διαπύρους δέ. Stob. Ecl. Phyſ. cap. 25. *c* Φασὶ Εὐριπίδην χρυσέαν βῶλον εἰπεῖν τὸν ἥλιον. Diog. Laert. in Anaxag. *d* Plutarch. de Placitis Philoſ. Lib. II. cap. 20. *e* ibid. c. 13. *f* Φαβωρῖνος δέ φησιν ἐν παντοδαπῇ ἱστορίᾳ λέγειν Δημόκριτον περὶ Αναξαγόρου, ὡς οὐκ εἴησαν αὐτοῦ αἱ δόξαι αἵ τε περὶ Ηλίου καὶ Σελήνης, ἀλλὰ ἀρχαῖαι, τὸν δὲ ὑφῃρῆσθαι. Diog. Laert. in Democr.

à Præceptore ſuo [g] *Anaximene*, qui igneam eſſe Stellarum naturam, ſed ipſis permiſta quædam terrena corpora judicavit, quæ nobis non conſpecta circum illas verſarentur: quibus verbis plane innuit Planetas terreſtres in Fixæ cujuſque Syſtemate ſuas periodos conficere. Hæc *Anaximenes* ab *Anaximandro*, *Anaximander* ab ipſo [h] *Thalete* habuit, qui *Ionicæ* Philoſophiæ Princeps opinionem de Syderum Gravitate per ſuam deinde ſectam diffudit. Sed nec hic conſtitit illa de Syderibus doctrina, ſed etiam in *Italicam* Philoſophiam defluxit, cujus [i] ſectatores Stellam quamvis Mundum eſſe, Terramque & Aſtra continere, & infinito in Æthere collocari; [k] Lunam vero non modò Terræ noſtræ ſimilem eſſe, ſed à pulchrioribus etiam animalibus habitatam docuerunt.

Neque vero de Gravitatis natura ita abſurde ſenſerunt, quaſi fieret per vim puncti alicujus intra Terram, ſive centri, ad quod gravia undique

g Πυρίνην μὲν Ἀναξιμένης ἔλεγε τὴν φύσιν τῶν ἄστρων, παρέχειν δέ τινα γεώδη σώματα συμπεριφερόμενα τούτοις, ἀόρατα. Stob. Ecl. Phyſ. c. 25. h Θάλης γεώδη μὲν ἔμπυρα δὲ τὰ ἄστρα. ibid. Sic etiam Plut. de Plac. Philoſ. Lib. II. c. 13. i Οἱ Πυθαγόρειοι ἕκαστον τῶν ἀστέρων κόσμον ὑπάρχειν γῆν περιέχοντα ἀέρα τέ καὶ αἰθέρα ἐν τῷ ἀπείρῳ αἰθέρι. Plut. de Plac. Philoſ. Lib. II. c. 13. k Οἱ Πυθαγόρειοι γεώδη φαίνεσθαι τὴν Σελήνην διὰ τὸ περιοικεῖσθαι ταύτην καθάπερ τὴν παρ' ἡμῖν γῆν μείζοσι ζώοις καὶ φυτοῖς καλλίοσι. ibid. Lib. II. cap. 30.

tenderent; [l] ſed per vim totius in globo Terreſtri materiæ omnia ad ſe trahentis factam eſſe: & quemadmodum vis magnetis componitur ex conjunctis ſingularium partium viribus, ſic Gravitatem ad Terram totam ex Gravitate ad ſingulas illius particulas ortam eſſe exiſtimarunt. Porro & eodem modo cenſuerunt [m] Gravitatem fieri in Lunam, Solemque, ac in Terram facta eſt; & [n] Planetam quemque, tanquam lapidem in funda circumagitatum, ob hanc ipſam rationem in Orbita ſua conſervari, & in ſublimi ſemper verſari. Imo ex iis quæ de *Platone* memorat [o] *Diogenes Laertius*, quæque in [p] *Timæo* obſcure innuuntur, inducor ut cum [q] *Galilæo* credam divinum illum Philoſophum cenſuiſſe corpora mundana jam primum fabri-

l Καὶ τοίγε εἰ πᾶν σῶμα ἐμβριθὲς εἰς τὸ αὐτὸ συννεύει καὶ πρὸς τὸ αὑτοῦ μέσον ἀντερείδει πᾶσι τοῖς μορίοις, οὐχ ὡς μέσον οὖσα τοῦ παντὸς ἡ γῆ μᾶλλον ἢ ὡς ὅλον οἰκειώσεται μέρη αὐτῆς ὄντα τὰ βάρη. Plut. de facie in Orbe Lunæ. Τὸ δὲ ἀσώματον οὔτε εἰκὸς, οὔτε βούλονται, τοσαύτην ἔχειν δύναμιν ὥστε πάντα κατατείνειν ἐφ᾽ ἑαυτὸ καὶ περὶ αὐτὸ συνέχειν. ibid. *m* Ἡ δὲ πρὸς τὴν γῆν τῶν ἐνταῦθα συναίρεσις καὶ σύστασις ὑφηγεῖται τὸν τρόπον, ᾧ μένειν τὰ ἐκεῖ συμπεσόντα πρὸς Σελήνην εἰκὸς ἐστιν. ibid. *n* Τῇ δὲ Σελήνῃ βοήθεια πρὸς τὸ μὴ πεσεῖν ἡ κίνησις αὐτὴ, καὶ τὸ ῥοιζῶδες τῆς περιαγωγῆς· ὥσπερ ὅσα ταῖς σφενδόναις ἐντεθέντα· τῆς καταφορᾶς κώλυσιν ἴσχει τὴν κύκλῳ περιδίνησιν, διὸ τὴν Σελήνην οὐκ ἄγει τὸ βάρος ὑπὸ γῆς περιφορᾶς τὴν ῥοπὴν ἐκκρουόμενον. ibid. *o* Ταῦτα γὲ πρὶν μετ᾽ ἀλόγως κινεῖσθαι καὶ ἀτάκτως, ἐπεὶ δὲ ἤρξαντο συνιστάναι τὸν κόσμον, ἐκ τῶν ἐνδεχομένων ὑπὸ τοῦ θεοῦ συμμέτρως καὶ τεταγμένως γενέσθαι. Diog. Laert. in Plat. *p* Κίνησιν γὰρ ἀπένειμεν αὐτῷ τὴν τοῦ σώματος οἰκείαν (*i. e.* directum) & paulo poſt διὸ δὲ κατὰ ταῦτα ἐποίησε κύκλῳ κινεῖσθαι στρεφόμενον. Plat. in Timæo. *q* Siſtem. Coſmic.

ſabricata motu recto (Gravitate id efficiente) agitata fuiſſe, ſed poſtquam ad determinata loca veniſſent paulatim in gyrum revolvi cœpiſſe, motu recto commutato cum circulari. Ex hac Gravitatis doctrina, qua nempe omnia corpora ad ſe mutuo gravitant, [r] *Lucretius*, ab *Epicuro* & *Democrito* doctus, contendit nullum eſſe Univerſi centrum, ſive locum infirmum, ſed infinitos eſſe in ſpatio infinito Mundos huic noſtro ſimiles. Argumentum ejus ita ſe habet: Si rerum natura alicubi finiretur, corpora extima, cum nulla haberent exteriora quæ gravitatis vi appeterent, non ſtarent in æquilibrio, ſed ad inferiora neceſſariâ gravitatis inclinatione tenderent; adeoque in infinito tempore confluendo jam dudum in medio totius tanquam in imo loco jacuiſſent. Hinc itaque patet *Lucretium*, eoſque quos ille ſecutus erat, exiſtimaſſe unumquodque corpus grave eſſe in materiam circumquaque poſitam, & à gravitate præpollente ferri in regionem ubi materia eſt copioſior.

Sicuti conſtat antiquos corporum omnium in ſe invicem Gravitatem deprehendiſſe, ita etiam quam Legem & quam pro diverſa mole & diſtantia

r Præterea ſpatium ſummai totius omne
Undique ſi incluſum certis conſiſteret oris,
Finitumque foret: &c. *Lucr.* Lib. I. v. 983.

tia proportionem obſervaret Gravitatis actio non ignorarunt. [ſ] Gravitatem enim proportionalem eſſe quantitati materiæ ex qua conſtat grave, ſatis declarat *Lucretius*, & [t] corpora quæ levia dicuntur non ſponte ſed vi ſubigente aſcendere, perinde ut in aqua lignum; [u] omnia autem corpora, tam graviora quam minus gravia, æquali celeritate (in vacuo) deſcendere. Enim vero præclariſſimum illud Theorema de proportione, quâ Gravitas recedendo à Sole decreſcit, ſaltem *Pythagoræ* non ignotum fuiſſe ex ſequentibus liquebit. Hoc enim ille & illius aſſeclæ adumbrarunt per Harmoniam Sphærarum: Finxere nimirum Apollinem Lyram ſeptem chordarum pulſare, quo ſymbolo, ut ex [x] *Plinio*, *Macrobio* & *Cenſorino* abunde conſtat, intellexere Solem cum ſeptem Planetis; illum nempe Hebdomagetam & naturæ moderatorem conſtituerunt, & cenſuerunt Vi ſuâ attractivâ agere in Planetas (quem ideo [y] Jovis Carcerem vocabant,

quia

ſ Denique cur alias aliis præſtare videmus
Pondere res rebus nihilo majore figurâ? &c. *ibid.* v. 359.

t Nunc locus eſt, ut opinor, in his illud quoque rebus
Confirmare tibi, nullam rem poſſe ſuâ vi
Corpoream ſurſum ferri, &c. *Lucr.* Lib. II. v. 184.

u Omnia quapropter debent per inane quietum
Æque ponderibus non æquis concita ferri. *ibid.* 238.

x Plin. Lib. II. cap. 22. Macrob. Lib. I. c. 19. Cenſorin. c. 11.

y Τὴν τοῦ Διὸς φυλακὴν.

quia nempe Planetas in Orbibus ſuis hâc Vi retinet ne in rectis abeant) in ratione illa Harmonica diſtantiarum. Vires enim quibus æquales tenſiones agunt in chordas diverſarum longitudinum (cætera æquales) ſunt reciproce ut quadrata longitudinum chordarum. [z] Nam *Pythagoras*, dum præteriret officinam fabri ferrarii, occaſionem reperit experiendi quod ſoni, quos mallei ferrei emittunt, acutiores eſſent vel graviores pro variis ponderibus malleorum; deinde inteſtina ovium vel boum nervos, variis etiam ponderibus alligatis, tendendo didicit quod ſoni ponderibus ſimiliter reſponderent. Ubi hoc compertum habuit, deinde deprehendit etiam numeros, ex quibus ſoni ſibi conſoni naſcerentur. Sive autem vera ſit hæc hiſtoria ſive fabula, certum eſt *Pythagoram* reperiſſe veram rationem, quæ eſt inter ſonos chordarum & pondera appenſa. Tenſio eadem in chordam duplo breviorem quadruplo potentius agit: Octavam enim generat, & Octava per vim quadruplo majorem editur; nam ſi chorda dato pondere tenſa datum tonum edit, eadem quadruplo pondere tenſa Octavam edet. Similiter, eadem tenſio in chordam ſubſeſquialteram agit in ratione dupla ſeſquiquarta: nam Quintam ſive harmoniam Diapente efficit, & chorda, quæ dato pondere datum tonum edit, pondere

b du-

z Macrobius Lib. II. in Somn. Scip. cap. 1.

duplo ſeſquiquarto tendi debet ut Quintam efficiat. Et univerſaliter, pondera, quibus toni omnes in chordis æqualibus audiuntur, ſunt reciproce ut quadrata longitudinum chordarum æqualiter tenſarum, quibus inſtrumentum muſicum tonos eoſdem emittit. Proportionem his experimentis inventam *Pythagoras* applicuit ad Cœlos, & inde didicit Harmoniam Sphærarum. Ideoque conferendo pondera illa cum ponderibus Planetarum, & intervalla tonorum cum intervallis ſphærarum, atque adeo longitudines chordarum cum diſtantiis Planetarum ab orbium centro, intellexit per Harmoniam Cœlorum quod Gravitates Planetarum in Solem (ad cujus utique Lyram omnes ſaltant) eſſent reciproce ut quadrata diſtantiarum eorum à Sole.

Hactenus oſtenſum eſt quænam fuerit de Gravitate veterum Philoſophorum ſententia; iiſque perſuaſum eſſe conſtat, quod Gravitas non modo Terræ ſed & corporibus Cœleſtibus competat, quod corpora omnia in ſe mutuo gravia ſunt, quodque Planetæ vi Gravitatis in Orbitis ſuis retineantur, quod denique Gravitates Planetarum ad Solem ſint reciproce ut Quadrata diſtantiarum ab ipſo. Quænam hiſce Veterum inventis incrementa adjecerit Recentiorum ſolertia, ſequentes paginæ fuſe oſtendunt.

EDI-

EDITORIS PRÆFATIO.

Ecce nova tandem, ac plurimorum votis exoptata, atque a nobis promiſſa prodit Aſtronomiæ Gregorianæ *Editio. Quid in hoc præclaro Opere contineatur, quæve ſit Clariſſimi Autoris in hiſce Aſtronomiæ Elementis tradendis methodus, ſatis ſuperque Index Sectionum & Propoſitionum docebit. Quid autem in hac Secunda Editione novi acceſſerit, ex ipſo Titulo Lector facile animadvertet, quem tamen pauca monendum eſſe putamus.*

1°. *Editionem Oxonienſem anni* 1702 *ſecuti ſumus quam ab erratis quæ in ea irrepſerant, quoad fieri potuit expurgavimus.*

2°. *Schemata quæ in dicta Editione ligno inciſa ſunt, ære eleganter incidi Curaverunt Librarii, & in Tabulas referri, quas ad faciliorem legentium uſum opportunis in locis librorum compactores collocare debebunt.*

3°. *Nonnullas lineas in figuris aliquot immutavimus, ſed parce ad modum, & ubi tantùm ex leviſſima immutatione majorem perſpicuitatem oriri poſſe judicavimus.*

Hæc pauca dixiſſe ſufficeret niſi alia quædam polliciti eſſemus. Promiſimus enim annotationes aliquot in totum Opus diſtribuendas, & brevem ad finem totius Operis Horologiorum Solarium deſcribendorum methodum nos addituros. Ac methodum quidem illam adjecimus, ſed notas quod attinet, quum per Typographorum in adornanda hac Editione diligentiam, promiſſis ſtare non licuerit, noſque ipſos cum Auro Clariſſ. Gregorii *quiſquilias noſtras intermiſcere puduerit, aliqua tantum in hac noſtra Præfatione adjiciemus quæ incipientibus fortaſſe inutilia non erunt ſive ad intelligendas aliquas* Gregorii *Propoſitiones; ſive ad Conſulendos Autores ex quibus nonnullarum explicationem petere queant; ſive tandem ad corrigendas quaſdam aſſertiones in quibus à vero non-*

nihil aberraſſe Noſter videbitur. Ac primo quidem ut poſſint Tirones, ſi libuerit, Autoris Demonſtrationes Geometricas & Phyſicas cum Illuſtriſſimorum Aſtronomorum Obſervationibus, & cum rationibus Arithmeticis comparare, à brevi ſed accurata Mundani noſtri Syſtematis deſcriptione exordiemur. Deinde vero aliquot annotationes addemus eodem ordine quem Autoris methodus offeret.

Brevis totius Mundani Systematis Conspectus.

Sol ☉ *in foco communi omnium Orbitarum quas Planetæ Primarii deſcribunt, poſitus cenſetur. Nam quamvis hûc & illuc diſtrahatur leviſſimo motu orto, ex eo quod in Planetas circumjectos gravitet & ad eos proinde non nihil accedat, tamen quia motu illo parum admodum à centro communi gravitatis ſuæ & Planetarum diſtat, quieſcere dicetur, neque enim alium fere motum habere cernitur, præter motum rotationis, quo fit ut (comparative ad Tellurem, ideſt, quatenus è Tellure conſpicitur) circa Æquatoris ſui axem unam revolutionem peragat intra 27. dies & 12. horas circiter. Quemadmodum enim Terra ſuam Eclipticam habet & ſuum Æquatorem, ſic etiam Sol Eclipticam ſuam ſaltem reſpectu Terræ & ſuum Æquatorem habere cenſendus eſt. Et quidem Ecliptica ejus in eodem plano eſt ac Telluris Ecliptica, ac proinde axis Eclipticæ Solis parallelus eſt axi Eclipticæ noſtræ. Sed Æquator Solis in eo differt à noſtro quod, quum noſter inclinatus ſit ad Eclipticam gradibus 23 & 29′. Æquator Solis inclinetur ad Eclipticam grad. $7\frac{1}{2}$ quam proxime, ita ut axis Æquatoris Solis efficiat cum axe ejus Eclipticæ angulum graduum $7\frac{1}{2}$ Obſervandum eſt igitur quod ſi Tellus ad ea Orbitæ ſuæ puncta pervenerit, in quibus poſita, invenitur verſari in communi Sectione producta Eclipticæ & Æquatoris Solis (quod accidit quum Sol eſſe videtur in 8° ♊ & in*

8° ♐) *tunc Æquator Solis & ejus Paralleli omnes è Terra viſi, projiciuntur in lineas rectas inter ſe parallelas in diſco Solis, & Poli ejuſdem Æquatoris ſunt in ejuſdem diſci limbo. In omni alia poſitione Terræ aut Solis in Orbita ſua, tam Æquator, quam ejus Paralleli omnes projiciuntur in diſco Solis per lineas curvas ſeu per dimidiatas Ellipſes (informes tamen ob gibboſitatem aut convexitatem diſci Solaris in quo fit hæc projectio) verſus polum ejus ſuperiorem ſeu Borealem, vel verſus polum ejus inferiorem ſeu Auſtralem magis minus ve convexas, pro ut Tellus magis aut minus ſuper planum Æquatoris Solis attollitur, nunc verſus Auſtrum, nunc verſus Boream. Indeque accidit ut ſi Poli Æquatoris Solis aliqua nota conſpicui eſſent, viderentur intra annuum ſpatium deſcripſiſſe duos circellos circa polos Eclipticæ Solis & ab eis diſtantes gradibus* $7\frac{1}{2}$ *Hæc omnia conſtant ex obſervationibus accuratiſſimis macularum Solis quas obſervationes videre poterit Lector paſſim in* Hiſtoria & Commentariis Regiæ Scientiarum Academiæ Pariſienſis, *& præſertim in* Hiſtoria ejusd. Acad. anni 1707. *in qua Celeberrimus Dom.* de Fontenelle *diſerte & perſpicue, ut ſolet, totam hanc Theoriam explicat. Cæterum omittere non debeo qua ratione diſtinguantur Poli Borealis & Auſtralis in diſco Solis, & quo ſenſu ſuper Æquatoris ſui axem Sol circumvolvatur. Itaque ſupponatur Sol eſſe in Meridiano circulo. Cognito Angulo Eclipticæ cum Meridiano per Trigonometricum calculum aut alia ratione, axis ejus habebitur in diſco Solis, ut facile cuique patebit. In ea autem poſitione uterque polus Solis ſuperior hic Eclipticæ, ille Æquatoris, Borealis vocabitur; Inferiores autem Poli ambo Auſtrales dicentur. In ea Solis poſitione Maculæ Solares deſcribent aut lineas rectas inter ſe parallelas, aut dimidiatas ellipſes quæ erunt vel Æquatoris vel parallelorum ejus projectiones, quæque magis minus ve convexæ erunt nunc verſus unum polum Æquatoris, nunc verſus alterum. Progredientur que Maculæ ab Oriente in Occidentem; adeo*

ut ſi diu ſatis perſeverent, ad eundem diſci locum redeant poſt 27 *dies &* 12 *horas circiter. Si Circelli de quibus antea deſcribantur & apte dividantur pro tempore dato; in gradus ſuos, habebitur poſitio & apparentia axis Æquatoris, quæ axis ad plana omnia tam Æquatoris quam ejus parallelorum perpendicularis ſemper eſt. Sed hæc ſatis.*

Iam ut ad Planetas Primarios deveniamus; omnes illi revolutiones ſuas periodicas in Orbitis conficiunt Ellipticis quorum focum unum communem omnibus Sol occupat.

Mercurius ☿ *Soli proximus, juxta* Keplerum *revolutionem ſuam peragit in ſpatio* 87 *dier.* 23 *horar.* 14′. 24″. *Motus diurnus* 4°. 5′. 32″. *Maxima à Sole diſtantia* 46955*: media* 38806*: minima* 30657*: Excentricitas* 8149*: eaque omnia in partibus quarum Semiaxis major Orbitæ Telluris, (quam Orbitam* Keplerus *vocat Orbem Magnum) continet* 100000. *Iuxta* D. de la Hire in Tab. Aſtr. *Motus* ☿ *in anno communi eſt* 1. *Sig.* 23°. 43′. 15″. (*intellige præter* 4 *revolutiones* 12. *Signorum) motus* 30 *dier.* 4. *Sig.* 2°. 46′. 18″. *motus diurnus* 4°. 5′. 32″. *omnino ut* Keplerus *motus ejus medius anno* 1700. *completo (id eſt primo die Ianuarii an.* 1701. *meridie ſub meridiano Obſervatorii Pariſienſis) ſtilo novo, erat* 3 *Sig.* 6°. 14′. 40″. *Aphelii ejus Longitudo erat eod. an.* 8 *Sig.* 13°. 3′. 40″. *Aphelii motus annuus* 1′ 39.″ *Maxima Orbitæ ad Eclipticam inclinatio Iuxta* D. de la Hire 6°. 52′. 0″. *motus ejus Nodi* ☊ *aſcendentis ſeu Borealis eod. anno* 1 *Sig.* 14°. 53′. 14″. *Si excentrici Mercurii ſemidiameter ſupponatur partium* 100000. *excentricitas erit ex* Keplero 21000. *earundem partium.*

Venus ♀ *Periodum ſuam abſolvit in ſpatio* 224 *dier.* 17 *hor.* 44′ 55″ 14‴ *ex* Keplero, *& proinde motus ejus diurnus eſt* 1°. 36′ 8″. *Maxima à Sole diſtantia* 72900, *media* 72400 *minima* 71900. *Excentricitas* 500 *in partibus* 100000 *mis ſemidiametri excentri Telluris. Iuxta* D. de la Hire *Motus* ♀ *in an. communi eſt* 7 *Sig.* 14°. 47′ 36″ (*intellige*

tellige præter unam revolutionem 12. *Signorum: motus diurnus* 1°. 36′. 8″. *ut* Keplerus, *anno* 1700 *completo intelligatur ſemper ſtilo Gregoriano ſeu novo.*) *motus medius* ♀ *erat* 5 *Sig.* 23° 55′. 18″. *Aphelium erat* 10. *Sig.* 6° 56′ 10″ *Motus Aphelii in an. communi ſive annuus* 1′ 26″. *Maxima Orbitæ ad Eclipticam inclinatio* 3° 23′ 5″. *Motus Nodi* ☊ *eod. anno erat* 2 *Sig.* 13°. 54′ 19″ *Motus annuus Nodi ab Æquin.* (*ſic intellige de omnibus motibus*) *eſt* 46″. *Si excentrici Veneris ſemidiameter ſupponatur partium* 100000 *excentricitas erit* (ex Keplero) 694 *earum partium.*

Tellus noſtra ♁ *revolutionem ſuam perficit* 365 *Diebus* 5 *hor.* 49′ 24″. *Sed ut facilior ejus Theoria reddatur fingemus Terram immotam eſſe & Solem* ☉ *circa eam curſu annuo deferri. Itaque.*

Sol ☉ *circa Terram revolvitur in ſpatio* 365 *dier.* 5 *hor.* 49′ 24″ *in Ecliptica, quæ cum Æquatore angulum declinationis ſeu Obliquitatis maximum efficit* 23°. 29′. *juxta* D. de la Hire, *vel* 23°. 28′. 24″. *ex Calculo & Obſervationibus Clariſſ. Dom. Equitis* de Louville (*in* Actis Acad. Reg. Paris. an. 1720.) *cujus hîc Theoriam ſequemur. Hoc ipſo anno* 1726 *ineunte* (*id eſt* 1°. *die Ianuarii meridie Tempore Medio ſub Meridiano* Obſervatorii Pariſienſis) *Anomalia media erat* 181°. 30′. 42″. *Longitudo Apogæi* 98°. 18′. 57″. *hæc addita dant motum Medium anno* 1726 *ineunte, Tempore Medio* (*quod ſemper ſupponendum*) 279°. 49′. 39″. *ſeu* 9 *Sig.* 9°. 49′ 39″. *Motus annuus ab Apogæo* 11 *Sig.* 29°. 44′. 49″. *cui ſi Longitudo Apogæi annua* 0° 0′ 51″ *addatur. Motus medius erit annuus* 11 *Sig.* 29° 45′ 40″. *Si Major ſemiaxis Orbis elliptici Solis ſupponatur* 10000000 *partium, maxima Solis à Terra diſtantia erit* 10166915, *media* 10000000, *minima* 9833085, *excentricitas duplex ſeu diſtantia Focorum* 333830; *diſtantia foci utrius libet à centro ellipſis* 166915, *minor ſemi-axis erit* 9998607. *Quæ omnia colligo ex Calculo Cl. D. Equitis* de Louville *in* Tab. *ejus* Solaribus *præſtantiſſimis*

quæ

quæ habentur in Actis Reg. Scient. Acad. Paris. *an.* 1720.
Iuxta D. de la Hire *Medius Motus* ☉ *erat an.* 1700 *completo, ſtylo Novo* 9 *Sig.* 10° 52′ 27″. *motus in an communi eſt* 11 *Sig.* 29° 45′ 40″. *motus diurnus* 59′ 8″. *Eodem an.* 1700 *completo Longitudo Apogæi* 3 *Sig.* 8°. 7′. 30″. *Apogæi Longitudo annua* 1′ 2″ *Iuxta* Keplerum *Orbitæ ellipticæ Solis vel Terræ dimenſiones ſunt ſequentes. Diſtantia maxima Solis à Terra* 101800, *media* 100000 *minima* 98200. *excentricitas* 1800. *Sed obſervare Lectores debent per excentritatem apud* Keplerum *intelligi in forma elliptica, diſtantiam foci alterutrius à centro ellipſis, & proinde diſtantiam foci unius ab altero foco, quam* D. de Louville *& alii excentricitatem duplam vocant, eſſe apud* Keplerum *partium* 3600 *qualium media diſtantia vel ſemiaxis major (hæc enim idem ſonant) eſt* 100000. *Siquidem excentricitas in Hypotheſi Circulari ex obſervationibus & calculo reperta, ſi ad ellipticam Hypotheſin transferatur, æqualis eſt diſtantiæ focorum ab invicem, vel duplici diſtantiæ foci utrius libet à centro ellipſis, unde fit ut apud non nullos diſtantia foci à centro vocetur excentricitas ſimpla, & diſtantia foci unius ab altero foco dupla extentricitas nominetur.* Keplerus *enim animadvertens Hypotheſin excentrici circularis quæ ſatis quidem Solis motibus explicandis apta cenſeri poterat non convenire aliorum Planetarum ac præcipue Martis motibus; & deinde hanc ipſam Hypotheſin minimè congruere veris diſtantiis Solis à Terra quas Semidiametrorum apparentium Solis rationes ſuppeditant, (quum diſtantia maxima ſit ad minimam; ut maxima ſemidiameter apparens Solis* 32′ 33″ *in Perigæo ſeu ex diſtantia minima viſi, ad ſemidiametrum ejuſdem apparentem minimam* 30′ 22″ *quum videtur ex maxima diſtantia vel in Apogæo) Hæc inquam omnia* Keplerus *pro acutiſſimo quo pollebat ingenio proſpiciens, & videns ex veris quas dixi diſtantiis excentricitatem duplo minorem colligi quam quæ ex Hypotheſi Circulari conſequitur, demonſtravit* 1°. *Planetarum Orbitas eſſe ellipticas, in*

quarum

quarum foco uno communi Sol verſatur. 2°. excentricitatem in Orbe excentrico Circulari per calculum inventam, in duas partes æquales dividi debere, adeo ut in Orbe elliptico illa eadem excentricitas tota quam duplam excentricitatem vocare licet ſit æqualis diſtantiæ foci unius ab altero, & dimidia excentricitas, quam ſimplam nominabimus, ſit æqualis diſtantiæ foci utriuſlibet à centro Orbis elliptici. 3°. nullum dari punctum in axe majore, in quo centrum motuum mediorum ſeu æquabilium per angulos temporibus proportionales exhibitorum ſumi queat. 4°. menſuras motus medii eſſe ipſamet tempora, aut ipſaſmet areas ellipticas quas cum axe majore radius Planetæ vectorius è Sole proficiſcens verrit; eas quippe areas eſſe ſemper temporibus proportionales. Areæ illæ Anomaliæ Mediæ dicuntur & repræſentant motus medios ab Apogæo aut ab Aphelio quum illæ ſint, ſicuti & medii motus illi Temporibus proportionales. 5°. Anomaliam veram ſeu coæquatam eſſe angulum quem radius Planetæ vectorius efficit cum linea Apſidum aut cum axe majore in eo foco in quo Sol aut terra verſari ſupponitur. Hæc omnia fuſe explicata Lector videre poterit apud Auctorem noſtrum locis propriis.

Dum Sol motu annuo fertur in conſequentia ab Æquinoctio verno quod vocant Arietem ♈ ſeu Sectionem vernam, Stellæ Fixæ de vehuntur quoque in conſequentia motu lentiſſimo in circulis Eclipticæ parallelis, quo fit ut illæ nunquam latitudinem mutent, ſed bene quidem longitudinem, & declinationem, & aſcenſionem rectam. Annis 300 ante Æram vulgarem primæ ♈ Longitudo erat 49′ 21″ anno vero 1700 completo fuit 29°. 1′. 0″. Motus ille Fixarum annuus eſt 51″, omnino ut motus annuus Apogæi in Theoria D. de Louville. *Hæc eſt cauſa cur Sectio verna regredi in Antecedentia videatur, quum aliis atque aliis retro Stellis Fixis reſpondeat, quæ in conſequentia promoventur, ut jam dictum eſt. Et hæc eſt ratio Præceſſionis Æquinoctiorum in Hypotheſi Terre immotæ.*

Aliud quoque animadvertendum, videlicet quod, interea

 dum

dum Sol & Fixæ omnes (à quarum motu proprio nunc abſtraho) motu perniciſſimo (ac proinde impoſſibili & apparenti tantum) abripiuntur ab Oriente in Occidentem, Sol quidem integram revolutionem perficiat 24. horarum ſpatio; ſed quia motu contrario ſibi proprio defertur in conſequentia id eſt ab Occidente in Orientem, inde accidit ut ſi ſub Meridiano aliquo nunc temporis cum aliqua Fixa verſetur, poſt 24 horas diſcedat ab ea ſtella verſus Occidentem minutis primis 59 & 8″ plus minuſve. Igitur Stella citius ad dictum Meridianum perveniet tota temporis differentia quæ in Æquatore competit motui diurno Solis in Ecliptica, quæ quidem differentia eſt 3′ 55″ 54‴ temporis medii. Nam quum Fixa de qua ſupra, poſt unam revolutionem Cœli ſtelliferi pervenit ad eundem Meridianum, deſunt ad huc 3′ 55″ 54‴ quin Sol ad eundem Meridianum appulerit, adeoque ſi Dies Solis medius ſit 24 horarum, dies Cœli ſtelliferi erit 24 hor. — 3′ 55″ 54‴ id eſt erit tantum 23 hor. 56′ 4″ 6‴. Si autem Dies Cœli ſtelliferi 24 horarum ſupponatur, (quod tamen uſu non receptum eſt) erit Dies Solis Medius 24 horar. 3′ 55″ 54‴. Hæc eſt Acceleratio Fixarum ſupra Motum Medium Solis. Cujus Accelerationis Tabula reperitur in fine Tabularum Aſtronom. D. de la Hire.

Quæ de Solis motu circa Terram hactenus dicta ſunt hæc pro meris figmentis haberi debent omnia. Hoc tamen commodi habent, quod iis ſuppoſitis facilius ad Telluris Theoriam aſſequendam iter pateat. Itaque ad habendam Telluris Orbitam & locum ejuſdem Telluris in Orbita ſua, deſcribatur utcumque Ellipſis ASBC *cujus major ſemi axis* AO *ſupponatur partium* 100000 *& diſtantia Centri* O *à Foco* T *ſupponatur partium earundem* 1669 *juxta calculum* D. de Louville. *Terra ſit in* T *Sol in* S. *Collocentur quæ ſigna eo ordine qui hic cernitur habita ratione longitudinis Apogæi* A *ab* ♈ *hæc Ellipſis repræſentabit Orbitam Solis, in qua linea* AB *erit linea Apſidum ſeu Augium; Area elliptica* AST *exhibebit*

Tab. Præf. Fig. 1.

bebit motum medium Solis ab Apogæo, & Angulus A T S *erit Anomalia coæquata. Ut autem ſigna debito ordine diſponantur, ducatur per locum Terræ* T *linea* ♎ T ♈ *faciens cum axe* A T *in puncto* T, *angulum* A T ♈ *æqualem longitudini Apogæi petitæ ex Tabulis Aſtronomicis, aut per obſervationes & calculum cognitæ; habebuntur que puncta* ♈ *&* ♎: *& ut habeantur quoque puncta* ♋ *&* ♑ *ducatur per punctum* T *linea* ♋ T ♑ *ad Lineam* ♎ T ♈ *perpendicularis & habebuntur puncta* ♋ *&* ♑. *Quod ſi addantur ſimul Anguli* ♈ T A *&* A T S, *inventi ut libuerit, Angulus* ♈ T S *erit longitudo vera Solis ab Æquinoctio verno. Facili autem negotio hæc Solis Orbita, in Telluris Orbem magnum convertetur, ſi modo Signorum ſervato ſemper ordine in Conſequentia eorum loca oppoſito ſitu diſponantur, ut cuivis facile patebit ex ſecunda Figura, in qua remanentibus angulis omnibus qui in figura prima expreſſi ſunt atque iiſdem Terra à Sole diſtantiis, Sol collocatur in foco* S *& Terræ in puncto* T: *nam linea* a b *eſt linea Apſidum, punctum* a *eſt Aphelium Terræ, punctum* b *Perihelium, area elliptica* a T S *eſt Anomalia media. Angulus* T S a *Anomalia coæquata. Angulus* ♎ S a *longitudo Aphelii à* ♎. *Angulus* ♎ S T *longitudo Telluris vera à* ♎ *&c. Quæ omnia eadem ſunt (mutatis mutandis) ac eaquæ expreſſa fuerant in ſuppoſititia Solis circa Terram Orbita. Addendum duntaxat quod ſi datus aliquis motus Solis in Terram tranferendus proponatur, ſic nullo negotio fiet. Ad datum quippe locum Solis addantur ſemper ſex ſigna, & ſi aggregatum non ſuperet* 12. *Signa, dabit illud aggregatum locum convenientem in Telluris Orbita. Si vero aggregatum majus ſit* 12 *Signis,* 12 *Signa ſubſtrahantur, & reliquum dabit locum quæſitum in Terræ Orbita. Exempli cauſa Apogæi Solis Longitudo initio anni hujus* 1726 *fuit* 3 *Sig.* 7° 56′ 40″ *addantur* 6 *Signa ſumma* 9 *Sig.* 7° *&c. fuit eodem tempore longitudo Aphelii Terræ in ſua Orbita; nempe in* ♑ 7° 56′ 40″. *Loci Solis longitudo ab* ♈ *ſit* 0 *id eſt ſit Sol in ſectione* ♈ *ad-* Tab. Præf. Fig. 2.

 dan-

dantur ſex Signa & erit loci Terræ longitudo 6 Sig. Denique ſit Solis Longitudo obſervata aut quomodocunque inventa 10 *Sig.* 2° 15′ 4″ *addantur* 6 *Signa & à ſumma* 16 *Sig* 2° *&c. detrahantur* 12 *Signa, reſiduum* 4 *Sig.* 2° 15′ 4″ *erit longitudo Terræ ab* ♈ *in ſua Orbita.*

Non ſilentio prætereundum quod quum Terra Orbitam ſuam curſu annuo peragrat in conſequentia circa Solem, alio quoque motu (vertiginis nempe) circa axem ſui Æquatoris circumvolvatur intra 24 *horas circiter ab Occaſu in Ortum, quo motu accidit ut Sol & Planetæ & Coelum totum ſtelliferum videantur circa Terram diurno motu circumferri & revolutionem unam diurnam perficere, cum certis quibuſdam reſpectivis legibus & differentiis quæ omnes partim à Planetarum motu proprio, partim à Telluris motu annuo, aut ab axis ejus trepidatione, axis ve ejuſdem lentiſſimo quodam rotationis motu oriuntur. Hic motus rotationis axis fit circa axem Eclipticæ, in Antecedentia ſeu contra ſignorum ordinem, neceſſariuſque eſt ad explicandam Præceſſionem Æquinoctiorum, & motum apparentem Fixarum in Conſequentia circa Polos Eclipticæ. Motus ejus annuus eſt* 51′. *Cæterum quum Æquator ad Eclipticam inclinatus ſit* 23 *grad. &* 29′ *circiter, inde accidit ut axis Æquatoris, qui ſimpliciter axis Terræ vocatur, efficiat ſemper cum plano Eclipticæ Angulum* 66° 31′, *ſemperque ſibi parallelus incedat, quo poſito motu explicantur facile cur certis anni Tempeſtatibus Poli Telluris viciſſim à Sole illuſtrentur, aut in tenebris jàceant, aliis vero Æquinoctia per omnes Terræ tractus celebrentur. Quæ omnia apud Autorem noſtrum fuſe ac diſerte explicantur. Sed hæc de Telluris Theoria ſufficiant, jamque ad cæteros Planetas properemus.*

Mars ♂ *ex* Keplero *periodum ſuam abſolvit circa Solem ſpatio anni Ægyptii* 1. 321. *dier.* 23 *horar.* 31′ 56″ 49‴ *& motus ejus diurnus eſt* 31′ 26″ 39‴ *Diſtantia ejus à Sole maxima eſt* 166465 *media* 152350 *minima* 138235 *excentricitas* 14115 *in partib. quarum ſemi-axis major Orbitæ*

Terræ

Terræ eſt 100000. *Sed ſi excentrici ♂ ſemi-axis major ſupponatur* 100000, *excentricitas erit* 9263. *Iuxta* D. de la Hire *Medius Motus ♂ in anno communi eſt* 6 *sig.* 11° 17′ 8″ *Motus diurnus* 31′ 27″ *Longitudo ab ♈ erat an.* 1700 *compl.* 0 *Sig.* 3° 12′ 37″. *Aphelii ab Æquin. motus eod. anno* 5 *Sig.* 0° 35′ 25″ *Aphelii motus annuus* 1′ 7″ *Inclinatio maxima Orbitæ ad Eclipticam* 1° 51′ 0″ *Nodi ☊ longitudo ab ♈ an.* 1700 *compl.* 1. *Sig.* 17° 25′ 20″ *Nodi ejuſd. motus annuus* 37″.

Iupiter ♃ Periodum ſuam conficit Iuxta Keplerum *ſpatio annorum Ægyptiorum* (*quorum quilibet eſt* 365 *dierum*) 11 317 *dier.* 14 *hor.* 49′ 31″ 56‴ *unde motus ejus diurnus* 4′ 56″ 26‴ *Maxima ejus à Sole diſtantia* 544708 *media* 519650 *minima* 494592 *excentricitas* 25058 *in partibus quarum ſemi-axis major Orbitæ Telluris eſt* 100000, *Sed ſi ſemi-axis major Orbitæ ♃ ſupponatur partium* 100000. *excentricitas erit* 4822 *earum partium. Ex Tab.* D. de la Hire *Motus ♃ annuus eſt* 1 *Sig.* 0°. 20′ 32″ *diurnus* 4′ 52″. *an.* 1700 *compl. ſtilo novo* (*quod ubique intelligendum*) *Longitudo ♃ ab ♈ erat* 10 *Sig.* 16° 16′ 9″. *Longitudo Aphelii ab ♈ eod. anno* 6 *Sig.* 10° 17′ 14″. *Motus Aphelii annuus* 1′ 34″. *Inclinatio maxima Orbitæ ad Eclipticam* 1° 19′ 20″. *Nodi ☊ Longitudo ab ♈ an.* 1700 3 *Sig.* 7° 11′ 44″. *Nodi ☊ motus annuus in Conſequentia* (*quod intelligatur de omnibus*) 14″.

Saturnus ♄ motu medio Orbitam ſuam metitur ſpatio annorum Ægyptiorum 29. 174 *dier.* 4 *hor.* 58′ 25″ 30‴ *& proinde motus ejus diurnus eſt* 2′ 0″ 36‴ *Maxima ejus à Sole diſtantia* 1005207, *media* 951000, *minima* 896793; *ergo excentricitas* 54207 *in partibus quarum ſemi-axis Orbitæ Telluris eſt* 100000. *Sed ſi media diſtantia Saturni a Sole ſupponatur* 100000, *excentricitas erit* 5700 *earum partium. Hæc ex* Keplero. *Iuxta Tabulas* D. de la Hire *motus ♄ annuus eſt* 12° 13′ 29″, *diurnus* 2′ 1″, *Longitudo ejus ab ♈ an.* 1700 11 *Sig.* 21° 16′ 1″; *Aphelii ab ♈ lon-*

 gitudo

gitudo eod. anno 8 *Sig.* 29° 14′ 41″, *Aphelii motus annuus* 1′ 22″. *Maxima inclinatio Orbitæ ad Eclipticam* 2° 33′ 30″. *An.* 1700 *longitudo Nodi* ☊ *erat ab* ♈, 3 *Sig.* 21° 56′ 29″. *Motus Nodi* ☊ *annuus eſt* 1′ 12″.

Præter Planetas Primarios quorum Theoriam hîc expoſuimus ſunt & plurimi alii, Cometæ dicti qui liberrimè per totum Syſtematis noſtri ſpatium in omnes partes pervagantur, curſus que ſuos perficiunt in Orbitis fortaſſis ellipticis, ſed quarum focus unus à Sole occupatur alter vero longiſſimè à Sole diſſitus eſt; unde fit ut ſine errore ſenſibili Orbitæ Cometarum pro Parabolis Conicis haberi poſſint, in quibus multo facilior Calculus motuum evadit ob Parabolæ quadraturam nulli Mathematico non notam: Omnis enim Parabolæ Conicæ portio per ordinatam quamvis terminata, æqualis eſt ſummæ quantitatum infinitarum Progreſſionis Geometricæ decreſcentis in proportione quadrupla, & cujus progreſſionis primus & maximus terminus eſt maximum triangulum in dicta portione inſcriptum ut ex Conicis *patet. Cæterum ex Cometarum Motibus perſpicue demonſtratur quam longè à vero aberrent qui Planetarum fluida deferentia comminiſcuntur, quique volunt denſiores Planetas à denſioris materiæ fluminibus circa Solem abripi quales ſunt Mercurius & Venus, rariores vero & leviores Planetas ab æthereæ materiæ levioris & rarioris vortice circum agi. Sed quid dicendum de iis qui Tellurem ſtatuentes immotam in Syſtematis noſtri Mundani meditullio, aſſumpto que ſyſtemate* Tychonico, *alia aliis fluida magis ac magis rariora Telluris noſtræ Atmoſphæræ ſuper imponunt, in quibus natent & deferantur Coeleſtia & Spiritualia forſitan Planetarmu corpora. Profecto materia fluida quæ Solem defert rariſſima eſt (juxta hanc Hypotheſim) ut pote quæ Solem à nobis longè diſſitum devehat, ſed tamen multo gravior eſt & ſpiſſior quam quæ Mercurium Venerem Martem circa Solem devehit, & ſic deinceps. Sol enim in aliorum Planetariorum vorticum centro conſtituitur ſicut Terra in centro vorticis*

cis

cis Solis. Sed quæro qua ratione fieri poſſit ut materia quæ devehit verbi gratia Venerem circa Solem, quæque levior eſſe debet quam ea quæ Solem defert circa Terram, nunc fiat levior quum nempe Sol Venerem inter & Terram verſatur; nunc vero gravior, quum nempe Venerem inter Solem & Terram adducit. Materia enim illa quum erit inter Terram & Solem reſpectu Telluris erit multo gravior quam deferens fluidum Solis quod multo altius eſt. Idem dicendum de Marte; & difficultas longe major eſt, quum Orbita ejus Terram ambiat in Tychonico Syſtemate. Maxima Martis à Tellure diſtantia eſt Semidiametrorum Telluris 59000, *media* 33500, *minima* 8000 *ex* Dom. Caſſino. *Itaque quum in maxima à Terra diſtantia verſabitur, materia vorticis ejus circa Solem erit multo levior quam materia in qua Sol minus diſſitus innatat; quando verò ad eas Orbitæ ſuæ partes pervenerit, in quibus* 22000 *Terræ diametris diſtabit à Terra, erit illa materia ejuſdem ſpecificæ gravitatis ac materia Solis vectoria, tanta eſt enim diſtantia mediocris Solis à Terra, ad quam diſtantiam materia fluida ejuſdem eſt gravitatis quam ea quæ Solem defert. Sed quando Mars aberit tantùm à Tellure* 8000 *diametris erit materia vectoria Martis longe gravior quam ea quæ Solem rapit, quum materia tanto gravior futura ſit, quanto propius ad Terram accedet. Plurimæ ſunt aliæ in hac Hypotheſi (licet à viro Doctiſſimo & Diſſertiſſimo confictâ) difficultates non contemnendæ; adeo ut ſatius foret (miſſis illis omnibus deferentibus fluidis, & tam incomprehenſibili* Gravitatis Univerſalis Syſtemate*) *Planetarum & Stellarum omnium motus moderandos & dirigendos Intelligentiis Cœleſtibus commitere, ut ipſe* Rever. Autor *fieri innuit, quod quidem facile erit & expeditum, dummodo ille jubeat penes quem jubendi jus eſt & poteſtas, & ſatis multi Syſiphi Cœlicolæ inveniantur, qui æternum volvendis ac revolvendis illis Corporum*

* Traité de Phyſique ſur la peſanteur univerſelle des Corps par le R. P. Caſtel.

porum immenſorum vanis ſimulachris, verius quam Corporibus (ut ex illa Hypotheſi conſequitur, addicti ſint.

Sed ad Theorias noſtras revertimur & iis quæ ſupra, ſequentia addimus. Venus circa axem revolvitur intra 23 *horas circiter. Mars intra* 24 *hor.* 40′. I*upiter* 9 *horarum &* 56′ *ſpatio. De Mercurii & Saturni circa axes reſpectivos revolutione, non conſtat quanto tempore abſolvatur.*

Mercurius & Venus Planetæ inferiores, Mars Iupiter & Saturnus ſuperiores appellantur.

Ex Dom. Caſſino *Diſtantiæ Solis & Planetarum à Terra in Semidiametris Telluris ſequentes ſunt.*

MERCURII ☿

Maxima - - - - -	33000
media - - - - - -	22000
minima - - - - - - -	11000

VENERIS ♀

Maxima - - - - - -	38000
media - - - - - - -	22000
minima - - - - - -	6000

SOLIS ☉

Maxima - - - - -	22374
media - - - - -	22000
minima - - - - - -	21626

MARTIS ♂

Maxima - - - - - - -	59000
media - - - - - - -	33500
minima - - - - - - -	8000

JOVIS ♃

JOVIS ♃

Maxima - - - - - -	143000
media - - - - - -	115000
minima - - - - - -	87000

SATURNI ♄

Maxima - - - - - -	244000
media - - - - - -	210000
minima - - - - - -	176000

LUNÆ ☾

Maxima - - - - - - -	61
media - - - - - - -	57
minima - - - - - - - -	53

Per maximam mediam & minimam diſtantiam Planetæ cujuslibet ſive à Sole ſive à Terra non agitur de proportione Geometrica ſed Arithmetica, in qua maxima ſuperat mediam eodem exceſſu, quo media ſuperat minimam.

Ad deſcribendas Planetarum Orbitas in ea poſitione quam obſervant inter ſe & in ea proportione quam diſtantiæ eorum à Sole mediocres poſtulant, (non neglectis Apheliorum & Nodorum locis reſpectivis) ſufficiet deſcribere circulos quorum diametri reſpectivi ſecentur in ratione maximæ & minimæ diſtantiæ quæ convenient Orbitis deſcribendis, curando etiam ut Apheliorum & Nodorum loca ex ſingulorum Planetarum Theoriis ſupra deſcriptis, aut ex Tabulis Aſtronomicis deducta notentur in eorundem Planetarum Orbitis. Hæc omnia ſi accurate deſcribantur, non inutilia erunt ad explicandas directiones retrogradationes & ſtationes Planetarum, eorum-

que alia Phenomena ex Terra vel ex alio quocunque Planeta viſa.

Præter Planetas Primarios quos enumeravimus, ſunt & alii decem Planetæ Secundarii. Nempe Luna quæ menſtruo ſpatio circa Terram Orbitam ſuam peragrat Ellipticam in cujus foco uno Tellus collocatur; quatuor Lunæ ſeu Satellites qui circa Iovem, & quinque Satellites qui circa Saturnum in ellipſibus revolutiones ſuas peragunt: ita ut Iupiter ſit in foco communi omnium Orbitarum ſuorum Satellitum, & Saturnus focum communem unum ſuorum Satellitum Orbitis teneat.

Planetæ omnes ſive Primarii ſint, ſive Secundarii, (excepta Luna noſtra, quæ unica eſt circa Tellurem) hanc legem a Keplero *obſervatam determinatamque ſequuntur, quod videlicet Tempora omnia Periodica Planetarum Primariorum ſint inter ſe in ſeſquiplicata ratione diſtantiarum mediarum eorum à Sole; & quod Tempora Periodica omnium Secundariorum ſint inter ſe in ratione ſeſquiplicata diſtantiarum mediarum reſpectivarum eorum à ſuo Primario. Per diſtantias medias intelliguntur majores ſemi-axes Ellipſium ſeu Orbitarum ad quas referuntur, quumque ſint ſemidiametri qualibet inter ſe ut diametri reſpectivè, (nam* $\frac{a}{2}, \frac{b}{2} :: a, b.$*) in omnibus Planetis Primariis erunt Tempora Periodica in ſeſquiplicata ratione Diametrorum maximorum Orbium quos deſcribunt circa Solem; & in Planetis Secundariis erunt Tempora quibus ſuas periodos abſolvunt in ratione ſeſquiplicata majorum axium Ellipſium quas circa ſuum Planetam Primarium percurrunt. Porro Seſquiplicatam rationem voco, eam quæ intercedit inter radices quadratas duorum Cuborum aut inter duas quantitates quæ ſint ut duæ tales radices: quod ut intelligatur, ſciendum eſt demonſtrari hanc propoſitionem, videlicet quod quadrata Temporum Periodicorum ſint inter ſe ut Cubi diſtantiarum; quapropter ſi Tempora exponantur per* T, t, *& me-*

diæ diſtantiæ per D, d, *habebitur* $T^2 . t^2 :: D^3 . d^3$. *& extrahendo radices quadratas* $T . t :: D^{\frac{3}{2}}\ d^{\frac{3}{2}}$. *atqui* $D^{\frac{3}{2}}$ *& ad* $d^{\frac{3}{2}}$ *in Seſquiplicata ratione ejus quæ eſt inter* D *&* d *ergo* T *eſt ad* t *in Seſquiplicata ratione ejus quæ eſt inter* D *eſt* d; *id eſt in Seſquiplicata ratione Diſtantiarum* (*ſuple mediarum, & proinde etiam majorum axium*) *Sumatur iterum eadem Proportio* $D^3 . d^3 :: T^2 . t^2$. *ſi extrahantur Radices cubicæ habebitur iſta alia Proportio* $D . d :: T^{\frac{2}{3}} . t^{\frac{2}{3}}$. *atqui* $T^{\frac{2}{3}}$ *eſt ad* $t^{\frac{2}{3}}$ *in Subſeſquiplicata ratione ejus quæ eſt inter* T *&* t; *ergo* D *eſt ad* d *in Subſeſquiplicata ratione ejus quæ eſt inter* T *&* t; *hoc eſt in Subſeſquiplicata ratione Temporum Periodicorum. Seſquiplicata autem ratio ſic vocatur, quia aliquam affinitatem habet cum ratione ſeſqui-altera cujus exponens eſt* $\frac{3}{2}$. *Et Subſeſquiplicata ratio ſic nominatur, quià quidpiam ſimilitudinis habet cum ratione ſubſeſquialtera cujus exponens eſt* $\frac{2}{3}$ *Nam veluti ratio ſeſquialtera cujus exponens eſt* $\frac{3}{2}$ *compoſita eſt ex ratione tripla, cujus exponens eſt* $\frac{3}{1}$ *& ex ratione ſubdupla cujus exponens eſt* $\frac{1}{2}$, *ita etiam ratio Seſquiplicata compoſita eſt ex ratione triplicata & ſubduplicata. Et ſic invenietur rationem ſubſeſquiplicatam compoſitam eſſe ex rationibus duplicata & ſubtriplicata, quemadmodum ratio ſubſeſquialtera compoſita eſt ex rationibus dupla & ſubtripla.*

In numeris res clarior fiet. Tellus Periodum ſuam abſolvit in 365 *diebus. Iupiter in diebus* 4332 *neglectis ex utraque parte horis & minutis. Horum numerorum quadrata ſunt* 133225 *&* 18766224 *quorum radices cubicæ ſunt circiter* 51 *&* 265. *Fiat igitur ut* 51, *ad* 265 :: *ita* 100000 *diſtantia media Terræ à Sole, ad quartum numerum. Is erit* 519608 *qui in Theoria Iovis ſupra allata eſt* 519650 *media ſcilicet diſtantia Iovis à Sole in partibus mediæ diſtantiæ Terræ à Sole. Error in noſtro calculo inde oritur quod quædam neglexerimus ſive in Temporibus Periodicis, ſive in approximatione radicum extrahendarum.*

Iam verò ut ad Planetas Secundarios deveniamus, Orbes Satellitum Iovis non differunt ſenſibiliter à circulis Iovi concentricis, in quibus moveri ſatis æquabiliter videntur, adeo ut motus angulares ſeu arcus deſcripti ſint temporibus proportionales ſaltem ad ſenſum. Porro ex Obſervationibus ſatis conſtat Tempora eorum Periodica eſſe in ſeſquiplicata ratione ſemidiametrorum Orbium. Iſta ex Cl. D. Newtono (Phil. Nat. Principiis Mathem. Lib. 3) *excerpo cujus Tabulas ſequentes hic tranſcribere non pigebit.*

Satellitum Iovialium Tempora Periodica.

1	2	3	4
1 d. 18 h. 27′ 34″	3 d. 13 h. 13′. 42″	7 d. 3 h. 42′. 36″.	16. d. 16 h. 32′. 9″.

Diſtantiæ Satellitum à centro Iovis in partibus Semidiametri Iovis.

ex Obſervationibus	1	2	3	4
Borelli	$5\frac{2}{3}$	$8\frac{2}{3}$	14	$24\frac{2}{3}$
Townlei *per* Microm.	5. 52	8. 78	13. 47	24. 72
Caſſini *per* Teleſc.	5.	8.	13.	23.
Caſſini *per* Eclipſ. Satell.	5.	9.	$14\frac{23}{60}$	$25\frac{3}{10}$
ex temp. periodicis.	5, 667.	9, 017.	14, 384.	25, 299.

Satel.

SATELLITUM SATURNIORUM TEMPORA PERIODICA *ex* CASSINO.

1	2	3	4	5
1 d. 21 h. 19′	2 d. 17 h. 41′.	4 d. 13 h. 47′	15 d. 22 h. 41′	79 d. 22 h. 4′.

Diſtantiæ Satellitum à centro Saturni in ſemidiametris Annuli.

	1	2	3	4	5
ex Obſervationibus.	$1\frac{19}{20}$	$2\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{2}$	8	24
ex temp. periodicis.	1, 95.	2, 5.	3, 52.	8, 09.	23, 71.

Tam Iovis quam Saturni Satellitæs, radiis ad ſuum Primarium Planetam ductis areas verrunt temporibus proportionales.

Qui de Satellitibus Plura volent, Gregorium *noſtrum conſulant*, *cui addere poterunt*, Hypotheſes & Tabulas Satellitum Iovis reformatas, juxta novas obſervationes *in libro cui titulus* Obſervations de Mrs. de l'Academie Fol. Pariſiis 1693. *Adire quoque poterunt* Commentaria Reg. Scient. Acad. Paris. *plurimis locis. Sed præſertim* annis 1705 Artic. 4 *in quo nonnullas conſiderationes profert* D. Caſſinus *circa Obſervationes Satellitum & Annuli Saturni.* 1712 *Artic.* 19. *ubi Inclinatio Orbitæ quarti Satellitis Iovis ad planum Eclipticæ ſeu Orbitæ ſui Primarii probatur & confirmatur argumentis ex rara quadam Obſervatione deductis. Per* Dom. Maraldum. 1714 In Hiſtoria; & in Commentariis Artic. 27. *In his duobus articulis Phænomena quædam recenter Obſervata Proponuntur circa Saturni Annulum, ejuſdemque Satellitum motus. Per* D. Caſſinum. *Sed Præclara & prope abſoluta Satellitum Saturniorum Theoria invenietur in* Hiſtoria *&* Commentariis annor. 1716

& 1717. *per eundem* D. Caſſinum. *Non omittendus quoque erit egregius de Syſtemate Saturnio tractatus*, *cujus autor* Clar. & Celeber. Chriſt. Hugenius, *qui Annulum Saturnium primus omnium detexit anno* 1655, *&* *Satellitem unum qui quartus eſt: Cæteri enim a* Celeb. D. Dominico Caſſino *primum obſervati ſunt*; *ſicuti* Galilæi Obſervationibus Satellitum Iovialium *prima cognitio debetur. Supereſt nunc ut de Lunæ Noſtræ Theoria pauca dicamus.*

Luna revolutiones ſuas peragit circa Terram in Peripheria ellipſis mutabilis & poſitione & ſpecie, *cujus focum unum Tellus tenet*, *radioque à Luna ad centrum Terræ ducto areæ ellipticæ eo radio & Linea apſidum interceptæ*, *ſunt temporibus proportionales.*

Lunæ revolutio media Synodica in Syzigiis, *id eſt*, *inter duas conjunctiones vel oppoſitiones cum Sole*, *juxta obſervationes accuratiſſimas eſt* 29 *dier.* 12 *hor.* 44′ 3″ 11‴. *cui tempori motus medius Solis debetur* 29° 6′ 24″ 7‴ *tantundem igitur Luna periodum ſuam prætergreſſa eſt ut Solem attingeret*, *aut ut Soli oppoſita rediret. Itaque ſi hic exceſſus addatur* 360 *gradibus quos emetiri debuit Luna unius revolutionis Periodicæ tempore habebuntur* 389°. 6′ 24″ *pro itinere unâ revolutione Synodicâ percurſo. Fiat igitur ut* 389°. 6′ 24″. *ad* 360°. *ita revolutio Synodica una* 29 ᵈ. 12 ʰ. 44′ 3″ *ad unam revolutionem Periodicam quæ invenitur* 27 ᵈ. 7 ʰ. 43′. 5″. *Sic invento motus Periodici tempore quo Luna unam revolutionem perficit*, *habebitur per regulam trium motus ejus medius diurnus ab* ♈ *videlicet* 13°. 10′ 35″. *à quo ſi ſubducatur Solis motus medius unius diei* 59′ 8″ *ſupererit motus medius Lunæ à Sole* 12°. 11′ 27″. *Apogæum Lunæ fertur in conſequentia motu annuo* 1 *Sig.* 10°. 39′ 52″ *motus ejus diurnus* 6′ 41″. *Si à motu medio ſubtrahatur longitudo Apogæi*, *ſupererit motus ab Apogæo ſeu Anomalia media. Nodi deferuntur in Antecedentia ſeu contra ordinem Signorum. Motus Nodi* ☊ *annuo ſpatio eſt ab* ♈ *in Antecedentia*

dentia (*ut dixi*) 19° 19′. 43″. *diurnus motus* 3′ 11″. *Si Motui Medio Lunæ addatur motus medius* ♌ *habebitur motus medius Lunæ a Nodo* ♌ *qui & Argumentum Latitudinis vocatur. Maxima Orbitæ Lunæ cum Ecliptica inclinatio vix excedit* 5°. 1′ 30″ Lansbergius *tamen maximam obliquitatem ſtatuit* 5°. 16′. *mediam* 5°. 8′. *minimam* 5°.

Ex maxima & minima diſtantia Lunæ à Terra, tota Orbitæ Lunæ determinatio pendet: ea autem ſic definiri poteſt. Obſervatum ſit maximam Lunæ diametrum apparentem eſſe 33′ 30″ *ſive* 2010″ *minimam vero* 29′ 30″ *ſeu* 1770″. *hinc concludetur maximam diſtantiam eſſe ad minimam ut* 201 *ad* 177 *& ex ea ratione cæterarum omnium Orbitæ Lunaris* (*ſi elliptica ſuponatur*) *dimenſionum rationes obtinebuntur. Major quippe axis erit* 378 *diſtantia focorum ab invicem* 24. *diſtantia Foci utriuslibet à centro* 12. *ſed ſi per Parallaxin habeatur diſtantia qu'œvis maxima aut minima in ſemidiametri Telluris partibus, præcedentes numeri,* (*ſervatis iiſdem proportionibus*) *in alios commutabuntur; qui tales erunt ex Calculo & Obſervationibus* D. de la Hire (in (Comment. Reg. Scient. Acad. Paris. an. 1710) *Major axis erit* 11953. *maxima diſtantia* 6356 *minima* 5597. *&c. omnia in partibus quarum una quæque æqualis eſt uni centeſimæ ſemidiametri Telluris parti, ideſt* 15 *leucis quales leucæ ſunt, aut eſſe ſupponuntur in ſemidiametro Terræ* 1500.

Quum Luna Plurimis inæqualitatibus obnoxia ſit, motuum ejus Calculus præ cæteris omnibus difficilis & intricatus eſt. Nam. 1° *ſi Terra in maxima à Sole diſtantia verſetur tunc motus Lunæ, quæ etiam tunc temporis à Sole maximè diſtat, aliquantum acceleratur; ſi vero Tellus in minima a Sole diſtantia ſit, tunc Luna quæ etiam proximè ad Solem accedit lentius progreditur, quo fit ut Tempus Lunæ periodicum Tellure in Aphelio poſitâ, ſit brevius, quam quum Tellus Perihelion occupat, & menſes Periodici proinde inæquales inter ſe ſint.* 2° *Luna in Syzigiis celerrime movetur, in quadratu-*

draturis remiſſiori gradu incedit. 3° *Lunæ motus à conjunctione cum Sole uſque ad primam quadraturam retardatur; inde ad oppoſitionem acceleratur, à qua oppoſitione ad tertiam quadraturam iterum retardatur, unde ad conjunctionem denuo acceleratur.* 4° *Luna ſicut cæteri omnes Planetæ in Apogæo lentius, in Perigæo celerius movetur.* 5° *Lunaris Orbitæ excentricitas mutabilis eſt. Maxima eſt quando Linea apſidum coincidit cum linea qua junguntur centra Solis & Terræ in Syzigiis: hoc eſt, ſi Luna poſita in Syzigiis, in Apogæo aut in Perigæo etiam verſetur, tunc maxima erit Lunaris Orbitæ excentricitas, & eædem diſtantiæ quas ſupra diximus obtinebunt. In aliis omnibus Syzigiarum poſitionibus, excentricitas magis minus ve curtabitur; quo fiet ut Orbitæ Lunæ ſpecies ſemper mutetur. Exempli gratia ſi Luna in quadraturis exiſtens, Apogæum aut Perigæum tunc occupet maxima Lunæ à Terra diſtantia ſupra dicta* 6356 *eadem quidem erit, minima vero* 5597 *locum non habebit, ſed alia nempe* 5769, *unde & Lunæ Orbita diverſa prorſus erit.* 6° *Ipſum Apogæum Lunare* (*juxta* D. Keillium *cujus hîc verba tranſcribo*) *inæquabili fertur motu; quando nempe eſt in Syzigiis cum Sole progreditur, in quadraturis regreditur, & progreſſus & regreſſus illi non ſunt æquabiles, ſed Luna in quadris verſante tardius progreditur, vel forſan etiam regreditur. In Syzigiis verſante Luna, Apogæum celerius progreditur.* 7° *Nodorum motus in Antecedentia non eſt æquabilis, moventur celerrime, quum ſunt in Aſpectu Quadrato cum Sole: ſi vero ſint in Syzigiis quieſcunt penitus, in locis intermediis regrediuntur tardius. Sed in eadem Satellitis revolutione* (*cæteris paribus*) *regrediuntur celerius, quando Satelles in Syzigiis verſatur.*

De Eclipſibus tam Lunaribus quam Solaribus fortaſſe hic aliquid addendum foret, ſed quicquid eas attinet luce clarius expoſitum videre Lector *poterit apud* Autorem *noſtrum. Duas tamen hoc loco Tabulas ex* Keillio *excerptas tranſcribam.*

PLA-

PLANETARUM PERIODI ET DISTANTIÆ MEDIÆ

	Periodica Tempora				Diſtantiæ mediæ
♄	10759 dies	6 horæ	36′	26″	953800
♃	4332	12	20	25	520110
♂	686	23	27	30	152369
☉	365	6	9	30	100000
♀	224	16	49	24	72333
☿	87	23	15	53	38710

Obſervandum eſt circa hanc Tabulam, 1°. *eam Conſtructam eſſe juxta receptum ab omnibus recentioribus Aſtronomis Placitum, quod nempe Quadrata Temporum Periodicorum inter ſe ſint ut cubi Diſtantiarum, ſeu in triplicata ratione earundem.* 2°. *Periodus* ☉ *quæ in tabula ponitur* 365 d. 6 h. 9′ 30″ *quæque differt à Periodo noſtra ſupra allata* 365 d. 5 h. 49′ 24″ *vocatur à* Keillio *Periodus Anomaliſtica ſeu Annus Anomaliſticus ut autem ratio hujus diverſitatis intelligatur, meminiſſe oportet axem Æquatoris uſque ad Cœlum ſtelliferum productum deſcribere motu lentiſſimo circellos hinc & inde circa Polos Ecliptica, & ab eis diſtantes* 23° 29′ *huncque motum fieri in antecedentia motu lentiſſimo, hoc autem motu (qui ad explicandam Præceſſionem Æquinoctiorum neceſſarius eſt) evenit ut quum Tellus, à Sectione Verna profecta, ad ſectionem aliam Vernam retro poſitam advenerit, nondum revolutionem unam integram peregerit, deſitque ad eam revolutionem tempus cui convenit motus annuus Præceſſionis Æquinoctiorum. Porro* Keillius *motum annuum hujus Præceſſionis ſtatuit* 50″ *Periodum autem communem ponit* 365 d. 5 h. 48′. 57″. *quæ differt a Periodo Anomaliſtica ſupra poſita* 365 d. 6 h. 9′. 30″. *ſcrupulis horariis* 20′. 33″. *& huic differentiæ competit motus medius* 50″ *ergo recte conſtituit Periodum Anomaliſticam quæ in Tabula ſupponitur.*

Diameter Solis eſt ad Diametrum	Saturni	- - - -	137
	Iovis	- - - -	181
	Martis	ut 1000 ad	6
	Terræ		7
	Veneris	- - - -	12
	Mercuri.	- - - -	4

Quumque Sphæræ ſint inter ſe ut Cubi Diametrorum

erit Sol ad	Saturnum	- - - - - -	2571353
	Iovem	- - - - - -	5929741
	Martem	ut 1000. 000. 000. ad	216
	Tellurem		343
	Venerem	- - - - - -	1728
	Mercurium	- - - - - -	64

Hæc omnia eliciuntur ex Obſervationibus & ex calculo Celeb. Hugenii *in Syſtemate Saturnio, ex quo addendum, Diametrum Saturni eſſe ad Diametrum ejus annuli ut* 4 *ad* 9 *quam proximè: niſi potius dicendum: Ex* Hugenio*: Diameter Solis eſt ad Diametrum Annuli ut* 1000 *ad* 297. *ſed per Tab. Præced. Diameter Solis eſt ad Diametrum Saturni ut* 1000 *ad* 137. *ergo Diameter Annuli eſt ad Diametrum Saturni, ut* 297 *ad* 137 *quæ ratio eſt ut* 9 *ad* $4\frac{5}{33}$.

Quæ hactenus de Mundi Syſtemate diximus, quum ex Celeberrimorum Aſtronomorum Obſervationibus & ratiociniis deprompta fuerint, ea oſtendunt per ſe ſatis quid faciendum ei incumbat qui Cœleſtium motuum rationes Phyſicas & Geometricas aſſignare voluerit. Mirabunturque Lectores Autoris noſtri ſagaciſſimum ingenium in deducendis motuum veris cauſis, ex paucis inconcuſſiſque principiis; puta ex Gravitate quam obtinere in toto Mundano noſtro Syſtemate experientia demonſtrat; ex legibus virium centralium; ex motuum compoſi-

poſitorum natura; ex proportionibus diverſis velocitatum, virium, qualitatum ve, juxta varias diſtantias ac directiones agentium aut reſiſtentium Corporum; ex Geometricis Curvarum, figurarum, linearumque proprietatibus; &c. Sed jam ſupereſt ut de iis omnibus non nihil attingamus & Præſtantiſſimum Gregorii *Noſtri Librum, Opus (ut ait* Keillius) *cum Sole & Luna duraturum, paucis evolvamus.*

Breves in Astronomiæ Physicæ et Geometricæ Elementa Considerationes.

Totum hoc Opus in Sex Libros *partitur* Gregorius. Primus *Syſtema* Copernicanum, Keplerianum *potiùs, quod expoſuimus adſtruit, Cætera alia ad examen vocata rejicit.* Secundus *de Primi Mobilis motu, de Temporis diviſione, de Primi Mobilis Problematum per Machinas & calculum reſolutione, de Parallaxibus & Refractione Syderum &c. diſputat.* Tertius *Planetarum Primariorum Theoriam exponit.* Quartus *Planetarum Secundariorum, id eſt, Satellitum Theoriam explicat.* Quintus *totus eſt de Cometis.* Sextus *de Aſtronomia Comparativa, id eſt, de Phenomenis Planetariorum motuum tractat, poſito ſpectatore aut in Sole aut in quovis Planeta Primario vel Secundario.*

Liber Primus.

1°. *Si Planetarum Primariorum circa Solem gyrantium motus è Sole ſpectentur, moveri Planetæ illi videbuntur ſecundum Ordinem Signorum, lentius quidem in Apheliis reſpectivis, velocius in Periheliis (propter Orbitarum Excentricitates) ſed ſemper tamen Directi, nunquam vero Stationarii, aut Retrogradi apparebunt radiiſque quemlibet Planetam vehentibus ad Solem ductis areæ ellipticæ deſcribentur Temporibus proportionales. Quia autem varia Orbium eſt in-*

terſe inclinatio, in quorum omnium planis Sol conſtitutus eſt, alii aliis repectu Æquatoris Solis nunc ſuperiores, nunc inferiores conſpicientur, neque ſecundum lineam rectam cum Sole poſiti duo ſimul apparebunt, niſi quum illi in Orbitæ ſuæ cujuſque Nodis verſabuntur. Sed & illis apparentiis accenſendæ quoque illæ erunt quæ ex Apheliorum motu in conſequentia, naſcuntur: addendum que præterea, quod quum Sol circa axem ſuum rovolutionem unam peragat etiam in conſequentia Signorum 27 dier. $\frac{1}{2}$ ſpatio reſpective ad Terram. Sed 25 diebus habita ratione ad Fixas, videbuntur Fixæ omnes, & omnes Planetæ motu quodam communi Primi Mobilis abripi contra ordinem Signorum, 25 dierum ſpatio in circulis Æquatori Solis parallelis, qui Æquator, ad Eclipticam inclinatus eſt gradibus 7 $\frac{1}{2}$. Nodis exiſtentibus in 8 Geminorum & in 8 Sagittarii. Ex quibus emendandum eſt quod Gregorius *ait pag. 49. Axem Æquatoris Solis inclinatum eſſe ad Planum Eclipticæ angulo quaſi 83$\frac{1}{2}$ cujus loco dicendum 82 $\frac{1}{2}$.*

Nunc vero ſi Fixarum errantium que Stellarum motus è Terra noſtra conſpiciantur; nova cœli facies apparebit. Revolutiones Primi mobilis non jam erunt ut in Sole 25 dierum, ſed 24 horarum; Sydera que omnia moveri videbuntur motu diurno in circulis Æquatori noſtro parallelis id eſt in circulis parallelis Circulo cuidam ad Eclipticam inclinato 23°. 29′. quum è contra è Sole ſpectata videantur moveri motu Diurno Solari in Circulis parallelis Æquatori Solis qui ad Eclipticam inclinatus eſt gradib. 7 $\frac{1}{2}$ & cujus nodi ſunt in gradib. 8 ♊ & ♐ non vero ut noſtri Æquatoris in ♈ & ♎. Tota Prima Sectione verſatur Autor in explicandis Planetarum Phænomenis ex eorum longitudine & latitudine ortis, ſi è Sole aut ex Tellure Cæleſtium Corporum motus ſpectentur.

2°. *Secunda Sectione demonſtrat* Autor *Corpora Omnia, ſi ad*

ſi ad centrum quoddam in gravitatis tendant, & moveantur ſimul interea ſecundum lineam rectam poſitione datam, ex motu illo compoſito oriri lineam trajectoriam curvam, verſus centrum dictum cavam, in qua areæ ſub curvæ portionibus & ſub rectis ad centrum ductis comprehenſæ Temporibus ſunt proportionales. Hæc eadem propoſitio à Cl. Newtono. *demonſtratur quoque* (Phil. Natur. Princ. Math. lib. 1. pag. 34.) *Porro ex propoſitionis hujus converſa nempe quod ſi Corpus aliquod deſcribat Curvam, verſus aliquod punctum ſemper cavam, & areæ ſint Temporibus proportionales corpus illud ad dictum punctum tendat; ex hac inquam converſa quæ vera eſſe probatur, demonſtrat* Autor *Planetas Primarios tendere non verſus Terram ſed verſus Solem. Et quidem ſi de Mercurio & Venere res agatur, aſſertio pátet, quum illorum Planetarum orbitæ non ſecundum ſuas omnes partes verſus terram cavæ, ſed ex aliqua parte Cavæ, ex aliqua vero convexæ ſint. De omnibus vero Planetis idem demonſtratur nempè eos ad Terram non tendere quippe qui nunc retrogradi, nunc directi, nunc ſtationarii ſint, nec radiis ad Terram ductis areas deſcribant Temporibus proportionales, ſed tantùm circa Solem juxta dictas leges progrediantur. Quodque de Planetis Primariis dictum, idem de Cometis dicendum.*

3°. *Tertia Sectione exponuntur primo Planetarum Secundariorum ordo & diſtantiæ à ſuis Primariis, & revolutionum Periodicarum eorundem Tempora, nec non & Lunæ noſtræ motuum Phænomena, quæ omnia Priori hujus Præfationis parte accuratè ſatis deſcripſimus. Deinde de Lunæ Phaſibus, de Lunaribus & Solaribus Eclipſibus diſſeritur, quas contingere neceſſe eſt Solares quidem in Lunæ & Solis conjunctionibus, Lunares vero in Oppoſitionibus, ſi modo Luminaria duo aut ſint in Nodo eodem aut in nodis oppoſitis in quibus caſibus totales erunt Eclipſes: Aut certe ſi Latitudo Lunæ aliquanto minor ſit quam ſumma ſemidiametrorum apparentium Solis & Lunæ in quibus caſibus conſideranda eſt Parallaxis*

laxis Lunæ, quæ aliquando Eclipſin Solis alioqui futuram impediet, aliâs vero non futuram adducet, Tertio Probat Secundarios Planetas tendere verſus ſuum Primarium (puta Satellites Iovis verſus Iovem, &c. & Lunam noſtram verſus Tellurem,) areas que radiis ad Primarium ſuum ductis deſcribere temporibus proportionales.

4°. *Sectione quarta probatur ex omnium Planetarum Primariorum circa Solem & Secundariorum circa ſuum Primarium Periodicis revolutionibus, eorundem que diſtantiis reſpectivis obſervatis ita eſſe Quadrata Temporum Periodicorum; ut Cubos Diſtantiarum (ſupple mediarum) ſed quia hujusce modi demonſtrationes quæ ex enumerationibus obſervationum eruuntur parum accuratæ videri poſſunt, ideo* Gregorius *Noſter ad Geometricas rationes recurrit quas in tota reliqua Sectione multis verbis & mirum in modum explicat.*

5°. *Sectione quinta de Motu Primariorum circa axes Proprios, eorundem que figura diſſerit. De motu illo rotationis non nihil ſuperius adduximus. Figuram quod ſpectat veriſimile eſt quod quum Planetæ omnes formationis ſuæ initio ex materia fluida aut ſaltem molli coaluerint eam rotando figuram induerint quæ in Iove animadvertitur; nempe quod in Sphæroides verſus extremitates axis circumvolutionis depreſſas, & verſus Æquatorem ſuum prominentes abierint. Res autem aliter ſe habet in Tellure noſtra quæ verſus Æquatorem depreſſior verſus polos oblongior eſſe experimentis deprehenditur quemadmodum a nobis obſervatum eſt pag. 51. ubi circa hanc quæſtionem de Figura Terræ Lectores ad* Hiſtoriam *&* Commentarios Reg. Scient. Acad. Pariſienſis *remiſimus. Verum in eorum gratiam quibus ex ipſis fontibus haurire non licebit, pauca hic addemus. Ex* Obſervationibus *primum à* D. Richerio *in* Cayenna *Inſula factis anno* 1672. (*cujus Inſulæ Latitudo Borealis eſt grad.* 4.) *aliis que plurimis accuratiſſime habitis, conſtat longitudinem Penduli cujus Oſcillationes ſingulæ ſingulis minutis ſecundis horariis* Pariſiis

pera-

peraguntur, eſſe aliquanto majorem prope Æquatorem, ut eodem tempore Oſcillationes illic deſcribantur, ita ut ſi longitudines Penduli ſub Æquatore, & Pariſiis *æquales ſint, Oſcillationes ſub Æquatore ſint minus acceleratæ quam* Pariſiis. *Inde concluditur vim acceleratricem gravitatis ſub Æquatore minorem eſſe, creſcere vero, prout ad Polos magis acceſſeris, quum que vis acceleratrix gravitatis minuatur in ratione inverſa quadratorum diſtantiarum à centro gravium, id eſt quum gravitas acceleratrix minor ſit in majori diſtantia gravium à centro hinc ſequi videtur Tellurem prominentiorem eſſe ſub Æquatore (quum illic gravitas acceleratrix minor eſſe deprehendatur) & inde magis ac magis deprimi eundo ad Polos. Præterea ſi Tellus initio formationis ſuæ ex materia molliori coaluerit (quod ex lapidum omnium generationis attenta conſideratione extra dubium poſitum videtur) ſimulque rotationis motu ſuper axem donata fuerit, dubitari vix poteſt quin vis centrifuga major fuerit ſub Æquatore, unde ad Polos progrediendo, magis ac magis decreſcens, in ipſis demum Polis, nulla exiſteret; ex quo ſequitur eadem figura Telluris quæ ſupra: Materia enim verſus Æquatorem vi gravitatis centrifugæ Telluris circa axem rotantis aſſurgere debuit & recedere a centro, ac demum Tellus ipſa Sphæroidis figuram induere verſus Polos depreſſam. Hujus autem figuræ conſectarium eſt quod gradus meridiani cujus libet inæquales ſint, id eſt quod minores ſint prope Æquatorem, indeque eundo ad Polos magis ac magis augeantur. Sed extant Obſervationes accuratiſſimæ & a viris peritiſſimis inſtitutæ Occaſione Meridianæ Lineæ que ex* Obſervatorio Regio Pariſienſi *per maximam fere Galliæ dimenſionem illinc ad Boream, hinc ad Auſtrum producta eſt, ex quibus Obſervationibus non per conſectaria ſed directè & per ſenſibilem experientiæ demonſtrationem conſtat gradus Meridiani circuli minores ac minores ſemper evadere accedendo ad Polum, ex quo ſequitur Terræ figuram eſſe oblongam & Æquatorem eſſe*
Meri-

Meridianis aut circulis latitudinis minorem. Non hujuſce loci eſt explicare qua ratione fieri poſſit ut quanquam vis acceleratrix gravitatis minor ſit ſub Æquatore, quam verſus Polos (quemadmodum patet ex penduli ejuſdem longitudinis Oſcillationibus diuturnioribus ſub Æquatore quam verſus Polos) non tamen inde ſequatur Tellurem eſſe Sphæroidem verſus polos depreſſam (quod omnino experientiæ repugnat) addoque penduli Phænomenorum rationes peti poſſe ex eo quod vis centrifuga major ſit ſub Æquatore; unde ſequitur Gravia aliquanto minus gravitare circa Æquatorem quam eundo ad Polos; majorem que futuram ſub Æquatore levitatem ſi Terræ figura eſſet (ut priſcis fortaſſe temporibus fuit) Sphærois depreſſa verſus Polos. Quis enim poſt ingentes ſtrages quibus tota Telluris facies non ſemel ſubverſa eſt, ut ex montium immenſis innumeriſque ruderibus, ex concharum foſſilium altaque terra obrutarum magnis molibus apparet, & ut maxime ex piſcium, plantarum exoticarum, conchyliorum que & oſſium omnis generis reliquiis aut impreſſis veſtigiis perſpicuum eſt, quæ in marmorum, aliorum que lapidum viſceribus incluſa reperiuntur, quis inquam iis omnibus non paucarum mutationum indiciis certiſſimis attento animo conſideratis, affirmare audeat, quænam ſit Telluris figura, qualis ve olim fuerit; an primigenia ejus figura quæ Sphærois depreſſa forſitan fuit, aut fortaſſis etiam oblonga, eadem etiamnum perſeveret, an verò non in alias atque alias Seculorum decurſu figuras immutata fuerit. Sed Hæc ſatis. Qui plura volent, eaque ex profundioris Phyſicæ & Geometriæ penetralibus deſumpta, adeant Hiſtoriam & Commentarios Reg. Academiæ *de quibus ſupra. Verum ut ad rem redeamus. Ex Telluris motu diurno circa axem proprium ab occaſu in ortum, alia omnia Sydera tam fixa quam errantia, ſpectatori in Terra degenti videntur velociſſimo impetu abripi in contraria Signorum, id eſt, ab Ortu in occaſum, ut jam dictum, & ab Autore fuſe explicatur.*

6°. Sectio

6°. *Sectio ſexta, de Planetarum Orbitis, Orbitarum que figura tractat. Probatur in ea Primarios deſcribere ellipſes quorum focum unum communem Sol tenet; Cometas deferri in Sectionibus Conicis, in quarum foco interno Sol poſitus eſt; & Planetas Secundarios revolutiones ſuas perficere circa Primarium ſuum in Orbitis Ellipticis quorum focus unus à Primario occupatur. Vires deinde quæruntur quibus ſit ut omnes in Orbitis ſuis retineantur. Qui voluerint Geometricas Autoris noſtri demonſtrationes facilius intelligere, conſulere poterunt* Philoſoph. Nat. Princ. Mathem. Clar. Newtoni, Phoronomiam D. Hermanni, Opuſcula varia D. Varignonii in Commentariis R. Scient. Acad. Paris. *præſertim annis* 1692 *de Motu Motûsque regulis in genere.* 1693 *de Motibus acceleratis.* 1700 *de Viribus Centralibus Planetarum neceſſariis ut Orbitas ſuas deſcribant.* 1701. 1703 *& ſequentibus annis plurima occurrent circa idem argumentum.*

7°. *Sectione ſeptima oſtendit* Gregorius *Planetas & Cometas omnes in Orbitis ſuis retineri per Gravitatem, cujus leges non differunt ab ea quam experimur obtinere in projectionibus gravium, puta in Globi ferrei emiſſione per mortarium, aut in alia quavis impetuoſa gravium emiſſione. Iſtud Autor demonſtrat Calculo arithmetico in motu Lunæ circa Tellurem, idemque confirmat ſequenti argumento. Ex aliquo eminentiori loco ſupra Tellurem poſito projiciatur corpus aliquod grave ſecundum directionem Horizonti parallelam, ſi minima aut nulla vi projiciatur, per rectam lineam verticalem nimirum in Terram decidet; ſi majori vi projiciatur deſcribet curvam & ad Terram perveniet in aliquo puncto minus magiſve à pede verticalis lineæ remoto, prout minori majorive impetu projectum fuerit, ſed ſi vis projiciens eo uſque augeatur, ut Terram non attingat, donec ultra punctum in Terra pedi verticalis Lineæ e diametro oppoſitum pervenerit, tum rurſus ex alia parte aſcendens, Ellipſin complebit; atque eandem rurſus perpetuo non impeditum deſcribet; & Planeta fiet &c. Idem*

f *omnino*

omnino affirmat D. de Louville (in Comment. R. Scient. Acad. 1720.) *& verum cenſeri debet, ſi modo vis centrifuga e projectione in lineam rectam orta, ita cum vi centripeta ſeu gravitate attemperetur ut demum in toto Orbitæ decurſu compenſatis viribus contrariis ſumma tota ad æqualitatem redeat. Imo vero ut* Gregorius *addit poterit eo uſque vis centrifuga ex Projectionis vehementia profecta augeri, ut Corporis gravis Trajectoria in Parabolam deſinat aut etiam in Hyperbolam. Hinc Autor demonſtrat Omnes Planetas Primarios in Solem, Secundarios vero in Primarium ſuum graves eſſe, & vi gravitatis in Orbitis ſuis retineri. Gravitatis autem ea lex eſſe demonſtratur, videlicet quod vires centripetæ ſeu gravitatis, inter ſe ſint in ratione reciproca quadratorum diſtantiarum à centro verſus quod tendunt; quod quidem ita perſpicuum eſt de viribus omnibus aut à centro quopiam profectis veluti ſunt calor, Lux, virtutes Magneticæ, &c. aut ad centrum aliquod vergentibus, ut vix demonſtratione indigeat. Poſtremo addit Gravitates acceleratrices Corporum duorum vi centripeta ſe appetentium in eadem diſtantia eſſe inter ſe ut corpora verſus quæ accelerantur id eſt v. g. Gravitas acceleratrix Lunæ ad Terram tendentis eſt ad gravitatem acceleratricem Terræ in Lunam gravitantis ut Tellus verſus quam Luna tendit ad Lunam verſus quam Tellus dirigitur.*

8°. *Sectione Octava agitur de motu corporum ſe mutuo attrahentium. In ea Sectione Probatur quod ſi duo corpora ſe mutuo attrahant, & interea circum ſe invicem revolvantur, non unum circa aliud proprie, ſed utrumque circa commune centrum gravitatis revolvatur. Plurima in eam rem adducuntur & demonſtrantur quæ Lector videre apud ipſum Autorem poterit.*

9°. *Sectione nona, ex ſupra demonſtratis probatur Planetas Primarios non circa Solem ſed circa commune centrum Gravitatis Solis & eorundem Planetarum periodos ſuas abſolvere;*

vere: quod etiam revolutionibus Secundariorum circa Primarios ſuos applicari debet. Nec propriè Tellus v. g. ſed ejus & Lunæ gravitatis centrum commune Orbitam deſcribit ellipticam. Inde judicari facile poteſt deviationes & errores oriri in Planetarum tam Primariorum quam Secundariorum motibus, ſive ſecundum Longitudinem, ſive ſecundum Orbitarum inclinationes mutuas; quæ omnia clarè ac dilucide explicantur. Cæterum Quod ait Gregorius *Prop. 64. propter figuram Terræ puncta Æquinoctialia regredi; & Axem Terræ ſingulis revolutionibus annuis bis mutare inclinationem ad Eclipticam, & bis redire ad inclinationem priorem; Id parum certum videbitur ſi demonſtratum maneat figuram Telluris aliam prorſus eſſe quam ab Auctore ſupponitur. Itaque alia quærenda erit horumce Phænomenorum ratio, quæ fortaſſis rectius petetur ex figura Telluris verſus polos oblongiore, aut fortaſſis etiam ex mutua Gravitate Lunæ in Tellurem, & Telluris in Lunam.*

10°. *Sectione decima variæ Philoſophorum ſententiæ circa cauſas motuum Planetarum, exponuntur & refelluntur. Cauſas Phyſicas Motuum Planetarum à* Keplero *allatas exponit* Auctor *& quæ in* Kepleri *Phyſicis explicationibus à vero diſcedere videntur notat & rejicit. Sic* Carteſii *Phyſicam Cœleſtem, nempe vortices Planetarum à Sole ſuper axem rotante abreptos in medium affert, & ex accurata Geometria petitis demonſtrationibus confutat. Sic* Clariſſ. Leibnitii *Hypotheſin deferentium fluidorum ad examen vocat, & pariter ut parum Phyſicis rationibus conſentaneam reprobat.*

11°. *Sectione undecima Syſtemata varia mundana expendit Noſter. Syſtema Semi-tychonicum in eo Solum a* Tychonico *differt quod illud motum Telluri ſuper axem proprium concedat quem Tychonicum ipſi denegat: utrumque* Gregorius *examinat & oſtendit in utroque Leges gravitatis ſimul contrarias ſupponendas eſſe ſi alterutrum verum eſſe ſuponatur, parique methodo Syſtemata* Ptolemaicum, Ægyptium, *vel*

Ricciolicum *examinat, & quæ gravitatis leges ad ea conſervanda eſſe neceſſariæ videntur indicat.*

Liber Secundus.

Libro Secundo Gregorius *Doctrinam primi Mobilis tradit.*

1°. *Prima Sectione varios Spheræ Circulos explicat. Sphæræ rectæ, obliquæ, parallelæ Phænomena & proprietates exponit. Crepuſculi cauſas affert & limites præſcribit, nec ſilentio prætermittit Lumen quoddam quod primum anno 1685 obſervatum eſt veſpere à* Dom. Caſſino *&* D. Fatio *paulo ante Æquinoctium Vernum, à Sole orientem verſus ſecundum Eclipticam protenſum (Videatur Hujuſce Phænomeni deſcriptio apud* Noſtrum pag. 188. *& maximè in* Biblioth. Univerſali D. Clerici Tom. 3. an. 1686 pag. 145.) *denique Stellarum ortum & occaſum Poëticum triplicem, nempe Coſmicum, Achronicum, & Heliacum enumerat & explicat.*

2°. *Secunda Sectione de Temporis diviſione agitur, in Dies, Horas, Menſes & Annos, quarum omnium Temporis partium ſpecies omnes indicantur. Illic de Annis* Ægyptiacis Julianis *&* Gregorianis *diſſeritur. Tum Epochæ Celebriores recenſentur, puta Nativitatis* Chriſti, *quæ & Æra* Chriſtiana *dicitur. Cujus initium ſumitur ipſo die Kalendarum Ianuarii qui proxime ſequitur* Chriſti *Nativitatem; 45 annis poſt correctionem Kalendarii* Julii Cæſaris *juſſu factam. Antiquiores ſunt Epocha Olympiadum, Epocha Urbis conditæ &c.*

3°. *Sectione tertia traduntur deſcriptiones Sphæræ armillaris & Globorum Cœleſtis & Terreſtris, Globorumque præcipui uſus explicantur.*

4°. *Sectio quarta docet qua ratione per obſervationes determinari queant meridianus circulus. Poli, & Æquatoris altitudo,*

titudo, Syderum declinatio, Inclinatio Ecliptica ad Æquatorem, ejuſque & Colurorum, & Tropicorum & circulorum Polarium reſpectu Æquatoris poſitio. Mirum eſt quanta fuerit apud Aſtronomos opinionum diverſitas circa maximam Obliquitatem Ecliptica ut apud Autorem *noſtrum, & in Aſtronomia* P. De Chales 2. edit. Pag. 369 *& alibi paſſim videre licet. Sed miſſis cæteris opinionibus. Clariſſ.* D. de Louville *ſententia aut conjectura eſt Ecliptica Obliquitatem* 100 *annis uno gradûs minuto, ſeu ſcrupulo primo minui. Illud autem ex veterum obſervationibus eruditiſſimo criterio diſquiſitionibusque ſagaciſſimis colligit, in hunc fere modum. Extabat apud Ægyptios teſte* Herodoto, *quaſi per manus accepta & tradita opinio, Eclipticam quondam ad Æquatorem perpendicularem fuiſſe, ſed hujuſce Opinionis alia ratio aſſignari non poteſt, niſi quod ex plurimorum Sæculorum obſervationibus Ægyptii videntes obliquitatem Ecliptica minorem ac minorem ſemper evadere, inde collegerunt eam priſcis Sæculis* 90 *graduum obſervatam fuiſſe. Fabuloſa ſane ſit ea immenſa Obliquitatis Ecliptica obſervatio, conſtat ſaltem obſervatum eſſe Eclipticam magis ac magis ad Æquatorem accedere. Præterea* Diodorus Siculus *refert Chaldæos à primis obſervationum ſuarum Aſtronomicarum initiis ad eum uſque annum quo* Alexander Magnus *Babylonem ingreſſus eſt numeraviſſe* 403000 *annos, qui numerus portentoſus profecto & incredibilis cenſeri debet, ſed ſi veritatem a fabula hic ſecernere velis facili negotio fiet. Obſervaverant ſcilicet per plurima ſecula certo quodam annorum ſuorum numero obliquitatem Ecliptica minorem fieri certa quadam quantitate, indeque collegerant à tempore* Alexandri *ad ea tempora quibus Ecliptica Æquatorem ad Angulos rectos ſecare debuiſſet effluere potuiſſe* 403000 *annos atque ita jactabant ſe totidem annorum ſuorum obſervationes habere, quo vetuſtioris originis dignitate gaudere poſſent. Habebitur igitur ratio tam ſuperbæ Chaldæorum jactantiæ, ſi modo conſtet Epocham Eclip-*

 tica

ticæ ad Æquatorem rectæ talem quam proxime eſſe potuiſſe quale initium obſervationum ſuarum conſtituebant. Porro ex calculo D. de Louville *ea Epocha debuit eſſe ante tempora* Alexandri Magni (*poſito Obliquitatis Eclipticæ decremento unius ſcrupuli primi per* 100 *annos*) 397150 *annorum noſtrorum quorum ſinguli ſunt dierum* 365 $\frac{1}{4}$ (*tales enim anni* 100 *dant decrementum ſcrupuli unius primi*) *Probat autem* D. de Louville *Annos Chaldæorum & Ægyptiorum fuiſſe tantum iis temporibus dierum* 360. *Multiplicetur itaque Epocha* 397150 *annorum noſtrorum per* 365 $\frac{1}{4}$ *& productus numerus dividatur per* 360 *habebiturque Epocha eadem in annis Chaldæorum* 402942 *quæ differt ab ea quam ſupponebant Chaldæi videlicet à* 403000 *tantum* 58 *annis. Mirus ſane hîc conſenſus opinionis* D. de Louville *reperietur cum Obſervationibus veterum ex quibus ad tam longinqua retro Sæcula excurrendi occaſionem arripuerant. Sed ad* Autorem *noſtrum redeamus.*

5°. *Sectione quinta Stellas fixas in Claſſes diſtribuit, Conſtellationes enumerat; Fixarum Aſcenſionem rectam per obſervationes determinare docet, & declinationem invenire, & Longitudinem definire. &c. de Fixarum Catalogis condendis agit, & de Catalogorum illorum Autoribus inter quos præcipuum locum obtinet* Hevelius. *Fixarum vero Catalogum promiſerat omnium ampliſſimum & obſervationibus accuratiſſimis omnino innixum* Clariſſ. D. Flamſtedius. *Mutationes deinde aliquot inter Fixas recenſet* Autor *noſter, quibus addere Lectores debebunt quæ de eodem argumento occurrunt paſſim in* Commentariis Reg. Scient. Acad. Paris. *Docet inſuper invenire Fixarum Motum in conſequentià, unde Præceſſio Æquinoctiorum pendet, & eorum loca reperire tempore dato.*

6°. *Sectione ſexta datur methodus ad ſolvenda Problemata primi mobilis, & alia quæ ad Geographiam ſpectant, eaque*

que omnia per communem Triangulorum Sphæricorum calculum. Inter Problemata illa primarium ſibi locum vendicant Propoſ. 41. *qua docetur parallelum invenire, in quo Sol verſatur tempore Minimi crepuſculi & Prop* 42. *in qua, dato poſitione plano cui* Horologium Sciotericum *inſcribendum eſt, Linea Meridiana, Angulus ſtyli, & Linea ſubſtylaris invenienda proponuntur. Sed hæc Propoſitio & duæ ſequentes quæ de eodem argumento tractant potuiſſent fortaſſis clarius aliquanto exprimi.*

7°. *Sectio ſeptima agit de Syderum Parallaxi cujus ſpecies variæ diſtinguuntur; ſed primaria eſt Parallaxis Altitudinis ex qua cæteræ nempe Parallaxis Longitudinis, latitudinis, Aſcenſionis Rectæ, &c. originem trahunt. Longior eſſem ſi omnia enumerarem, quæ utilia profert Noſter circa hanc materiam.*

8°. *Sectio octava Refractionem Syderum explicat. Parallaxis Altitudinis Sydus viſum deprimit, Refractio æquo altius oſtendit. Docet Autor qua ratione definiri poſſit quanto per Refractionem Stella altior appareat quam revera ſit, & Tabularum Refractionum condendarum methodum proponit.*

9°. *In Sectione nona de Compoſitione Tabularum Primi motus ſeu Primi Mobilis diſſeritur. Tres Tabulæ hujuſmodi ſimul diſponi poſſunt quæ in unam coaleſcent, nimirum Tabulæ Declinationis & Aſcenſionis Rectæ ſingulorum Eclipticæ graduum, & Angulorum Eclipticæ cum Meridiano: ad illam Tabulam ex tribus compoſitam adduntur ſequentes, videlicet Tabula converſionis partium Æquatoris in tempus medium; & Tabula converſionis Temporis medii in partes Æquatoris. Tabula Aſcenſionis Rectæ & Declinationis Præcipuarum Fixarum pro certo tempore dato, cum differentiis tam dictarum Aſcenſionum rectarum quam Declinationum pro certo annorum numero; Tabula Refractionis Syderum & aliæ quas Autor in hac Sectione libri ſecundi ultima indicat.*

LIBER TERTIUS.

1°. *Iam diximus Anomalias Medias non poſſe exprimi in Planetarum Orbibus juxta* Kepleri *ſententiam, omnium Aſtronomorum recentiorum & peritiſſimorum calculo comprobatam, niſi per areas Ellipticas Temporibus proportionales, monuimuſque angulos quos in Foco radii Planetam vehentes cum Linea Apſidum comprehendunt, Anomalias coæquatas aut veras vocari. Quæritur ergo ut data Anomalia media inveniatur Anomalia coæquata. Hoc eſt celeberrimum illud Problema à* Keplero *propoſitum, & cujus ille Solutionem directam impoſſibilem eſſe judicans, regulas Poſitionum adhibuit, ſupponens Anomaliam excentri datam &c.*

Quoniam igitur hujuſce Problematis ſolutio difficillima eſt, ideo nihil Autor *noſter negligit, ut ſive methodo directa ſive indirecta, ſive per utiles approximationes quæſtioni fiat ſatis. Prima Sectionis hujus primæ propoſitione præmiſſo lemmate præparatorio ex quo conſequitur perinde eſſe ſi ſemi-circulum ſemi-ellipſi circumſcriptum, aut ſi ellipſim ipſam ex Foco dato dividas in Areas temporibus proportionales, docet ex ſemi-circulo ſic diviſo ellipſim etiam facili negotio ſecundum eaſdem proportiones dividere. Secunda propoſitione docet ex data Anomalia excentri Anomalias veras & ex veris medias correſpondentes invenire. Hac methodo* Keplerus *uti ſolebat ad conſtruendas Tabulas Anomaliarum mediarum & coæquatarum, nec ullam faciliorem expeditiorem que eſſe viam nonnulli fortaſſe judicabunt ad conſtruendas Tabulas illas, quamvis per eam neque Anomaliæ coæquatæ neque Anomaliæ Mediæ gradus exacti & accurati inveniantur, recurrendumque ſit ad duplices partes proportionales. Propoſitione IV. tradit* Gregorius *Solutionem directam unam Problematis Kepleriani: Alteram optimam & perſpicuam apud* D. Keillium *invenio* in Introduct. ad veram Aſtronomiam, Lectione XXIII. *& ter-*

tertiam ſuppeditat R. P. Reyneau (*in libro cui titulus* Analyſe démontrée *pag.* 713) *quæ ultima Solutio clara* (*ut opinor*) *haud paucis videbitur. Sed omnes illæ ſolutiones quanquam directæ & Phyſicæ ac proinde aliis quibuſcunque præſtantiores, ducunt ad Series infinitas, quæ Artificum ſeu Logiſtarum Calculis minime conveniunt. Dantur deinde apud Autorem Solutiones hujus Problematis utiles quidem nec contemnendæ, imo & plerumque ſufficientes, ſed minimè Phyſicæ, nec ſatis in Orbibus valde excentricis accuratæ, quales ſunt ſolutiones* Sethi Wardi, Bullialdi *&* Comitis de Pagan, *in quibus, quid habeant commodi aut minus accurati notatur. Qui ſolutiones directas aut indirectas approximationis utiles volent, conſulant* Commentarios Reg. Scient. Acad. Paris.annor. 1710, 1719 *&* 1720. *Nihil in tam difficili negotio magis juvat, quam ſi plurimas ſolutiones habeas, ex quarum collatione Calculus fiat & tutior & accuratior. Denique Ellipticam Orbitam à* Dom. Caſſino *inventam Autor diſcutit & veluti minus aptam explicandis veris Planetarum motibus rejicit. Proprietas Ellipſium Conicarum notiſſima, eſt quod ſi è Focis duæ lineæ rectæ ductæ concurrant in aliquo peripheriæ puncto, illæ duæ ſimul ſumptæ æquales ſint axi majori, quantacunque ſit excentricitas, etiamſi ſit æqualis ſemi-axi majori, in quo caſu ellipſis deſinit in lineam rectam. Sed* Caſſiniana *Ellipſis hoc habet ſingulare, quod rectangulum ſub duabus lineis ſupra dictis, quæ a Focis ductæ in uno puncto circumferentiæ concurrunt, æquale ſit rectangulo ſub maxima & Minima diſtantia, ſeu quadrato mediæ diſtantiæ quæ media geometrice proportionalis eſt in hac Ellipſi inter maximam & minimam diſtantiam. Inde ſequitur quod ſi excentricitas ſit maxima, rectangulum ſub maxima & minima diſtantia & proinde quadratum mediæ diſtantiæ & media diſtantia erunt tanto minora, poteritque diſtantia media eſſe tam parva ut ellipſis futura ſit verſus medium interius convexa ac etiam in duas abire poſſit conjuga-*

tas figuras. Hæc omnia fuſe explicantur, præſertim in additione ad Propoſ. VIII. quam additionem excerpſimus ex Tranſactionibus Philoſophicis *anni* 1704.

2. *Docet* Autor *in ſectione ſecunda, qua ratione Telluris Orbita determinari queat. Id quidem fiet ſi obſervetur diametri apparentis Solis quantitas in maxima diſtantia quum moveri lentiſſime videtur, & in minima diſtantia, quum motu velociſſimo ferri apparet: illæ enim Obſervationes dabunt ex motu apparente Solis poſitionem lineæ Apſidum, reſpectu Fixarum, & rationem quæ intercedit inter maximam & minimam diſtantiam. In propoſitionibus ſequentibus inveniuntur per obſervationes, Æquinoctiorum & Solſtitiorum tempora, anni vertentis, & anni ſyderei quantitas. Ex datis tribus Solis locis, & tempore Telluris Periodico, Orbitæ Telluris ſpecies, Apſidum lineæ ſitus, & Tempus quo Terra fuit in Aphelio definiuntur, & corriguntur quæ in iis determinandis parum accurata occurrunt. Docetur Propoſitione XVI. qua ratione ad datum tempus, Telluris locus è Sole viſus, ejuſque à Sole diſtantia inveniri queat. Propoſ. XVII. de inæqualitate Dierum naturalium diſſeritur & methodus Temporis æquandi traditur.*

3. *Sectione tertia agitur de reliquorum Planetarum Primariorum Orbitis determinandis eorumque Theoria ſive è Sole, ſive è Tellure ſpectentur. Patebit ſatis ex Indice Propoſitionum quid in ea præſtetur. Idem dictum velim de Sectionibus ſequentibus Quarta videlicet de Planetarum Elongatione maxima a Sole, Directione, Statione, & Retrogradatione. Quinta de Planetarum Primariorum Tabulis & earum uſu; & Sexta de Planetariorum Orbium magnitudine. Nihil enim circa hæc omnia peculiare habeo quod Lectorem moneam.*

4. *Docetur Sectione ſeptima quomodo Magnitudo, Quantitas materiæ, & Denſitas Solis & Planetarum Primariorum determinari poſſint. De Magnitudine nonnihil dicam. Sit per Mi-*

crome-

crometrum obſervata Diameter apparens Solis, media inter maximam & minimam, 32′. 10″. qualis eſt quum Sol in media a Terra diſtantia poſitus cernitur, erit ſemidiameter Solis ad mediam ejus à Tellure diſtantiam, ut tangens Anguli 16′. 5″. *ad ſinum totum. Sed minime cognoſci poterit quæ ſit ratio Semidiametri Solis ad Semidiametrum Terræ, niſi per Parallaxim horizontalem accuratam innoteſcat quæ ſit ratio Mediæ diſtantiæ ad ſemidiametrum Terræ. Igitur ſi nulla ſit Parallaxis Solis aut ſi incerta ſit, tunc aut nulla ratione aut incerto tantum calculo determinabitur magnitudo Diametri Solis comparative ad Diametrum Telluris. Atque idem quoque dicendum erit de Comparatione ineunda inter Cæteros Planetas & Tellurem. Si ſupponatur Parallaxis Horizontalis Solis eſſe 6″. erit media Solis à Terra diſtantia* 34364 *in ſemidiametris Terræ. Deinde ſi fiat ut ſinus totus,* 10000000, *ad mediam diſtantiam inventam* 34364 :: *ita tangens* 16′. 5″. 46784 *ad ſemidiametrum Solis; invenietur illa Diameter* $160\frac{77}{100}$ *in ſemidiametris Telluris. Iuxta* Dom. Caſſinum *media Solis à Terra diſtantia eſt* 22000 (*ut ſupra dictum eſt*) *ſed Parallaxin ſuppoſuit* 9″. *vel etiam aliquanto majorem; unde ſequitur minor diſtantia quam quæ mox ſupra inventa eſt ſupponendo Parallaxin tantum* 6″. *nam, reliquis paribus, quo major eſt Parallaxis, eo minor diſtantia ſequitur, & minor ratio Diametri Solis ad Terræ diametrum. Conſtat ergo quantum incerta & difficilis ſit determinatio rationis quæ intercedit inter Diametros Solis & Planetarum Primariorum ad Telluris Diametrum. Sed res longe certior evadet, ſi relicta Telluris Diametro tanquam menſura Diſtantiarum nimis lubrica quæratur ratio Solis Diametri, ad aliorum Planetarum Diametros. Nam quia Quadrata Temporum Periodicorum ſunt inter ſe in triplicata ratione Diſtantiarum Mediarum, inde innoteſcunt majores Orbitarum axes, ac ſi ſemel definitæ fuerint lineæ Apſidum poſitio, & excentri-*

citas &c. cujuslibet Orbitæ, Habebitur ratio diſtantiæ Planetæ à Terra pro tempore dato; ſi modo cognoſcatur & Terræ locus in ſua Orbita, & Planetæ locus in ſua Trajectoria. Verum ut res Clarior fiat, ſit obſervata Iovis diameter quum Terris proximus eſt, videlicet quando verſatur in oppoſitione cum Sole: obſervata inquam ſit hæc diameter apparens 1′ 4″. *vel* 64″. *Sitque cognita tunc ratio diſtantiæ Iovis à Terra quæ ſit ad diſtantiam mediam Solis à Terra ut* 26 *ad* 5. *Sit etiam obſervata diameter apparens Solis in media diſtantia* 30′ 30″. (*ſequor Obſervationes & Calculum* Hugenii) *His poſitis ſi tam propinquus nobis eſſet Iupiter quam Sol è media diſtantia viſus, ſub majori angulo Iupiter appareret, quam qui obſervatus eſt, & tunc ob diſtantias æquales Solis & Iovis a Terra, vera ratio haberetur diametri utriuſque. Fiat igitur ut diſtantia minor* 5 *ad diſtantiam majorem* 26: *ita diameter Iovis* 64″ *è majori diſtantia dicta viſi, ad diametrum ejuſdem, ſi ex ea diſtantia cerneretur: invenietur que* 333″ *ſeu.* 5′. 33″. *itaque vera ratio Diametri Solis ad Diametrum Iovis eſt ut* 30′. 30″. *ad* 5′. 33″. *reliqua ut facilia omitto, ſufficitque methodum indicaſſe qua facile Planetariarum magnitudinum rationes veræ determinari queant. Docet* Autor *in XLVIII. Propoſitione invenire rationem Quantitatis Materiæ in Sole ad Quantitatem Materiæ in aliquo Planeta Primario, ſi modo Satellitem habeat, & Propoſ. ſequente quærit rationem Denſitatis Solis ad Denſitatem Planetæ Satellitio donati; ſed circa hæc Omnia & nonnulla alia Autor ipſe conſulatur.*

5. *Sectione* 8. *agitur de Figura Solis & Planetarum de quibus omnibus affirmatur eos eſſe Sphæroides verſus Polos ſuos depreſſas. Sed maxime probatur hæc eſſe Telluris figura, quod & de Sole quoque aſſeritur. Talis fortaſſe fuit Terræ Figura primigenia, ſed variis in locis immutatam eam eſſe probabile eſt ob rationes ſuperius allatas.*

6. *Sectione* 9. *de Diſtantia Fixarum ſermo habetur, quæ qui-*

quidem Diſtantia non poteſt determinari niſi per Parallaxim Magni Orbis ſeu Orbitæ Telluris. Nonnulla de ea Parallaxi paſſim Occurrunt in Hiſtoria *&* Commentariis Reg. Scientiar. Acad. Paris. *ſed ſive ob nutationem Axis Telluris, ſive ob exiguitatem Diametri Orbis Magni, habita ratione ad Diſtantiam Fixarum nihil adhuc certi ſuper ea re affirmari poſſe videtur: Adeo ut à vero non multum diſcedant qui cenſent Orbem Magnum inſtar eſſe puncti exigui ſi cùm diſtantia Fixarum diametri ejus Comparatio inſtituatur, quod profecto minus mirandum erit, ſi attendamus axem Orbitæ Telluris ſpectatori in Saturno poſito adeo exiguum videri, ut vix ſubtendat arcum duodecim graduum Circuli, cujus radius æqualis ſit mediæ diſtantiæ Saturni à Sole.*

Liber Quartus.

Planetarum Primariorum Theoria longe facilior eſt quam Secundariorum. Motus enim illorum circa Solem quum Compoſitus ſit ex motu uniformi ſecundum lineam tangentem cujuſque Orbitam & ex motu gravitatis qua deſcendunt aut accelerantur verſus Solem, ſatis facile explicatur: præſertim quum ab aliis Planetis ut pote nimium diſſitis à via Regia quam ſequuntur non ſenſibiliter hinc aut illinc abſtrahi videantur.

Sed Planetarum Secundariorum (Lunæ verbi gratia) aberrationes & irregularitates ſive ſecundum longitudinem, ſive ſecundum Orbium figuram aut inclinationem, ita Oculatorum Aſtronomorum calculis ſe ſubducunt, ut ad novas ac novas ſemper Hypotheſes prout recentiores obſervationes poſtulant recurrere neceſſe ſit. Tot ac tantorum errorum Cauſa & origo in genere eſt quod ſecundarii non tantum eo motu compoſito quem diximus circa ſuum Primarium deferantur, ſed etiam à Sole in eadem fere diſtantia ac ſui primarii diverſimode attrahantur. Cauſas igitur Phyſicas illarum deviationum à

Clariſſ. Newtono *excogitatas* Autor *noſter hic explicare aggreditur.*

1. Et prima quidem ſectione errores ſecundariorum per cauſas Phyſicas & Geometricas explicat, ſi in Orbibus Primariis Concentricis revolutiones ſuas peragere ſupponantur; rationes reddit cur Satelles à Quadratura cum Sole ad Syzygiam proxime ſequentem perpetuo acceleretur, à Syzygia vero ad Quadraturam retardetur, quo fit ut Satelles prope Syzygias velocius, prope Quadraturas tardius progrediatur. Principium quo tota errorum Satellitis Theoria innititur illud eſt; quod videlicet attractiones binorum quorumcunque Planetarum, veluti Primarii & ſui Satellitis, in tertium (puta in Solem) ſint inter ſe reciproce ut quadrata diſtantiarum ab eodem tertio, quo fit ut inſpecta figura Propoſitio pateat. Demonſtratur deinde cur Satellite exiſtente in Quadraturis Orbita ejus magis curva evadat, Satelles que magis à Primario recedat quam in Syzygiis.

2. Secunda ſectio errores Satellitis explorat à Sole ortos, quum ejus Orbita à Primario eſt excentrica. In hoc Caſu non tantum Satelles ſed etiam Satellitis orbita circa Primarium revolvuntur. Poſita ergo Satellitis Orbita una immobili, & alia ſimili revolvente quærenda eſt lex vis centripetæ qua Corpus unum in Orbita revolvente movetur, dum Corpus aliud in ſimili & æquali Orbita quieſcente defertur. Patet in hoc Caſu Corpus in Orbe revolvente motum deſcripturum quo ad apparentiam, Curvam quandam cujus imago ac ſimilitudo quæpiam cernitur in Propoſ. III hujus libri & cujus proprietatem in notulæ indicavi. Porro præmiſſis nonnullis Lemmatibus ex Profundiori Geometria petitis, docet Autor *Propoſ. VI ex data lege Vis Centripetæ determinare motum Apſidum; & ex dato motu Apſidum, invenire legem Vis centripetæ quæ omnia ad Calculos revocat, atque eadem fere præſtat Prop. VII in Orbibus parum ellipticis, & ſub certa quadam conditione. Tota hæc* Autoris *doctrina incipien-*

pientium captui parum accommodata eſt. Docetur Propoſ. VIII Lineam Apſidum Orbitæ ellipticæ Satellitis bis progredi nempe quum Satelles eſt in Syzygiis cum Sole & bis regredi in Quadraturis ejuſdem Satellitis eorumque Phœnomenorum Cauſæ aſſignantur. Iſta tamen Propoſitio intelligenda eſt, cum ea cautione, quod quum in ſingulis revolutionibus Satellitis Apſides magis Progrediantur quam regrediuntur, inde eveniat ut ob exceſſum progreſſus, revera moveantur in conſequentia. Si in una Satellitis revolutione Apſides ſint in Syzygiis Satellitis cum Sole, magis progredientur quam regredientur; regredientur vero magis quam progredientur, in alia aliqua revolutione in qua dictæ Apſides erunt in Quadraturis Satellitis cum Sole; ſed quia in Syzygiis ſuis velocius progrediuntur, tardius vero regrediuntur in Quadraturis, in quavis Apſidum revolutione feruntur in conſequentia. Hæc probantur Propoſitione XI. Bis in unaquaque Satellitis revolutione excentricitas Orbitæ ejus (ſi ſit excentrica) mutatur: maxima eſt cum Satelles eſt in Syzygiis, minima vero ſi ſit in Quadraturis cum Sole: à Syzygiis ad Quadraturas perpetuo minuitur, à Quadraturis ad Syzygias perpetuis incrementis augetur. Hæc habentur Prop. XII. Iam monui in Lunæ Theoria, maximam Lunaris Orbitæ excentricitatem, (quod de cæteris Satellitum Orbibus excentricis dicendum) obtinere, quum in linea Apſidum poſita, verſatur etiam eodem tempore in Syzygiis. Hujuſce Phœnomeni ratio redditur Propoſ. XIII quatenus omnibus Satellitibus in Orbibus excentricis revolutis commune eſt.

3. *Si Satellitis Orbita in eodem cum Primarii Orbitæ plano revolveretur, non alii forent errores Satellitis à Solis attractione Orti quam qui priori Sectione deſcripti ſunt, ſed ſi Satellitis Orbita ad Primarii Orbitam inclinata ſit, ex Solis attractione Nodorum deviationes aliquot, mutationeſque nonnullæ obliquitatis Orbitæ Satellitis orientur. Igitur* Autor *ſectione tertia de omnibus illis irregularitatibus diſſerit,*

ratio-

rationeſque affert cur Nodi nunc quieſcant, nunc vero tardius, aut velocius, ferantur in Antecedentia, &c. Explicat omnes mutationes quæ circa Orbitæ Satellitis inclinationem accidunt. Hæc omnia habentur fuſe & perſpicue in Propoſitionibus XIV. & XV. probaturque Prop. XVI. omnes ſupra dictos errores Satellitis tam ſecundum Longitudinem, quam ſecundum Latitudinem ſive in Orbita Satellitis concentrica ſive in excentrica, aliquanto majores eſſe (cæteris paribus) in Conjunctione Satellitis cum Sole quam in oppoſitione.

4. *Sectio quarta agit de Erroribus quos Sol producit in motu Satellitis, quum Primarius movetur in Orbe excentrico circa Solem.*

5. *In Quinta ſectione* Auctor *ad Lunæ motum applicat quæ ſupra de inæqualitatibus in motu Satellitum a Sole profectis diſſeruit. Primo Lunæ inæqualitates explicat. Secundo docet quo pacto per unicam Eclipſin Lunarem diſtantia Lunæ à centro Terræ inveniri queat. Tertio eandem diſtantiam dato tempore per Obſervationem determinat. Quarto per Obſervationem inæqualitates Lunæ, ejuſque errores diſtinguere docet. Quinto aſſignat quæ ſit ratio inter vires Lunæ motum perturbantes & inter Gravitatem omnibus notam.*

6. *Sectione ſexta recenſentur Tabulæ Lunares quæ in Tabulis Aſtronomicis occurrunt, earumque uſus traditur, Propoſitione XXIX. Indicat* Gregorius *quas Correctiones ad Lunæ motum pertinentes Tabularum Autores adhibuerunt, & quas neglexerunt. Additque Præclaram* Lunæ Theoriam *qualis à Clariſſimo Viro* Newtono *expoſita eſt. Propoſitione ſequente methodus indicatur determinandæ mediæ Conjunctionis aut Oppoſitionis Solis & Lunæ proxime inſequentis ad Tempus datum. Et Propoſ. XXXI Syzygiarum verarum inventio traditur.*

7. *Sectio ſeptima Lunaris Eclipſis Theoriam & Calculum docet. Octava verò circa Eclipſin Solis tota verſatur. Plurima*

rima ambæ illæ ſectiones habent ſcitu digniſſima, quæ ex Autore *ipſo petantur.*

8. *In Sectione nona* Autor *conſiderat Errores in motibus aliorum Satellitum ex Sole Oriundos; quæ ſint Errorum illorum rationes variæ in diverſis caſibus demonſtrat; docet inæquales illos motus determinare; ac motus Apſidum Satellitum Saturni & Iovis per Propoſ. XI hujus libri inventos corrigere.*

9. *Decima Sectione de motu Satellitum circa proprios axes diſſeritur. Hujuſce motus exemplum datur in Luna, quæ circa axem revolvitur, eodem præciſe tempore quo revolutionem unam Periodicam in Orbita ſua abſolvit. Motus ille hîc explicatur, ſicuti & Librationes variæ & mutabiles Lunæ.*

10. *In Sectione undecima quæ de Satellitum magnitudine tractat,* 1° *quæritur quæ ſit magnitudo Lunæ reſpectu Telluris, quod quidem facillimum eſt ob ſenſibilem Lunæ Parallaxin.* 2° *Quantitatis Materiæ in Luna ratio, ad Quantitatem Materiæ in Tellure definitur.* 3° *Ratio Denſitatis Lunæ ad Denſitatem Telluris determinatur.* 4° *Ratio Gravitatis acceleratricis Lunæ in Terram, ad Gravitatem acceleratricem Terræ in Lunam aſſignatur.*

11. *Si ſola Planetarum circa axem Æquatoris ſui cujuſvis rotatio ſpectetur, inde ſequetur quod ſi Corpora illa ex molli materia initio coaluerint, Vis Centrifuga eo major fuerit quo propius ad Æquatorem materia accedebat, quo effectum eſt ut materia ſub Æquatore, & circum circa aſſurgente Planetæ ſphæroidis figuram induerint verſus Æquatorem prolatam, verſus polos depreſſiorem. Ea de Cauſa Luna circa axem ſuum revolvendo eandem debuit figuram ſumere, ſed quum menſtruo tantum ſpatio unicam circa axem revolutionem abſolvat, vix ac ne vix quidem ſenſibilis debuit eſſe figura illa in Luna. Imo vero ex alia ratione debuit Luna figuram aſſumere ſphæroidis oblongæ, cujus axis major productus tranſeat per centrum Terræ; nam quum Lunæ partes gravi-*

tent eò magis in Terram, quò magis directè ei ſunt obverſæ; quum quæ olim aquis cooperta fuerit, recedentibuſque aquis, ex molliori materia coaluerit, quæ ſucceſſu temporum areſacta exſiccataque induruit, ut ex ejus montibus ingentibus plus ſatis conſtat, debuerunt illæ partes quæ magis directè Tellurem ſpectabant tanto magis ad Tellurem accedere. Idem dicendum foret de Terra ſi aquis cooperta eſſet, deberet totum illud fluidum abire in ſphæroides oblongas quarum axes majores producti per centrum Lunæ tranſirent. Hæc omnia fuſè explicantur in ſectione duodecima, in qua agitur de Figura Satellitum & Primariorum, ex mutua gravitate oriunda. Cæterum nemo non videt quam commodè ex ſola gravitatis vi explicetur fluxus & refluxus maris. Aquæ enim in ſphæroides oblongas aſſurgunt quarum axis productus per Lunæ centrum tranſit: ex quo fit ut continuo motu reciproco, & ad Lunæ motum diurnum compoſito, undæ è circumjectis locis affluentes intumeſcant, & inde refluentes verſus partes circumpoſitas ſubſidant. Neque omittendum quod quum Luna in Syzygiis verſatur, tunc aquæ gravitantes non ſolum in Lunam ſed etiam in Solem ſimul & cum eadem directione, aſſurgere & intumeſcere quoque magis debeant; unde & ſequitur æquoris ſubſidentis & in oras maritimas ſeſe effundentis major moles & impetus vehementior. Atque Æſtus illi maritimi omnium maximi erunt, quum Luna in Syzygiis temporibus Æquinoctiorum verſabitur. Tunc enim vires attractivæ Solis et Lunæ conjunctæ ſimul, ſecundum eandem directionem concurrent cum vi Centrifuga aquarum quæ nuſquam cæteris paribus major, quam ſub Æquatore exiſtere poteſt. Hæc omnia apud Autorem *noſtrum doctius longe & fuſius explicata Lector videre poterit.*

12. *Sectione decima tertia agitur de Saturni Annulo ejuſque Phaſibus. 1°. Tota ejus Theoria exponitur. 2°. Phaſes ejus quatenus è Sole conſpicitur deſcribuntur. 3°. Eædem ex Tellure viſæ determinantur. De Saturni Annulo breviter dicam*

dicam. Annulus ille quo cingitur nulla ex parte ipſi Saturno adhæret, ſed fornicis inſtar eum ambit. Diameter Annuli eſt fere Dupla ſequiquarta Diametri Saturni, ideſt, ut 9. *ad* 4. *Diſtantia ergo quæ intercedit inter Saturnum & Convexitatem Annuli eſt* 5. *earundem partium quod quidem ſpatium ſi bifariam dividatur, dabit* 2 $\frac{1}{2}$ *pro diſtantia quæ interjacet, inter ſuperficiem convexam, & ſuperficiem concavam ejuſdem Annuli. Reliquæ partes* 2 $\frac{1}{2}$ *diſtantiam comprehendent qua ſuperficies concava Annuli à Planeta diſtat, quæque vacua eſt. Spiſſitudinem aliquam Annulus habet, ſed quum non adeo magna ſit, ſitque præterea Annuli ſuperficies convexa ſtructuræ fortaſſis non ſatis ſalebroſæ & aſperæ, ut lumen à Sole acceptum longius reflectere queat, non poteſt è Tellure conſpici. Veriſimile eſt Annulum eſſe in Plano Æquatoris ſui Planetæ aut certe eſſe in plano maximi circuli producti ejuſdem Planetæ, qui circulus quem Annuli planum nominabimus inclinatus eſt ad Orbitam Saturni angulo grad.* 23 30′, *ſi nonnullis creditur. Sed quidquid ſit per* 15. *fere annos facies Annuli quæ Soli obverſa eſt continuo lumine guadet, dum facies oppoſita in tenebris jacet; donec Saturno in alteram Orbis ſui partem ultra Æquatoris & Orbitæ ſuæ nodos tranſlato per alios quindecim annos facies hactenus illuminata obſcuretur, & quæ prius obſcurata fuerat, Solis radiis illuſtretur. Hæc omnia fuſe exponit* Autor *noſter, nec non & Annuli è Tellure conſpecti Phaſes diverſas. Sed ſi majorem perſpicuitatem & accuratiorem ſive Annuli, ſive Saturniorum ſatellitum Theoriam Lector deſideret, conſulat* Hiſtoriam *&* Comment. Reg. Scient. Acad. Paris. *annor.* 1714. 1715 *&* 1716.

Liber Quintus De Cometis.

I. *Sectione prima* Gregorius *Philoſophorum opiniones de*

Cometarum Duratione & Loco exponit, quos Cometas nonnulli Mundo coæva ſeu æterna corpora eſſe exiſtimaverunt, & Periodos ſuas ſtatis temporibus abſolvere. Ita ſenſerunt Pythagorei, aliique nonnulli. Peripatetici vero ne generationes, corruptioneſve in Cœlis agnoſcerent, Cometas ſtatuerunt in regionibus ſublunaribus ex terreſtribus exhalationibus coaleſcere, & ſenſim ſine ſenſu in auras reſolvi & evaneſcere. Sed Tycho Brahe *&* Keplerus *nullam animadvertentes in Cometis Parallaxin, eos in regionibus ſupra-lunaribus Trajectorias ſuas habere & deſcribere definierunt, quæ opinio plurimis poſtmodum obſervationibus confirmata eſt. Hæc fere Propos. I^ma^. explicantur. Propoſitio ſecunda multa habet ſcitu digniſſima circa opiniones Philoſophorum recentiorum de Origine Cometarum, eorumque Trajectoriis, quæ omnia ab Autore diſerte adeo exponuntur ut nihil ultra deſiderandum ſuperſit: Cenſet Porro* Gregorius *Cometas revolutiones ſuas peragere in Sectionibus Conicis puta in Ellipſibus maxime excentricis, aut etiam in Parabolis: quæ Hypotheſis convenit cum omnibus obſervationibus ex quibus apparet Cometarum alios deſcribere lineas rectas, alios Curvas percurrere, eorumque qui in curvis deferuntur, aliquos peragrare Curvas reſpectu Telluris convexas, nonnullos vero in curvis reſpectu ejuſdem Telluris concavis curſus ſuos perficere. Tertia Propoſitione Lemma demonſtratur de immenſæ raritatis & ingentis extenſionis Aeris noſtri poſſibilitate. Talis eſt Propoſitio quæ ad explicandas Caudarum in Cometis cauſas neceſſaria eſt: Patet Aerem noſtrum ad diſtantiam ſemidiametri Telluris, multo rariorem eſſe quam in Telluris ſuperficie, ſi modo verum ſit quod experimentis conſtat, nempe tanto magis Aerem rarum fieri & in majus volumen extendi, quanto minori pondere comprimitur. Hoc poſito ſit Globus Aeris noſtri craſſioris quem haurimus, ſit inquam globus ille digitum unum latus, ſupponaturque craſſior Aer globo illo contentus æque rarus fieri atque Aer ad altitudinem ſemidiametri*

Telluris,

Telluris rarus eſt, demonſtratur Aerem globulo illo contentum impleturum omnes Planetarum regiones ad uſque Sphæram Saturni & longe ultra. Præmiſſo hoc Lemmate, referuntur Propoſitione IV. Philoſophorum recentiorum opiniones de Cometarum Caudis quibus omnibus opinionibus confutatis, cenſet Autor *cum* Clariſſ. Newtono, *Cometæ Caudam eſſe vaporem tenuiſſimum & rariſſimum, quem Cometæ nucleus ob calorem ex vicinia Solis in Perihelio contractum, longe lateque diffundit, cujuſque vaporis tractus ingens à Sole oppoſito illuſtratus Caudæ ſpeciem præ ſe fert. Cætera Lector apud* Autorem *videat.*

2. *Sectione ſecunda, de Determinandis viis, lociſque Cometarum apparentibus prope veris. Tertià de definienda vera Cometæ Trajectoria agitur.*

3. *Docetur in Sectione quarta quibus rationibus inveniri queat in Trajectoria Cometæ ſupra inventa, locus ejuſdem Cometæ tam Heliocentricus quam Geocentricus ad tempus datùm; ac tandem Propoſitione Hujuſce libri ultima Methodum tradit* Autor, *Tabularum deſcribendarum, quarum ope Cometarum loca & Periodi prompte atque expedite inveniantur.* Si cometarum *inquit*, iſtorum omnium, de quibus Obſervationes accuratæ ſatis extant, Determinatæ fuerint præter propter Orbitæ, illorum Periodi ſimul innoteſcunt (ut Schol. Prop. XXXI. oſtenſum eſt) & Tempora quibus denuo viſui noſtro ſubjicientur, & ex Obſervationibus tum inſtituendis corrigentur; . . . . Hoc in 24 Cometis (quorum ſcilicet habentur loca ab Aſtronomis obſervata) hactenus à D. Halleio factum eſſe audio *&c. Quod à Clariſſ.* Halleio *præſtitum audierat* Gregorius *illud idem in* Tranſactionibus Philoſophicis *an.* 1705 *N°.* 297 *invenimus & ad calcem* Aſtronomiæ Gregorianæ *Addidimus tanquam Appendicem non utilem tantum ſed prope neceſſariam ad ea quæ habet* Autor *noſter de Cometis. Inveniet Lector in aureo illo opuſculo quicquid* 24 *Cometarum ſupra dictorum*

Theoriam ſpectat ita acurate expreſſum in Tabulis ſumma cum diligentia ab Autore Halleio *computatis & elaboratis, ut earum ope facile ſit cuivis rerum mathematicarum non prorſus ignaro, Cometarum vias ſeu Trajectorias graphice delineare, eorum Periodos præter propter determinare, locaque ad datum tempus quantum per rei obſcuritatem licet deſignare. Et ſane quod graphicam Orbitarum Cometis 24 ſupradictis propriarum delineationem ſpectat, ope* Tabularum Clariſſ. Hallei, *extat ampla ſyſtematis Solaris Mappa à* V. Clariſſ. Wiſtono *deſcripta, in qua non ſolum Planetarum, ſed etiam Cometarum illorum curſus accurate expreſſit ſecutus in deſcribendis Cometarum Trajectoriis eaſdem Tabulas de quibus ſupra. Quum vero ea Mappa nominibus & explicationibus Anglica lingua conſcriptis referta eſſet, a viris quibuſdam eruditis Mappa eadem in publicum data eſt, cum nominibus Gallice redditis, explicationeſque ſeparatim Gallice quoque editæ ſunt, Quæ omnia invenientur in libro cui titulus* Memoires Hiſtoriques & Critiques du Samedi XXVIII Fevrier 1722 *Opuſculi vero titulus eſt,* Carte du Syſteme ſolaire contenant les Orbites des Planetes & des Cometes ſuivant le Syſteme du Chevalier Newton par Mr. Guil. Wiſton M^e. ès Arts.

Liber Sextus.

De Libro ſexto vix neceſſe eſt quicquam dicere. Decem omnino Propoſitionibus Conſtat in quibus Phœnomena ex Planetarum motibus orta explicantur, ſi oculus ſupponatur 1°. *in Sole.* 2°. *in Mercurio.* 3°. *in Venere.* 4°. *in Marte.* 5°. *in Iove.* 6°. *in Saturno.* 7°. *in aliquo Cometa.* 8°. *in Luna noſtra. Hæc habentur in Octo prioribus Propoſitionibus. Propoſitione vero nona deſcribuntur præcipua Telluris Phœnomena ſi ex Luna conſpiciantur.*

tur. Ac denique Propoſitione decima Phœnomena præcipua ex aliquo Satellitum Iovis aut Saturni viſa explicantur.

C. Huart. M. & P. S.

ADDITIO.

ADDITIO.

QUoniam nonnulli deſiderarunt ut de Anomaliis aliquid dicerem, ſive in Hypotheſi Circulari, ſive in Hypotheſi Elliptica, ideo breviter eas, adjunctis figuris, exponere pro virili conabor.

Hypothesis Circularis.

Deſcribatur (Fig. 3.) Circulus ♈ ♋ ♎ ♑ repræſentans Eclipticam uſque ad Primum Mobile protenſam, cujus centrum T *à Tellure occupetur. Ducantur ambæ Diametri* ♈ ♎, ♋ ♑, *ſe interſecantes invicem ad angulos rectos in centro* T, *habebunturque puncta Æquinoctiorum,* ♈, ♎, *& Solſtitiorum* ♋, ♑, *ſumatur jam arcus* ♈ ♋ Q *æqualis longitudini Apogæi ab* ♈, *& ex puncto* Q *per centrum* T, *ducatur linea* Q T R, *quæ erit poſitio lineæ Augium ſeu Apſidum, in qua ſumpto puncto* C *ad arbitrium, quod non adeò à puncto* T *remotum ſit, deſcribatur è puncto* C *tanquam centro excentrici & radio quovis* C A *excentricus* A H P G, *ducaturque per centrum* C *recta* H C G *parallela lineæ* ♎ T ♈, *& puncta* H, G, *repræſentabunt puncta Æquinoctialia in excentrico. His poſitis, Radius* A C *ſupponatur* 100000 *partium &* T C *excentricitas* 3600 *earundem partium juxta* Keplerum, *vel* 3338 *juxta Calculum & Obſervationes* D. de Louville. *Apogæum erit in* A. *Perigæum in* P. *Sol in hac Hypotheſi movetur æquabiliter in excentrico* G A H P *ſecundum ordinem ſignorum (quod dicendum erit de Tellure, mutatis mutandis, in Hypotheſi Terræ motæ.) Igitur ſi Sol ſupponatur eſſe in* E, *ductis lineis* C E, T E, *erit Angulus* A C E *Anomalia media, Angulus* A T E *Anomalia coæquata & angulus* C E T *erit Proſthaphæreſis ſeu æquatio centri, qui quidem angulus æqualis eſt differentiæ angulorum* A C E *Anomaliæ*

mediæ,

mediæ, & A T E Anomaliæ coæquatæ ut patebit ſi ducatur C D *parallela ipſi* F G. *Cæterum in Triangulo* C T E *data ſunt latera* E C, 100000, *radius excentrici;* C T *excentricitas* 3600; *& angulus comprehenſus* E C T *reliquus nempe anguli* A C E *Motus Medii ad duos rectos; quà propter Proſthaphæreſis* C E T *non latebit, quæ ſubtrahenda erit ab Anomalia Media in primo Anomaliæ ſemicirculo* A E P, *ut Anomalia coæquata* A T E *habeatur. Simili modo ſolvetur aliud quodcunque triangulum Anomaliæ Mediæ datæ conveniens. Sufficiet autem ad Tabulam Proſthaphæreſium condendam, invenire Proſthaphæreſes pro ſingulis gradibus primi ſemi-circuli Anomaliæ Mediæ. Eædem enim Æquationes Centri ſeu Proſthaphæreſes obtinent in altero Anomaliæ ſemi-circulo ſed obſervandum eſt Proſthaphæreſim in eo ſemi-circulo (qualis eſt angulus* C F T) *addendam eſſe Anomaliæ Mediæ ad habendam Coæquatam; nam angulus* P T F *qui cum ſemi-circulo* A E P *menſura eſt Anomaliæ coæquatæ, major eſt angulo* P C F, *qui cum eodem ſemi-circulo* A E P, *menſura eſt Anomaliæ mediæ, Sole in* F *exiſtente.*

Hypothesis Elliptica.

Sit Ellipſis A I P R *Solis Orbita in Hypotheſi Terræ quieſcentis aut immotæ, cujus centrum* O, *dupla excentricitas ſeu diſtantia Focorum* T F *partium* 333830, *quales ſemi-axis major vel Radius Circuli circumſcripti* O A *vel* O Q *eſt* 10000000 *itaque excentricitas ſimplex* O T 166915 (*ſequor Calculum* D. de Louville) A P *linea Apſidum;* A T *maxima diſtantia Solis in Apogæo* A 10166915; *minima* 9833085. *Semi-axis minor* 9998607. *His poſitis, ſi Sol ſit in* S, *& Terra in* T, *Tempus ipſum quo labente Sol pervenit ab Apogæo* A *ad punctum* S *decribens arcum* A S, *erit Anomalia Media, quum que Area Elliptica* A S T *eandem rationem habeat ad Aream totius Ellipſis, quam Tempus quo decurrente Sol deſ-*

cripſit arcum A S, *habet ad totum Tempus Periodicum, quo fluente Sol totam peragrat Orbitam, Area quoque illa Elliptica* A S T *cenſebitur eſſe Anomalia Media, quæ ſemper data eſt, quum ſit ſemper Tempori proportionalis. Sed Angulus* A T S *erit Anomalia Coæquata ſeu vera, & vocabitur etiam angulus ad Terram ſi Terra ſit* T, *vel angulus ad ſolem ſi Sol ſit in* T. *Quæritur ut data Anomalia Media ſeu Area Elliptica* A S T, *inveniatur angulus* A T S. *En celeberrimum illud* Kepleri *Problema de quo ſupra verba fecimus. Porro ſi per punctum* S, *in quo Sol eſſe ſupponitur, ducatur recta* B S C *ad lineam* A P *perpendicularis in* C, *linea illa recta* B C, *arcum deſignabit* A B *in Circulo circumſcripto, ſimilem arcui Elliptico* A S: *Neque enim alio modo dividitur Ellipſis, ut* A B P, *in apparentias graduum aut partium æqualium, quam per Ordinatas quæ ex partibus aut gradibus æqualibus in Circulo circumſcripto ſumptis, ducuntur perpendiculariter ad Ellipſeos axem majorem. Deinde ſi ex centro* O *ducantur ad puncta* B *&* S *rectæ* O B, O S, *& ex Foco* T *ad* B, *linea recta* T B, *Area* A B T *in circulo repræſentabit quoque Anomaliam mediam, quippe quæ ſit etiam Tempori proportionalis; & perinde erit ſi ſolvatur Problema* Keplerianum *in Circulo, aut ſi ſolvatur in Ellipſi. Sed angulus in centro* A O B *erit Anomalia excentri. Triangulum* B O T *vocatur apud* Keplerum *Triangulum Æquatorium, quod ſi addatur illud triangulum computatum in partibus quales ſunt* 360 *in tota area Circuli circumſcripti, ſi inquam addatur illud triangulum cum area Sectoris circularis* A O B, *habebitur tota area* A B T, *quæ diviſa per certum quemdam numerum, exurget in gradibus Circuli circumſcripti Motus medius ab Apogæo ſeu Anomalia media. Similiter, ſi (quod minime neceſſarium eſt) Triangulum aliud Æquatorium* O S T, *addatur Sectori Elliptico* A S O, *habebitur area Elliptica* A S T, *quæ ſi computata fuerit in partibus, quales ſunt* 360 *in Circulo æquali Ellipſi, & diviſa fuerit per certum quemdam numerum, dabitur arcus in illo*

circulo

circulo æqualis Anomaliæ mediæ per gradus & ſcrupula expreſſæ. Keplerus *duas partes conſtituebat Æquationis, unam Phyſicam, nempe aream trianguli* B O T *in circulo, vel aream trianguli* O S T *in Ellipſi: alteram Opticam appellabat, nempe angulum* O B T *in Circulo, vel angulum* O S T *in Ellipſi, & quia illæ duæ partes reperiuntur in eodem triangulo* B O T, *vel* O S T, *ideo illa triangula Æquatoria vocabat. Cæterum ad Componendam Tabulam Anomaliarum, ſequentem methodum adhibere ſolitus erat.* 1°. *ex data excentricitate* O T, *& Anomalia excentri* A O B *quærebat Anomaliam mediam expreſſam in gradibus Circuli circumſcripti, & etiam diſtantiam* T S. 2°. *ex data excentricitate* O T, *Anomalia excentri* A O B, *& diſtantia* T S, *quærebat Anomaliam coæquatam, ſeu angulum* A T S *ad Solem, qui hic eſt angulus ad Terram. Proſthaphæreſis, quæ & æquatio Centri dicitur, eſt differentia inter Anomaliam mediam prius inventam, & inter Anomaliam coæquatam. Totius rei Cardo in eo vertitur, ut exprimatur Anomalia media in gradibus & ſcrupulis Circuli circumſcripti, quod quidem fiet ſi area data* A B T *Anomaliæ mediæ, cujus apex eſt in Foco* T, *convertatur in ſectorem æqualem ejuſdem circuli, cujus apex ſit in centro ipſo* O, *tunc enim tandem diviſo illo ſectore per certum quemdam numerum, habebitur Anomalia media expreſſa in gradibus & ſcrupulis Circuli ejuſdem, quo fiet ut tunc facile illa cum Angulo ad Solem vel ad Terram* A T S *comparari queat, imo vero ne hoc quidem neceſſarium eſt, ſufficietque Triangulum Æquatorium* B O T *convertere in Sectorem æqualem Circuli* A B P, *cujus Sectoris Apex ſit aut intelligatur eſſe in Centro* O. *Nam ſi angulus hujuſce Sectoris per Calculum innotuerit, & additus fuerit Anomaliæ excentri datæ* A C B, *habebitur Anomalia media expreſſa in Gradibus & ſcrupulis Circuli circumſcripti* A B P. *Patet ergo ex data Anomalia excentri & excentricitate facile cætera haberi poſſe. Sed non pari facilitate Anomalia coæquata ſeu Angulus ad Solem vel ad Terram* A T S *ex datis excentricita-*

te & Anomalia media obtineri poterit. Quamobrem ſic ait Keplerus (Epit. Aſtron. Copern. pag. 695.) ,, *Hic via di-* ,, *recta nulla eſt ſed adhibenda eſt ei qui hoc ſine tabulis vult* ,, *computare, regula Poſitionum: Ponendo ſcilicet Anoma-* ,, *liam Excentri* (A B *Fig.* 4.) *tantam vel tantam, eique ſic* ,, *ſumptæ comparando ſuam Anomaliam Mediam* (A B T). ,, *Nam ſi ea tanta prodit, quanta propoſita fuit, bene erit* ,, *poſita Anomalia excentri* (A B) *at ſi non tanta pro-* ,, *dit, ex eo quod prodit emendanda erit Poſitio, laborque re-* ,, *petendus.*

Quod ſi Anomalia coæquata A T S *data fuerit & excentri-citas* O T *& quæratur Anomalia Excentri* A O B; *Reliquis ut in figura 4 manentibus, ducatur ex altero Foco* F *ad* S, *recta* F S, *tuncque in triangulo* T F S *tria cognita erunt, nempe* 1°. *ſumma duorum laterum* F S *&* T S *quæ ambo ſimul æqualia ſunt axi majori* A P: 2°. *latus* F T *duplex excentricitas*: 3°. *an-gulus datus ad Solem vel ad Terram* S T F. *Ad ſolvendum hoc triangulum, producatur* T S *in* K, *ita ut* S K *ſit æqualis ipſi* S F *& ducatur* K F. *Iam in triangulo* K F T *cognitis lateribus,* F T *quod æquale eſt duplici excentricitati, &* K T *quod æquale axi majori, & Angulo Comprehenſo* K T F, *cætera cognoſcen-tur; nempe Angulus in* K, *& latus* K F, *in quod ex puncto* S *demittatur perpendicularis* S M, *illa ſecabit* K F *in duas partes æquales, ob triangulum Iſoſceles* K S F. *Itaque in triangulo* K S M *rectangulo in* M, *omnes anguli cogniti erunt, & latus* K M *erit etiam Cognitum, utpote dimidium inventi* K F *igitur cognoſcetur & linea* K S, *quæ ſubtrahatur a linea* K T *æquali Axi majori, ſupereritque diſtantia* S T *cognita. Igitur in triangulo* S C T *rectangulo in* C *omnes anguli cogniti ſunt & diſtantia quoque* S T *mox inventa, cognoſcetur ergo latus* S C, *atqui ex natura Ellipſis ut* O I, *ad* O Q :: *ita* C S, *ad* C B, *ſed* C B *eſt ſinus Anomaliæ excentri, ergo & illa cognita quo-que erit.*

Sed quæret fortaſſis quiſpiam qua ratione triangulum ali-

quod

quod v. g. *triangulum Æquatorium* B O T, *transformari queat in ſectorem æqualem qui pertineat ad Circulum* A Q P, *quique apicem haberet in centro* O *ejuſdem Circuli. Ergo quomodo id fieri poſſe intelligam paucis declarabo.*

1°. *Dividatur tota circuli circumferentia in ſcrupula ſecunda invenientur que eſſe in toto Circulo* 1296000″.

2°. *Quia ratio accuratiſſima diametri ad Circumferentiam eſt ut* 10000000 *ad* 31415926, & *quia ut* 10000000, 31415926 :: *ita* 20000000 *ad* 62831852, *ideo Radius erit ad circumferentiam ut* 10000000 *ad* 62831852. *Si ergo multiplicetur* 62831852 *per dimidium Radii* 5000000, *habebitur area totius circuli* 314159260000000.

3°. *Quia ſunt in Peripheria totius circuli* 1296000″, *tota area* 314159260000000 *tot parvulos ſectores continebit, quot ſunt ſcrupula ſecunda in tota Peripheria; id eſt, parvulos ſectores continebit* 1296000, *quorum angulus in centro erit unius ſcrupuli ſecundi. Ut ergo unius cujuſque ſectoris ſcrupuli ſecundi area habeatur, dicatur: Si* 1296000 *parvuli Sectores unius ſcrupuli ſecundi dant aream* 314159260000000 :: *quam dabit aream unus ſector hujuſmodi. Diviſione facta habetur* 242406836 *pro area ſectoris unius ſcrupuli ſecundi.*

4°. *Fingamus igitur aream Trianguli Æquatorii* B O T *inventam eſſe juxta regulas communes quæ in Trigonometria aut Geometria traduntur, ſupponendo ſemper ſinum totum* 10000000 *partium; (id enim obſervandum, ut Calculus ſupra inſtitutus locum habeat) Tuncque dicatur: Si* 242406836 *dat aream ſectoris unius ſcrupuli* :: *area trianguli* B O T, *quot dabit ſectores unius ſcrupuli ſecundi? aut quot dabit ſcrupula ſecunda? Si illa ſcrupula ſecunda inventa, addantur Anomaliæ excentri* A B, *habebitur Anomalia Media expreſſa in gradibus* & *ſcrupulis Circuli circumſcripti.*

En qua ratione (poſita quadratura circuli) Anomalia me-

dia poſſit reduci ad gradus & ſcrupula expreſſa in Peripheriæ circuli circumſcripti, ſi modo data ſit Anomalia excentri A O B, *& excentricitas* O T, *& inventa fuerit area Trianguli Æquatorii, in quo ſemper quæri debet diſtantia* T B, *& angulus* T B O, *tunc enim producto Radio* B O *in* L *& demiſſa ex puncto* T *perpendiculari* T L *in Radium productum, fiat ut ſinus totus ad diſtantiam* T B : : *ita ſinus anguli* T B O, *ad perpendicularem* T L. *Si inventa illa perpendicularis multiplicetur per dimidium radii* B O, *habebitur Area trianguli* B O T, *quæ transformabitur in Sectorem Circuli Circumſcripti per præcedentem methodum.*

Supereſt nunc ut doceam qua ratione Sectoris A O B *in centro* O, *Area haberi queat. Id enim maxime utile eſt præſertim ad habendam quadraturam Sectoris Elliptici veluti Sectoris* A S O, *aut Sectoris* A S T, *præterquam quod per præcedentem methodum comparantur ſectores Circuli cum gradibus linearibus, quod non ſatis elegans videri poteſt. Sit itaque Angulus* A O B, *vel ejus menſura arcus* A B *graduum* 55, *ſive minutorum ſecundorum* 198000. 1°. *quærendus eſt ille arcus in partibus quarum* 10000000 *ſunt in radio & quarum* 62831852 *ſunt in tota Peripheria. Fiat igitur ut* 1296000″ *numerus ſcrupulorum ſecundorum qui ſunt in tota Peripheria ad* 62831852 : : *ita* 198000″, *numerus ſcrupulorum ſecundorum qui ſunt in arcu* A B 55°. *ad quartum numerum, qui ſubductis calculis invenietur* 9599310. *Hæc eſt longitudo arcus* A B *in partibus Radii.* 2°. *Multiplicetur* 9599310 *per dimidium Radii* 5000000. *Invenieturque Area ſectoris* A B O 47996550000000. *Iam vero periculum faciendum eſt num Diviſor ſupra inventus* 242406836 *ſit legitimus, ſi enim recte poſitus fuit, diviſa Area ſectoris* A B O *per diviſorem illum, debet exire circiter* 198000″ *ſed diviſione facta exſurgit numerus* 197999″ $\frac{238878836}{242406836}$ *qui numerus nihil pene differt à numero* 198000″, *ergo diviſor ſupradictus valet.*

let. Si tamen aliquid accuratius deſideretur, debet tota Circumferentia dividi in ſcrupula tertia, & tunc alius diviſor minor habebitur, quamvis Calculis Aſtronomicis Diviſor ſupra inventus ſufficiat.

Nunc operæ pretium eſt docere etiam qua ratione poſita quadratura ellipſis & circuli poſſit inveniri area ſectoris elliptici, v. g. *ſectoris* AST, *in quo quidem nulla difficultas erit, ſi conſideretur* 1°. *Aream totius circuli circumſcripti* AQPN *eſſe ad Aream ellipſis* AIPR *ut* QO *ad* IO, *vel, ut axis major ad minorem.* 2°. *Aream circularem* ABT *eſſe ad aream ellipticam* AST *ut* BC, *ad* SC, *vel ut* QO *ad* IO. *Itaque his poſitis.*

1°. *Fiat ut major ſemi-axis* QO 10000000, *ad minorem* IO 9998607 :: *ita area ſectoris circuli* ABO 47996550000000 *ad aream ſectoris elliptici* ASO 47989864080585. (*nam ſectorem tantum* ASO *exempli gratia Calculo ſubjicio.*)

2°. *Fiat ut* 10000000 (QO) *ad* 9998607 (IO) *ita area totius circuli* 314159260000000, *ad aream totius ellipſis* 314115497605082.

3°. *Supponatur circulus cujus area æqualis ſit ellipſis areæ. Talis eſſet circulus cujus Radius medius geometrice proportionalis foret inter ſemi-axem majorem & minorem, voceturque brevitatis cauſa circulus medius. In eo ſumentur menſuræ ſectorum ellipticorum. Hoc poſito tot ſunt parvuli ſectores unius ſcrupuli ſecundi in ellipſi vel in circulo illo medio cujus area eſt æqualis areæ ellipſis* AIPR, *quot ſunt ſcrupula ſecunda in ejuſdem circuli circumferentia, nempe ſunt in eo* 1296000 *ſectores, quorum unius cujuſque angulus in centro eſt unius ſcrupuli ſecundi. Itaque ut unius ſcrupuli ſecundi area habeatur, dicatur : ſi* 1296000 *ſectores unius ſcrupuli ſecundi dant aream ſupradictam* 314115497605082 :: *quam dabit aream unus ſector hujuſmodi? diviſione facta habetur* 242373069 *pro area ſectoris unius ſcrupuli ſecundi in Circulo medio vel in Ellipſi.*

4°. *Di-*

4°. *Dicatur igitur: ſi* 242373069 *dat aream ſectoris unius ſcrupuli ſecundi in Circulo medio;: area ſectoris elliptici* A S O *ſupra inventa* 4798986408058 5 *quot dabit ſectores ellipticos hujuſmodi, aut quot dabit ſcrupula ſecunda in eodem Circulo medio? diviſione facta invenientur* 197999″ $\frac{238791654}{242373069}$ *quæ pene nihil diſtant ab Anomalia excentri quam ſuppoſueramus eſſe* 55 *grad. vel* 198000″. *Cætera ut facilia omitto.*

Sed ne quidpiam deeſſe noſtris calculis videatur, computemus duo triangula Q T O, *&* I T O, *vel Anomaliam Mediam* A Q T *in circulo circumſcripto, & Anomaliam eandem Mediam* A I T *in Ellipſi, poſito Sole in Media Diſtantia* I T, *id eſt, in puncto* I. *Quæramuſque in hoc caſu Triangulum Æquatorium* Q T O *in circulo, & Triang.* I T O *in Ellipſi.*

Et primum quidem in circulo. Multiplicetur O T *Excentricitas ſimplex* 166915 *per dimidium radii* O Q; *videlicet per* 5000000, *habebiturque area Trianguli* Q T O, 834575000000, *quæ ſi dividatur per diviſorem ſupra inventum pro circulo, nempe per* 242406836, *reperientur* 3442″ *ſeu* 57′, 22″, *pro Triangulo* Q T O, *quod additum cum Anomalia Excentri* A Q O 90°. *dabit* 90°, 57′ 22″, *pro Anomalia Media* A Q T *in circulo circumſcripto.*

Hæc eadem Anomalia Media inveniri debet in Ellipſi, in qua Anomalia Excentri A I O *eſt quoque* 90°. *Quod ut pateat, multiplicetur* O T *Excentricitas* 166915, *per dimidium ſemi-axis minoris* 9998607, *ſcilicet per* 4999303 ½, *habebitur Area Trianguli* I T O 834458743702, *qua diviſa per ſuperius inventum diviſorem pro Ellipſi, videlicet per* 242373069, *inveniuntur* 3442″, *ſive* 57′ 22″, *omnino ut in circulo, &c. Quapropter habetur methodus, per quam (data aut conceſſa circuli & Ellipſis Quadratura) quælibet utriuſvis portio, ſeu area inveniri facile poteſt, & dividi in par-*

tes,

Tab. Præf.

Fig. 1.

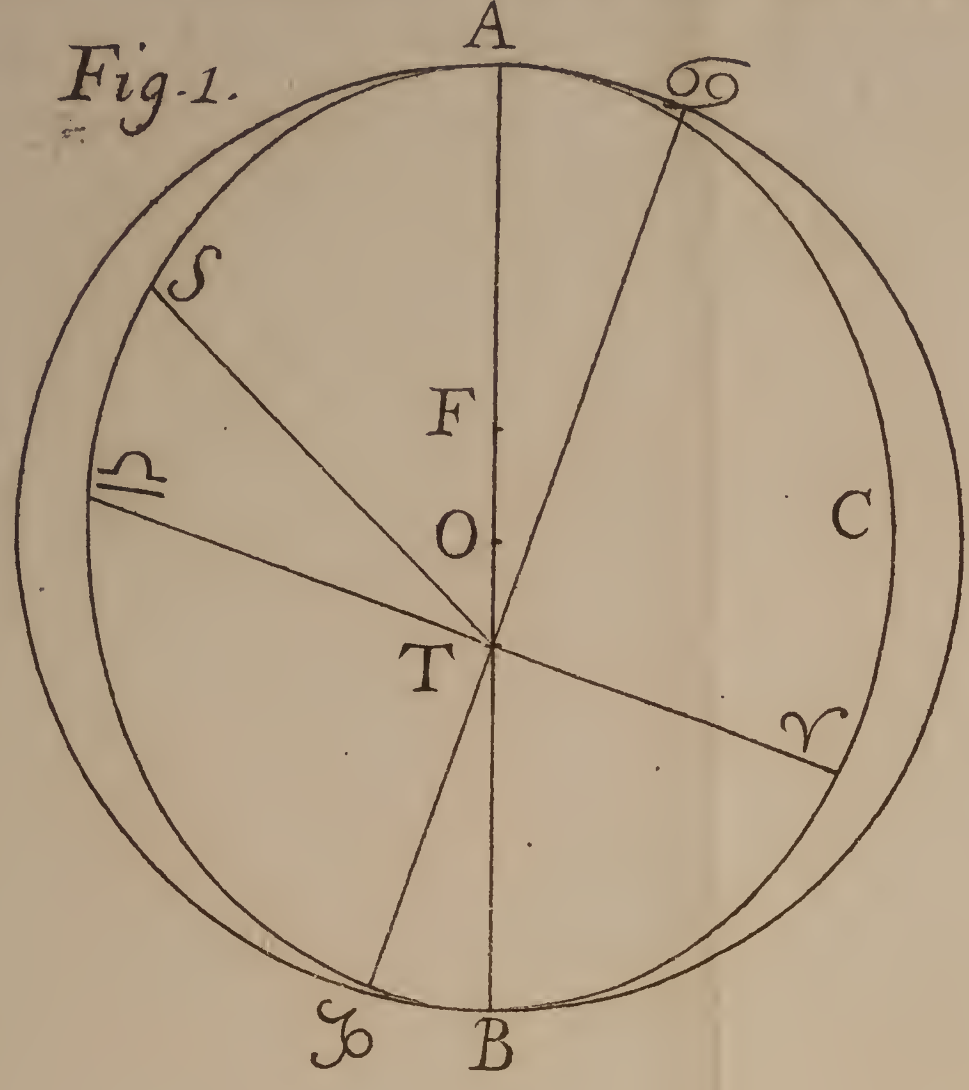


Fig. 2.

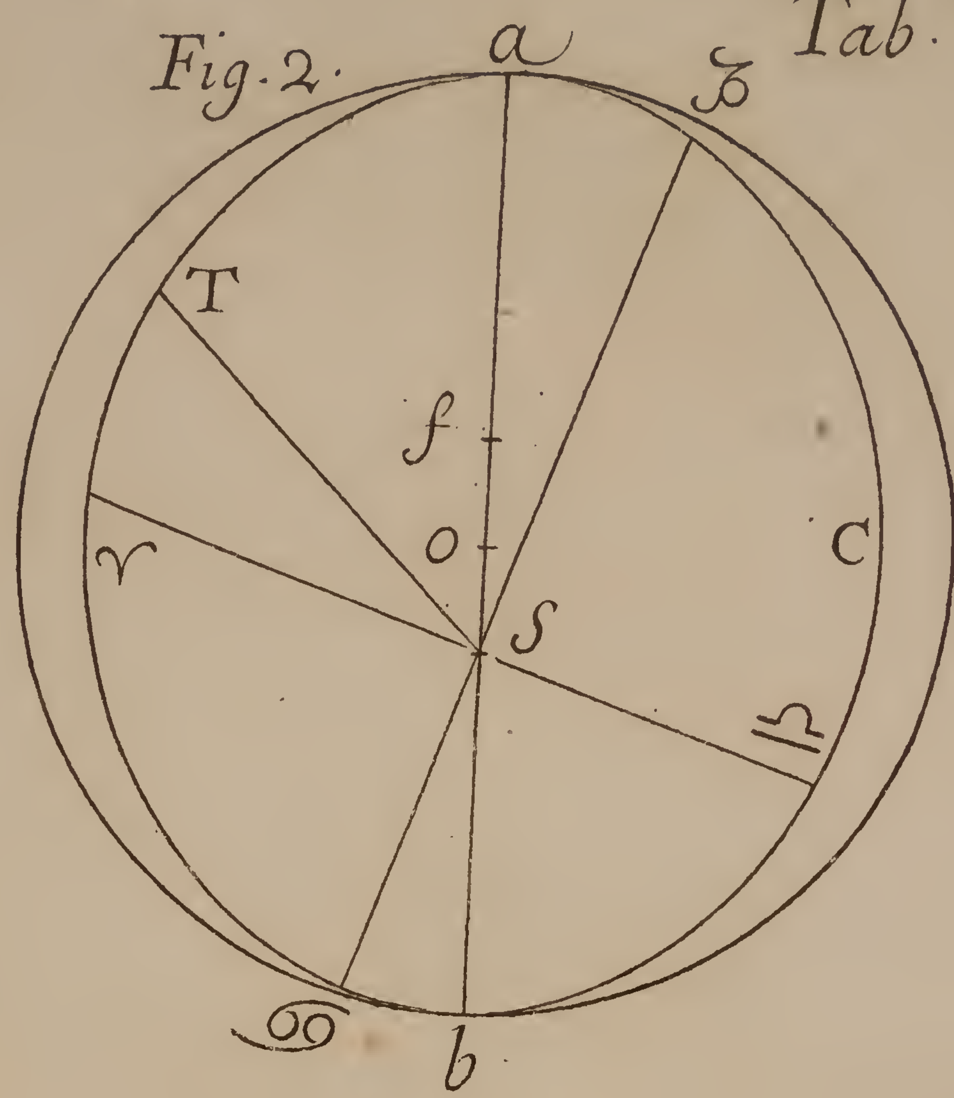


Fig. 3.

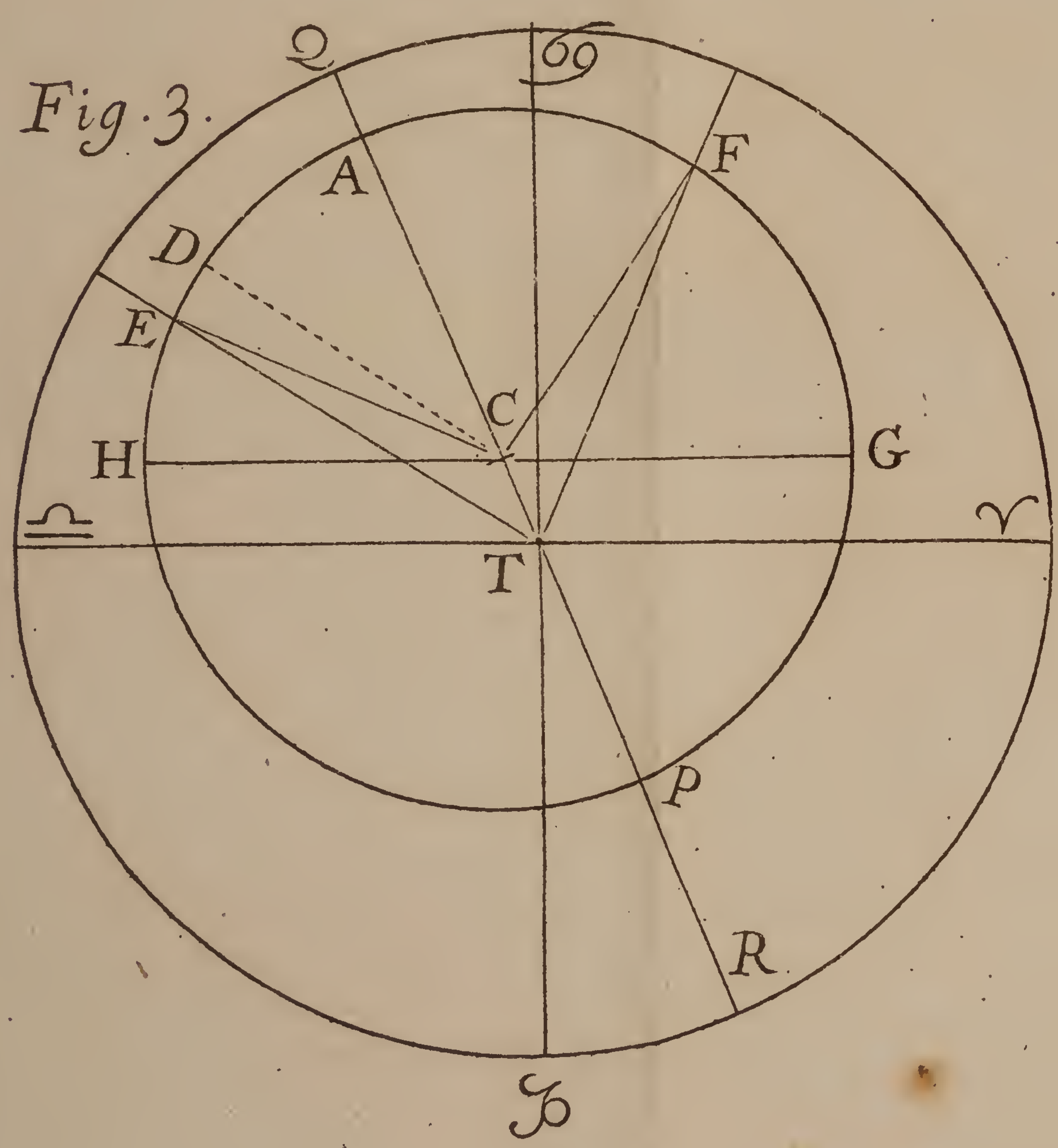
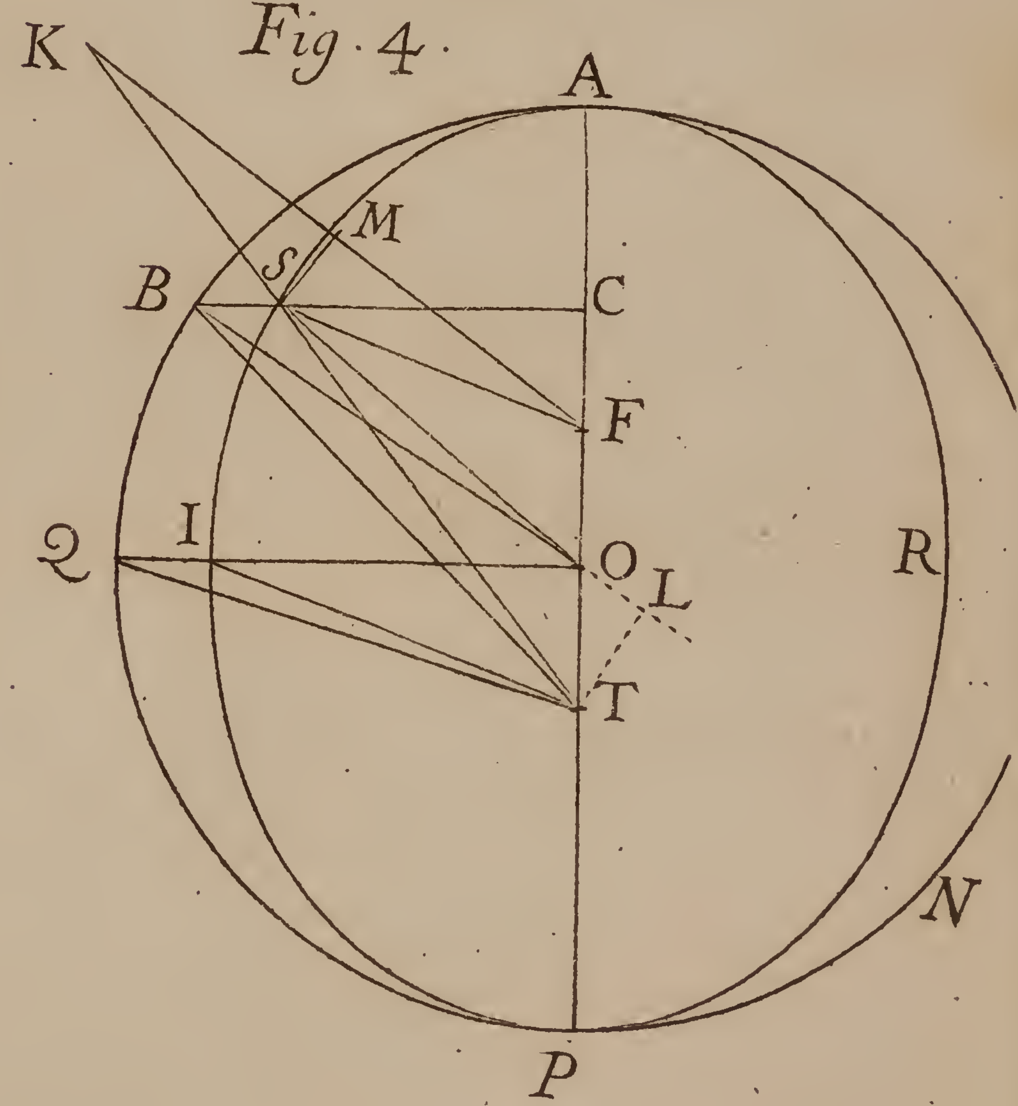


Fig. 4.



tes, quarum unaquæque æqualis eſt areæ ſectoris ſcrupuli unius ſecundi, ſive in circulo circumſcripto, ſive in Ellipſi inſcripta, dummodo cognita ſit, præter excentricitatem, Anomalia Excentri, vel Anomalia Coæquata. De cætero, in triangulo I T O, *invenietur angulus* O I T 57′ 39″, *& proinde angulus* I T O 89° 2′ 21″. *Sed Anomalia Media inventa eſt* 90° 57′ 22″, *igitur ſi ab ea ſubtrahatur Anomalia Coæquata* 89° 2′ 21″, *reliquum* 1° 55′ 1″, *erit Proſthaphæreſis ſeu Æquatio centri. Sed hæc ſufficiant.*

INDEX

LIBRORUM SECTIONUM & PROPOSITIONUM.

LIBER PRIMUS DE MUNDI SYSTEMATE.

SECTIO I. *De Ordine, Diſtantiis, & Periodis Planetarum primariorum circa Solem gyrantium, & Phænomenis inſignioribus inde ortis.* Pag. 1.

Propoſitio I. Ordinem & motuum Periodos Planetarum primariorum circa Solem, & eorum à Sole Diſtantias, quidque de Cometis & Stellis Fixis ſentiendum ſit, generatim exponere. *Tab.* I. *fig.* 1. ibid.

Propoſit. II. Phænomena, à ſupra deſcriptis Solis ſitu & Telluris motu orta deſcribere. *Tab.* I. *fig.* 2. 3.

Propoſit. III. Phænomena Planetarum è Sole viſorum, quatenus in Orbitis moventur, quarum plana ad planum Eclipticæ ſunt inclinata, deſcribere. *Tab.* I. *fig.* 3. 5.

Propoſit. IV. Phænomena, à Telluris & inferiorum Planetarum, Veneris & Mercurii, motu orta, è Tellure viſa deſcribere. *T.* I. *fig.* 4. 6.

Propoſit. V. Phænomena Latitudinis inferiorum Planetarum, è Tellure viſorum, deſcribere. *Tab.* II. *fig.* 1. 8.

Propoſit. VI. Phænomena Planetarum inferiorum, quatenus ſunt corpora Sphærica, Opaca & à Sole illuminata, exponere. *T.* II *fig.* 2. 9.

Propoſit. VII. Phænomena à Telluris & ſuperiorum Planetarum, Martis, Iovis & Saturni, motu orta deſcribere. *T.* II. *fig.* 4. 11.

Propoſit. VIII. Phænomena Latitudinis ſuperiorum Planetarum, è Tellure viſorum, deſcribere. *Tab.* II. *fig.* 5. 12.

Propoſit. IX. Phænomena Planetarum ſuperiorum, quatenus ſunt corpora Opaca, à Sole illuminata, exponere. *Tab.* II. *fig.* 6. 13.

Propoſit. X. Phænomena motûs Cometarum è Tellure viſa deſcribere. 14.

SECTIO II. *De Directione Virium, quibus Planetæ primarii in Orbibus ſuis retinentur.* 16.

Propoſit. XI. Si Corpus ſecundum Directionem datæ poſitione rectæ lineæ A Z moveatur, & ſimul urgeatur à Vi Centripeta tendente ad datum punctum immotum S, extra predictam rectam ſitum; Linea à Corpore deſcripta Curva eſt, verſus S Cava, tota in Immoto Plano per rectam A Z & punctum S tranſeunte conſtituta. Et Areæ ſub hujus Curvæ portionibus

quibus

quibusvis, & rectis ad centrum s ductis, comprehenſæ eandem habent inter ſe rationem, quam Tempora, quibus dictæ Curvæ portiones à Corpore deſcribuntur. *Tab.* III. *fig* 1 Pag. 16.

Propoſit. XII. Corpus motum in Linea Curva A B C D, in Plano deſcripta, verſus eaſdem partes Cava, &, radio ad s punctum immotum in eodem plano verſus Curvæ cavitatem poſitum ducto, deſcribens areas Temporibus proportionales, urgetur à Vi Centripeta tendente ad iſtud punctum s. *Tab. III fig.* 2. 18.

Propoſit. XIII. Vires, quibus Planetæ Primarii, Mercurius, Venus, Mars, Jupiter, & Saturnus, à motibus rectilineis retrahuntur, & in orbitis ſuis retinentur, non tendunt verſus Terram, ſed verſus Solem. 19.

Propoſit. XIV. Vires quibus Cometæ in Trajectoriis ſuis (ſi hæ ſint Curvilineæ) retinentur, non tendunt verſus Terram, ſed verſus Solem. 20.

SECTIO III. *De Ordine, Diſtantiis & Periodis Planetarum ſecundariorum circa primarios revolventium, & horum Phænomenis; deque Directione Virium, quibus iſti in Orbitis ſuis retinentur.* 21.

Propoſit. XV. Ordinem & motuum Periodos Planetarum ſecundariorum, ſive Satellitum circa proprios Primarios, & illorum ab hiſce Diſtantias exponere. *Tab.* III. *fig.* 3. ibid.

Propoſit. XVI. Phænomena Lunæ è Terra viſæ, quatenus eſt corpus Sphæricum à Sole illuminatum, exponere. *T.* IV. *fig.* 1. 22.

Propoſit. XVII. Ad datum Tempus Lunæ Phaſem delineare. *Tab.* IV. *fig.* 2. 25.

Propoſit. XVIII. Phænomena Lunæ ex Opacitate Telluris Umbram projicientis orta, ſive Lunæ Eclipſin exponere. *T.* IV. *fig.* 4. 27.

Propoſit. XIX. Phænomena Solis è Terra viſa, ex Opacitate Lunæ orta, ſive Solis Eclipſin exponere. *Tab.* V. *fig.* 5. 30.

Propoſit. XX. Quivis è Planetis Secundariis, Prop. XV. enumeratis, urgetur à Vi compoſita ex Vi Centripeta tendente ad centrum Primarii, circa quem revolvitur, & ex Vi omni acceleratrice, quà Primarius urgetur. Et igitur Vires, quibus dicti Satellites in Orbitis circum ſuos Primarios retinentur, tendunt verſus ſuorum Primariorum centra reſpective. 33.

SECTIO IV. *De Periodis Planetarum Primariorum circa Solem, ut & Secundariorum circa ſuum Primarium reſpectivum, inter ſe collatis, & eorundem Diſtantiis etiam inter ſe collatis; harumque mutua habitudine, ejuſque ratione & cauſis.* 35.

Propoſit. XXI. Planetarum Secundariorum circa Primarium quemviſ-

vis revolventium ita attemperatur Motus, ut Quadrata Temporum Peridicorum in eadem ſint ratione cum Cubis Diſtantiarum eorundem à centro Primarii. Pag. 35.

Propoſit. *XXII.* Planetarum ſex primariorum Motus circa Solem ita attemperatur, ut Quadrata Temporum Periodicorum in eadem ſint ratione cum Cubis Diſtantiarum eorundem à Sole. 36.

Propoſit. *XXIII.* Spatia, quæ corpus, urgente quâcunque Vi finitâ, deſcribit, (ſive Vis illa determinata & immutabilis ſit, ſive eadem continuo augeatur, vel continuo diminuatur,) ſunt, ipſo motus initio, in duplicata ratione Temporum. *T.*V. *fig.7.* 37.

Propoſit. *XXIV.* Subtenſa naſcens vel evaneſcens anguli contactûs, in circulo quovis, eſt in ratione duplicata arcûs contermini. *Tab.* VI. *fig.* 1. 38.

Propoſit. *XXV.* Corpora, quæ diverſos circulos æquabili motu deſcribunt, urgentur à Viribus Centripetis ad centra eorundem circulorum tendentibus. Et Vires hæ ſunt inter ſe ſicut arcuum ſimul deſcriptorum Quadrata applicata ad circulorum radios. Quæ etiam vera erunt de Viribus Centrifugis corporum, ut dictum eſt, motorum. *Tab.* VI. *fig.* 3. 39.

Propoſit. *XXVI.* Iiſdem poſitis, dico Vires Centripetas eſſe reciproce ut Quadrata Temporum periodicorum applicata ad radios circulorum; ſive Vires illas eſſe in ratione compoſita ex ratione ſimplici Radiorum directe, & ratione duplicata Temporum periodicorum inverſe. Idemque verum erit de Viribus Centrifugis prædictorum corporum. *Tab.* VI. *fig.* 3. 42.

Propoſit. *XXVII.* Iiſdem poſitis, ſi ita gyrentur corpora, ut Quadrata Temporum periodicorum eandem habeant rationem cum Cubis radiorum, Vires Centripetæ ſunt reciproce ut Quadrata radiorum: Corporum autem Celeritates reciproce in ſubduplicata ratione radiorum; & vice verſa. 44.

Propoſit. *XXVIII.* Vires, quibus Planetæ Primarii perpetuo retrahuntur à motibus rectilineis, & in Orbitis ſuis retinentur, ſunt reciproce ut Quadrata Diſtantiarum à Solis centro, quod reſpiciunt. 46.

Propoſit. *XXIX.* Vires, quibus Planetæ Secundarii in Orbitis ſuis retinentur, ſunt reciproce ut Quadrata Diſtantiarum à centro ſui reſpectivi Primarii, quod hæ Vires reſpiciunt. 47.

SECTIO. V. *De Planetarum Primariorum motu circa proprios axes, & Phœnomenis hinc ortis.* 48.

Propoſit. *XXX.* Corporum Mundanorum Motus circa proprios Axes

Axes

Axes poſitione datos, horumque Periodos, exponere. Pag. 48.

Propoſit. XXXI. Solis & Planetarum, circa proprios axes rotatorum, figuram deſcribere. 50.

Propoſit. XXXII. Phœnomena orta ex Motu Telluris Diurno circa axem, è Tellure viſa, exponere. 51.

Propoſit. XXXIII. Phœnomena Solis è Tellure viſa, orta ex Telluris Motu Diurno circa ſuum Axem, ſimul & annuo circa Solem; ſive Diei & noctis viciſſitudinem, harumque in diverſis Terræ locis Annique Tempeſtatibus diverſitatem, exponere. *T.* VI. *fig.* 4. 53

SECTIO VI. *De Planetarum & Cometarum Orbitis, harumque figura; deque Virium Lege requiſita, ut illi in ejuſmodi Orbitis moveantur.* 58

Propoſit. XXXIV. Quilibet Planeta Primarius deſcribit perimetrum Ellipſis, in cujus Umbilicorum altero eſt Sol. *T.* VII. *fig.* 1. ibid.

Propoſit. XXXV. Quilibet Cometa movetur in Sectione Conica, cujus umbilicorum alter eſt Sol. *Tab.* VII. *fig.* 2. 60.

Propoſit. XXXVI. Planeta quivis ſecundarius circa ſuum Primarium revolvitur in perimetro Ellipſis, in cujus umbilicorum altero eſt centrum Primarii. 62.

Propoſit. XXXVII. Si corpus ſecundum directionem rectæ cujuſvis projiciatur, & ſimul urgeatur a vi Centripeta tendente ad Centrum S, ita ut motu ex hiſce duobus compoſito, deſcribat curvam A P *p*; hanc vero tangat in puncto quovis P recta P R, & à puncto B, ipſi P proximo, ducatur B D rectæ S P normalis, & B R eidem S P parallela; ſimiliſque fiat conſtructio ad aliud quodvis curvæ punctum *p*. Dico Vim centripetam in P eſſe ad Vim centripetam in *p*, ſicut $\frac{S p q \times b d q}{b r}$ ad $\frac{S P q \times B D q}{B R}$: ſive Vim centripetam in P eſſe reciproce ut ſolidum $\frac{S P q \times B D q}{B R}$, ubi figura P R B D eſt indefinite parva *Tab.* VII. *fig.* 3. 63.

Propoſit. XXXVIII. Si Ellipſin A P I, cujus foci S & F, tangat recta Z P R in puncto quovis P, & huic per centrum C ducatur parallela diameter I K; rectæ S P, focorum alterutrum (ut S) & contactus punctum jungentis, portio E P inter dictas parallelas interjecta, æqualis eſt Ellipſis ſemiaxi majori C A. *Tab* VII. *fig.* 4. 65

Propoſit. XXXIX. Revolvatur Corpus in Ellipſi; quæritur Lex Vis centripetæ tendentis ad Focum Ellipſis. *Tab.* VII. *fig.* 5. 66.

Propoſit. XL. Si corpora plura revolvantur circa centrum commune, & Vis centripeta ſit reciproce ut Quadratum diſtantiæ a centro;

tro; dico quod Quadrata Temporum periodicorum in Ellipſibus ſunt ut Cubi tranſverſorum axium. *Tab.* VIII. *fig.* 4. Pag. 71.

Propoſit. XLI. Manente eadem Lege Vis centripetæ; dico quod corporum, circa Commune centrum revolventium, Velocitates in quibus vis punctis ſunt inter ſe in ratione compoſita ex ratione ſubduplicata laterum rectorum principalium, pertinentium ab Lineas quas deſcribunt, & ratione inverſa perpendiculorum a Communi centro demiſſorum in rectas tangentes ad puncta ubi verſantur corpora. *Tab.* VIII. *fig.* 5. 73.

Propoſit. XLII. Planetæ primarii & Cometæ hac lege circa ſolem moventur, ut motus cujuslibet ex illis componatur ex æquabili ſecundum rectam tangentem Orbitam, & altero ad ſolis centrum tendente, in quo Vis acceleratrix eſt quadrato diſtantiæ à dicto centro reciproce proportionalis. 76.

Propoſit. XLIII. Orbium Planetariorum Nodi & Apſides quieſcunt. 77.

Propoſit. XLIV. Planetæ & Cometæ in Cœlis quam liberrime moventur; & proinde eorum motus diutiſſime conſervari poteſt. 78.

Propoſit. XLV. Planetæ ſecundarii circa Primarios ſuos hac lege moventur, ut, præter Vim omnem acceleratricem quâ primarius urgetur, motus cujuslibet ex illis componatur ex æquabili ſecundum rectam Orbitam tangentem, & altero ad Primarii centrum tendente, in quo vis acceleratrix eſt quadrato diſtantiæ à centro reciproce proportionalis. 79.

SECTIO VII. *Planetæ & Cometæ in Orbitis ſuis retinentur per Gravitatem, eadem lege per Univerſum Syſtema Solare propagatam.* 80.

Propoſit. XLVI. Vis, qua Luna ad Terræ centrum tendit, quaque in Orbita ſua retinetur, eadem eſt cum vi Gravitatis, qua corpora terreſtria quævis ad idem centrum tendunt. *Tab.* IX. *fig.* 1. ibid.

Propoſit. XLVII. Planetæ ſecundarii Iovis gravitant in Jovem, ſatellites Saturni in Saturnum, & Planetæ primarii & ſecundarii graves ſunt in Solem; omneſques vi Gravitatis ſuæ retrahuntur à motibus rectilineis, & in Orbitis ſuis retinentur. 83.

Propoſit. XLVIII. Virtutis omnis à Centro, vel ad centrum, in lineis rectis undiquaque per Regiones in circuitu propagatæ Vis, ſive efficacia, in diverſis locis eſt quadrato diſtantiæ loci à centro reciproce proportionalis. *Tab*, IX. *fig.* 3. 85.

Propoſit.

Propoſit. XLIX. Gravitates acceleratrices verſus diverſa corpora, in paribus diſtantiis, ſunt ut ipſa corpora verſus quæ fiunt. *Tab.* IX. *fig.* 4. Pag. 85.

SECTIO VIII. *De Motu Corporum ſe mutuo attrahentium, hujuſque ſymptomatibus; quæ omnia ad ſyſtema Solis & Planetarum primariorum applicantur.* 88.

Propoſit. L. Corpora duo ſe invicem trahentia, & circum ſe invicem revoluta, deſcribunt & circum ſe mutuo, & circum commune centrum gravitatis, figuras ſimiles. *Tab.* IX. *fig.* 5. ibid.

Propoſit. LI. Si corpora duo s & P viribus quibusvis ſe mutuo trahant, & interea revolvantur circa gravitatis centrum commune C; dico figuris quas corpora ſic mota deſcribunt circum ſe mutuo, poſſe figuram ſimilem & æqualem circum corpus alterutrum immotum, viribus iiſdem, deſcribi. *Tab.* IX. *fig.* 6. 89.

Propoſit. LII. Si corpora duo viribus quibusvis ſe mutuo trahentia circa ſe mutuo revolvantur, motus eorum iidem erunt, ac ſi non traherent ſe mutuo, ſed utrumque a corpore tertio, in communi Gravitatis centro conſtituto, viribus iiſdem traheretur. Et virium trahentium eadem erit Lex reſpectu diſtantiæ corporum a centro illo communi, atque reſpectu diſtantiæ totius inter corpora. *Tab.*. IX. *fig.* 5. 91.

Propoſit. LIII. Corporum duorum s & P, circa commune gravitatis centrum C revolventium, tempus periodicum eſt ad tempus periodicum corporis alterutrius P circa alterum immotum s (viribus iiſdem trahens) gyrantis, in ſubduplicata ratione corporis s ad aggregatum corporum s & P. *Tab.* IX. *fig.* 7. 92.

Propoſit. LIV. Si Corpora duo s & P, viribus quadrato diſtantiæ ſuæ reciproce proportionalibus, ſe mutuo trahentia revolvantur circa gravitatis centrum commune; dico quod Ellipſis, quam corpus alterutrum P hoc motu circa alterum s deſcribit, (modo Prop. L. deſcripto,) axis major erit ad axem majorem Ellipſis, quam corpus idem P circa alterum s quieſcens, (ut Prop. L I.) eodem tempore periodico deſcribere poſſet, in ſubtriplicata ratione ſummæ corporum s & P ad corpus quieſcens s. *Tab.* IX. *fig.* 7. 93.

Propoſit. LV. Manente eadem attractionis lege, dico corporis P Orbitam P R propius accedere ad Ellipſin, cujus focus eſt C commune centrum gravitatis corporum s & M, quam ad Ellipſin,

ſin, cujus focus eſt centrum ipſius s; & quod areæ radiis ad c ductis deſcriptæ ſunt temporibus majis proportionales, quam areæ radiis ad centrum ipſius s ductis deſcriptæ. *Tab.* IX. *fig.* 8. Pag. 94.

Propoſit. LVI. Poſitis iiſdem attractionum legibus, dico corpus exterius P circa interiorum s & M commune gravitatis centrum C, radiis ad centrum illud ductis, deſcribere areas temporibus magis proportionales; & orbem ad formam Ellipſis umbilicum in centro eodem habentis magis accedentem, ſi corpus intimum & maximum s his attractionibus, perinde atque cætera, agitetur, quam ſi vel non attractum quieſcat, vel multo magis vel multo minus attractum aut multo magis aut multo minus agitetur. *Tab.* IX. *fig.* 8. 95.

Propoſit. LVII. Corpora plura, quorum vires acceleratrices ad ſe mutuo ſunt inverſe in duplicata ratione diſtantiarum ab eorundem centris, moveri poſſunt in Ellipſibus circa magnum, & radiis ad illud ductis areas deſcribere temporibus proportionales quamproxime. *Tab.* IX. *fig.* 9. 96.

Propoſit. LVIII. Ex actione mutua Solis & cujusvis Planetæ primarii, Planeta deſcribit Ellipſin, cujus umbilicus eſt commune centrum gravitatis Solis & dicti Planetæ. Ex actione vero Planetarum primariorum in ſe mutuo, cujuſque orbita eſt quam proxime Ellipſis, cujus umbilicus eſt commune centrum gravitatis Solis omniumque Planetarum ſe inferiorum. 97

SECTIO IX. *De Motu ſyſtematis corporum circa corpus aliud revoluentis; quæ omnia ad ſyſtema Solis, & Planetarum primariorum & ſecundariorum applicantur.* 98.

Propoſit. LIX. Syſtematis gravium duorum vel plurium circa ſe mutuo revolventium in Ellipſibus, commune centrum gravitatis moveri poteſt in Ellipſi, aut alia Sectione coni, circa aliud maximum in Ellipſis umbilico poſitum, &, radiis ad umbilicum ductis, areas deſcribere temporibus proportionales quamproxime. *Tab.* IX. *fig.* 10. ibid.

Propoſit. LX. Si corpus minus L circa magnum T revolvatur, (ut in Corol. 2. Prop. L I.) & horum ſyſtema revolvatur circa maximum s, (ut in præcedente,) &, in tribus hiſce corporibus, attractiones acceleratrices binorum quorumcunque in tertium ſint inter ſe reciproce ut quadrata diſtantiarum ab eodem; propoſitum ſit generatim oſtendere Errores a corpore L commiſſos, horumque cauſas & rationes nempe; quo minus corpus

corpus L, radio ad T ducto, areas deſcribat temporibus proportionales exacte, & percurrat perimetrum Ellipſis, cujus focus alter T. *Tab.* X. *fig*. 1. 2. 3 Pag. 100.

Propoſit. *LXI.* Iisdem poſitis, propoſitum ſit corporis minoris L circa magnum T revolventis. non in eodem plano in quo T circa maximum S revolvitur, Errores quosdam, ex dictorum planorum inclinatione ortos, eorumque cauſas & rationes exponere. *Tab.* X. *fig*. 4. 5. 103.

Propoſit. *LXII.* Corpus L, radio ad T ducto, deſcribet areas temporibus magis proportionatus, & figuram ad formam Ellipſis, cujus umbilicus T, magis accedentem; ſi T eâdem lege, quâ L, verſus S attrahitur, quam ſi multo minus aut multo magis attrahatur. *fig*. 4. 5. 106.

Propoſit. *LXIII.* Ex actione mutua Telluris & Lunæ, illarum commune centrum gravitatis in Orbe magno circa Solem movetur. Similiter commune centrum gravitatis Jovis ejusque ſatellitum, & Saturni comitumque Saturniorum, in Orbitis Jovis & Saturni, Prop. LVIII. definitis, feruntur. 108.

Propoſit. *LXIV.* Propter Telluris figuram, puncta Æquinoctialia regrediuntur; & Axis Terræ, ſingulis revolutionibus annuis, bis mutat inclinationem ad Eclipticam, & bis redit ad inclinationem priorem. *Tab.* X. *fig*. 8. ibid.

Propoſit. *LXV.* Commune centum gravitatis Solis omniumque Planetarum & Cometarum quieſcit; quod proinde pro centro Syſtematis Solaris, ipſiusque adeo Mundi, habendum eſt. 111.

SECTIO. X. *De Cauſis & ratione motus Planetarum à Philoſophis adductis.* 112.

Propoſit. *LXVI.* *Kepleri* Phyſicam Cœleſtem; ſive Cauſam & Rationem, cur Planetæ in orbibus circa Solem deferuntur, quam adduxit *Jo. Keplerus*, ſummatim & breviter explicare. 113.

Propoſit. *LXVII.* Modum, quo ex allatis principiis *Keplerus* deducit periodica Planetarum tempora reperiri exactiſſime in proportione ſuorum orbium ſeu circulorum ſeſquialterâ, explicare. 114

Propoſit. *LXVIII.* Cauſas, cur Planetarum Orbitæ Excentricæ ſunt, à *Keplero* allatas explicare. 116.

Propoſit. *LXIX.* Cauſas, cur Planetarum Orbitæ ſint ad Eclipticam inclinatæ, à *Keplero* adductas explicare. 119

Propoſit. *LXX.* Quæ in ſupra explicata Phyſica Cœleſti *Kepleriana* falſa reperiuntur, breviter indicare & refellere. 121.

Propoſit. *LXXI.* Carteſii Phyſicam Cæleſtem, ſive Cauſam & Rationem cur Planetæ in orbibus circa Solem deferuntur, quam Renatus

natus Des Carres commentus eſt, ſummatim & breviter explicare. Pag. 125.

Propoſit. *LXXII.* Si circa eundem axem revolvantur corpora duo in eadem ab axe diſtantia, atque etiam alia duo ſimiliter in alia quavis diſtantia; dico rationem differentiæ motûs angularis priorum corporum ad differentiam motûs angularis poſteriorum componi ex ratione translationis corporum priorum à ſe invicem, & ratione diſtantiæ poſteriorum ab axe ad diſtantiam priorum ab eodem, 130.

Propoſit. *LXXIII.* Si curva D C E ſit ita verſus rectam A E, infinitè verſus E productam, relata, ut demiſſa ex quovis curvæ puncto ad A E recta perpendicularis C B ſit reciprocè cubus rectæ A B interceptæ inter B & A punctum in recta E A datum; erit ſpatium interminatum B C E E, inter rectas C B, B E & curvam C E comprehenſum, inverſe ut quadratum rectæ A B. *Tab.* XI. *fig* 3. 131.

Propoſit. *LXXIV.* Si Corporum duorum contiguorum unum ſuper alterum gliſcat, & idem fiat in aliis duobus corporibus, eâdem Vi atque priora verſus ſe invicem preſſis; dico impreſſionem factam à frictione priorum in ſe mutuo eſſe ad ſimilem impreſſionem poſteriorum in ratione compoſita ex ratione translationis priorum ad translationem poſteriorum, & ratione ſuperficiei, quâ priora ſe mutuo contingunt; nempe in quibus impreſſiones fiunt. 132.

Propoſit. *LXXV.* Si ſphæra ſolida in fluido uniformi & infinito, circe axem poſitione datum, uniformi cum motu revolvatur, & ab hujus impulſu ſolo agatur fluidum in orbem, perſeveret autem fluidi pars ùnaquæque uniformiter in motu; dico quod tempora periodica partium fluidi erunt ut quadrata diſtantiarum à centro ſphæræ. *Tab.* XI. *fig.* 4. 133.

Propoſit. *LXXVI.* Quæ in ſupra explicata Phyſica *Carteſiana* ſunt erronea breviter indicare & refellere. 137.

Propoſit. *LXXVII.* Cauſas Motuum Cœleſtium à celeberrimo Leibnitio adductas recenſere & explicare. 143.

Propoſit. *LXXVIII.* Quæ in ſupra recenſitis Cauſis Motuum Cœleſtium, à D. Leibnitio in Tentamine aſſignatis, minus Phyſica ſunt indicare. 147.

SECTIO XI. *De aliis Mundi Syſtematibus, & Viribus ad illa conſervanda neceſſariis.* 152.

Propoſit. *LXXIX.* Mundi Syſtema Semi-tychonicum deſcribere. *Tab.* XII. ibid.

Propoſit.

Propoſit. *LXXX.* Directionem ad Legem virium, quibus Syſtema Semi-tychonicum conſervari poſſet, explicare. *Tab.* XII. Pag. 153.

Propoſit. *LXXXI.* Mundi Syſtema Tychonicum deſcribere. *Tab.* XII. 155.

Propoſit. *LXXXII.* Directionem & Legem Virium, quibus Syſtema Tychonicum conſervari poſſet, explicare. *Tab.* XII. ibid.

Propoſit. *LXXXIII.* Mundi Syſtema Ptolemaicum deſcribere. *Tab.* XIII. 157.

Propoſit. *LXXXIV.* Directionem & Legem Virium, quibus Syſtema Ptolemaicum conſervari poſſet, explicare. *Tab.* XIII. 158.

LIBER SECUNDUS DE PRIMO MOTU. 165

SECTIO I. *De Geneſi circulorum Sphæræ, & Vocibus in Aſtronomia uſitatis inde pendentibus.* 167.

Propoſit. *I.* Eclipticæ & Zodiaci geneſin & naturam, eorumque diviſiones, item Secundariorum Eclipticæ, horumque officia exponere, & Voces in Aſtronomia uſitatas hinc pendentes explicare. ibid.

Propoſit. *II.* Æquinoctialis Cœleſtis ejusque Secundariorum & Parallelorum geneſin, naturam & officia exponere, & Voces in Aſtronomia uſitatas hinc pendentes explicare. 170.

Propoſit. *III.* Æquatoris Terreſtris ejusque Secundariorum & Parallelorum naturam & officia exponere, & Voces in Aſtronomia & Geographia uſitatas hinc pendentes explicare. 172.

Propoſit. *IV.* Horizontis ejusque Secuodariorum & Parallelorum geneſin & naturam exponere, Vocesque in Aſtronomia uſitatas hinc pendentes explicare. 177.

Propoſit. *V.* Meridiani Cœleſtis aliorumque Circulorum Horariorum geneſin & naturam explicare. 180.

Propoſit. *VI.* Varias Sphæræ Mundi appellationes, aliasque Voces in Aſtronomia uſitatas, à varia inclinatione Horizontis ad Æquatorem pendentes explicare. 183.

Propoſit. *VII.* Latitudo loci eſt arcus ſimilis arcui elevationis Poli ſupra Horizontem. *Tab.* XIV. *fig.* 4. 186.

Propoſit. *VIII.* Crepuſculi cauſas exponere, ejusque Limites definire. 187.

Propoſit. *IX.* Quid per Stellarum Ortum & Occaſum Poëticum intelligatur, explicare, ejusque ſpecies, Coſmicum nempe, Achronycum & Heliacum exponere. 191.

SECTIO II. *De Temporis Diviſione, aliisque hinc pendentibus.* 195.

Propoſit. X. Temporis diviſionem in Horas, Dies & Hebdomadas, Vocesque in Aſtronomia uſitatas hinc pendentes explicare. Pag. 195
Propoſit. XI. Temporis Diviſionem in Menſes, Annos, horumque varia genera & collectiones explicare. 198.
Propoſit. XII. Epochas præcipuas & notabiliores recenſere, & earum ad ſe mutuo relationem declarare. 205.
SECTIO III. *De Sphæris, aliisque Machinis ad Motum Primum adumbrandum excogitatis, & earum uſu.* 208.
Propoſit. XIII. Machinas vulgatiores, per quas Motum Primum ſive diurnum imitantur Artifices & ad oculum demonſtrant, nempe Globum Cœleſtem & Sphæram deſcribere. ibid.
Propoſit. XIV. Globum Terreſtrem, qualem vulgò conſtruunt Artifices, deſcribere. 212
Propoſit. XV. Varia Problemata circa Situm locorum Terræ ad ſe invicem, & Motum Aſtrorum diurnum, per Globos reſolvere; hoc eſt, uſum præcipuum utriuſque Globi oſtendere. 213
SECTIO IV. *De Determinando per obſervationes ſitu & reſpectu, quem circuli Sphæræ ad ſe mutuo obtinent.* 227
Propoſit. XVI. Planum Meridiani Circuli, in data Habitatione, per obſervationes determinare. ibid.
Propoſit. XVII. Altitudinem Poli & Situm Æquinoctialis circuli reſpectu Horizontis per obſervationes determinare. *Tab.* XIV. *fig.* 5. 229
Propoſit. XVIII. Cujuſvis Syderis Declinationem obſervare. *Tab.* XIV. *fig.* 6. 231
Propoſit. XIX. Inclinationem Eclipticæ ad Æquatorem, ſive Eclipticæ Obliquitatem obſervare, ejuſque ac proinde Colurorum, Tropicorum & Polarium ſitum reſpectu Æquatoris determinare. 232
Propoſit. XX. Datâ Eclipticæ Obliquitate, Aſcenſionem rectam & Declinationem dati in ea puncti, item Angulum, quem ad dictum punctum comprehendit Ecliptica cum Meridiano, per calculum eruere; & è converſo, Eclipticæ punctum, cui horum aliquod competit, definire, & proinde locum Solis in Ecliptica, ex obſervatione per Prop. XVIII. facta determinare. *Tab.* XIV. *fig.* 7. 235
SECTIO V. *De Stellis Fixis, earum Locis per obſervationem definiendis, aliisque huc àttinentibus.* 236
Propoſit. XXI. Stellarum Fixarum claſſes varias explicare, in quas ob diverſam magnitudinem apparentem dividuntur; hujuſque differentiæ rationes reddere. ibid.

Propo-

Propoſit. XXII. Conſtellationes, in quas Fixæ ab Aſtronomis diſtribuuntur, enumerare. Pag. 238

Propoſit. XXIII. Datis Solis Theoriâ & Horologio Automato, Fixarum Aſcenſionem Rectam per obſervationes determinare. 241

Propoſit. XXIV. Datis Declinatione & Aſcenſione Rectâ unius Syderis, & Declinatione alterius una cum Syderum Diſtantia, poſterioris hujus Aſcenſionem Rectam invenire; & è converſo, Syderum, quorum Aſcenſiones Rectæ & Declinationes dantur, Diſtantiam invenire. *Tab.* XIV. *fig.* 8. 243

Propoſit. XXV. Datæ Stellæ Aſcenſionem Rectam per obſervationes determinare, mediante Phænomeno interdiu & noctu conſpicuo. 244

Propoſit. XXVI. Datis Altitudine Poli, Horâ à Meridie & Loco Solis, ſi præterea Syderis Altitudo & Azimuth obſervatione innoteſcant, invenire Syderis iſtius Aſcenſionem Rectam & Declinationem. *Tab.* XIV. *fig.* 9. 245

Propoſit. XXVII. Datæ Stellæ Longitudinem & Latitudinem inveſtigare. *Tab.* XIV, *fig.* 10. 246

Propoſit. XXVIII. Datis Longitudine & Latitudine duorum Syderum, & Diſtantiâ tertii ab utroque, tertii iſtius Locum invenire. *Tab.* XV. *fig.* 1. 247

Propoſit. XXIX. Fixarum Catalogum condendi modum deſcribere; præcipuos ejus Conditores, methodoſque, quibus ſunt uſi, indicare, & Globum Cœleſtem conſtruere. 248

Propoſit. XXX. Mutationes aliquas notabiliores inter Fixas recenſere. 255

Propoſit. XXXI. Punctorum Æquinoctialium Præceſſionem veram, ſive Fixarum Motum in conſequentia apparentem definire; & ad datum tempus Locum cujuſvis Fixæ ex dato Fixarum Catalogo determinare. 258

SECTIO VI. *De Primi Motus Problematibus inſignioribus per Calculum reſolvendis.* 260

Propoſit. XXXII. Datorum duorum in Telluris ſuperficie Locorum Differentiam Meridianorum ſive Longitudinum per obſervationes determinare, & Loca illuſtriora Telluris cum Latitudinibus & Meridianorum Differentiis in Catalogum referre, & Globum Terreſtrem conſtruere. ibid.

Propoſit. XXXIII. Datâ Elevatione Poli, & Stellæ vel alterius in Cœlo puncti Aſcenſione Rectâ & Declinatione, ejuſdem Differentiam Aſcenſionalem, adeoque Aſcenſionem Obliquam, Moram ſupra Horizontem, & Amplitudinem Ortivam invenire. 262

Propoſit. XXXIV. Datâ Poli elevatione, ſi Stellæ, cujus Aſcenſio Recta & Declinatio ſunt notæ, Altitudo obſervatione innoteſcat, Temporis momentum & Syderis Azimuthum invenire. *Tab.*XV. *fig.*3. Pag. 263
Propoſit. XXXV. Datis Longitudine Loci, Diei Horâ & Solis Loco, ſitum Eccliptieæ reſpectu Horizontis determinare; hoc eſt, Eclipticæ & Horizontis angulum, (ſive gradûs Eclipticæ ab oriente puncto Nonageſimi Altitudinem ſupra Horizontem,) punctum Eclipticæ oriens (indeque gradum Nonageſimum) punctumque Horizontis, in quo Ecliptica illum interſecat, invenire. *Tab.*XV.*fig.*4. 264
Propoſit. XXXVI. Iiſdem datis, Syderis, cujus Longitudo & Latitudo dantur, ſitum reſpectu Horizontis, ſive Altitudinem & Azimuthum invenire; item punctum angulumque, in quo Verticalis per dictum Sydus Eclipticam interſecat, determinare. *Tab.* XV. *fig.* 5. 265
Propoſit. XXXVII. Datâ Elevatione Poli & Aſcenſione Obliquâ Stellæ, ejus Ortum Coſmicum & Achronycum invenire, *Tab.* XV. *fig.* 6. 266
Propoſit. XXXVIII. Datæ Stellæ Ortum & Occaſum Heliacum definire. *Tab.* XV. *fig.* 7. 267
Propoſit. XXXIX. Datis Latitudine Loci & Loco Solis, initium Crepuſculi Matutini & finem Veſpertini invenire. *Fig.* 8. ibid.
Propoſit. XL. Si circulum in Sphæra maximum duo maximi ad angulos æquales ſecuerint, omnium huic parallelorum circulorum arcus à duobus ſecantibus intercepti ſunt inter ſe ſimiles; interſecantium vero arcus inter binos parallelos comprehenſi ſunt inter ſe æquales. *Tab.* XV. *fig.* 9. 268
Propoſit. XLI. Parallelum invenire, in quo Sol verſatur tempore Minimi Crepuſculi. 269
Propoſit. XLII. In dato poſitione plano, cui Horologium Sciotericum eſt inſcribendum, Lineam Meridianam, Angulum Styli, & Lineam Subſtylarem determinare. *Tab.* XVI. *fig.* 1. 272
Propoſit. XLIII. Invenire angulum, quem linea Horæ datæ comprehendit cum Meridiana in plano Scioterici; & inde Horologium Sciotericum in dato plano deſcribere. *Tab.* XVI. *fig.* 2. 273
Propoſit. XLIV. Horæ datæ lineam ducere in Horologio Sciroterico, cujus planum per Polos tranſit; & inde Sciotericum Polare deſcribere. *Tab.* XVI. *fig.* 3. 274
SECTIO VII. *De Parallaxi Syderum.* 276
Propoſit. XLV. Parallaxis naturam deſcribere, ejuſque varias ſpecies enume-

enumerare. *Tab.* XVI. *fig.* 4. Pag. 276

Propoſit. XLVI. Diſtantia Phænomeni à centro Terræ eſt ad ſemidiametrum Terræ, ut ſinus diſtantiæ apparentis à vertice ad ſinum parallaxis. *Tab.* XVI. *fig.* 6. 278

Propoſit. XLVII. Sinus diſtantiarum apparentium Phænomeni à vertice ſunt ſicut ſinus Parallaxium. ibid.

Propoſit. XLVIII. Duorum Phænomenωn inæqualiter à Terræ centro remotorum, quorum æqualis eſt diſtantia apparens à vertice, Parallaxes ſunt reciprocè ut diſtantiæ à centro Terræ. *Tab.* XVI. *fig.* 7. 279

Propoſit. XLIX. Ratio ſinûs Parallaxis unius Phænomeni ad ſinum Parallaxis alterius Phænomeni componitur ex ratione inverſa diſtantiarum à centro Terræ, & ratione directa ſinuum diſtantiarum apparentium à vertice. ibid.

Propoſit. L. Phænomeni declinationem non mutantis, inter Polum & verticem tranſeuntis, Parallaxin inveſtigare. *Tab.* XV. *fig.* 8. ibid.

Propoſit. LI. Datâ ſummâ vel differentiâ duorum arcuum, una cum ratione ſinuum, ipſos arcus invenire. *Tab.* XVI. *fig.* 9. 280

Propoſit. LII. Datâ utrâque altitudine meridianâ Phænomeni, neque Declinationem mutantis neque occidentis, ejus Parallaxin invenire. *Tab.* XVI. *fig.* 10. 281

Propoſit. LIII. Datâ utrâque altitudine Phænomini, declinationem non mutantis, in eodem verticali circulo obſervatâ, illius parallaxin inveſtigare. *Tab.* XVI. *fig.* 12. 282

Propoſit. LIV. Datis duabus Altitudinibus Phænomeni eodem temporis momento in datorum Locorum Terreſtrium communi Azimutho obſervatis, Phænomeni Parallaxin inveſtigare. *Tab.* XVII. *fig.* 1. 283

Propoſit. LV. Datis duabus altitudinibus Phænomeni è datis in Tellure Locis, eodem temporis articulo etiam extra communem Azimuthum obſervatis, Phænomeni Parallaxin invenire. *Fig.* 2. ibid.

Propoſit. LVI. Phænomeni Parallaxin per methodum præcedentibus duabus haud abſimilem exactiſſime inveſtigare, adhibendo vicinam aliquam Stellam Fixam. *Fig.* 3. 284

Propoſit. LVII. E Datis duabus obſervationibus Phænomeni fixi, hoc eſt, cujus nullus eſt motus præter diurnum, ejus Parallaxin invenire. *Tab.* XVII. *fig.* 5. 286

Propoſit. LVIII. Sint duo triangula rectilinea ABC, DEF habentia angulos ABC, DEF datos; ſintque datæ rationes AB ad DE, AC, ad DF, & BC ad DF - oportet ex dato latere AB utrumque triangulum invenire. *Tab.* XVII. *fig.* 6. 287

Pro-

Propoſit. LIX. E Datis ratione ſinuum arcuum integrorum ad datum circulum pertinentium A B, C D, ratione ſinuum arcuum ablatorum A E, C F & ipſis arcubus relictis E B, F D; arcus integros & ablatos A B, C D, A E, C F invenire. *Tab.* XVII. *fig.* 7. Pag. 288

Propoſit. LX. Ex datis duabus Altitudinibus Phænomeni declinationem non mutantis & Azimuthis correſpondentibus ejus Parallaxin invenire. *Tab.* XVII. *fig.* 8. 289

Propoſit. LXI. Ex duabus Phænomini Altitudinibus, cum Azimutho earum alteri reſpondente & Tempore inter binas obſervationes, Phænomeni Parallaxin inveſtigare. *Tab.* XVII. *fig.* 9. 290

Propoſit. LXII. E Duobus Phænomeni Azim uthis, cum Altitudine eorum alteri reſpondente & Tempore inter binas Azimuthi obſervationes, Phænomeni Parallaxin inveſtigare. 291

Propoſit. LXIII. Datis Phænomeni loco reſpectu Eclipticæ & Parallaxi Altitudini datæ congruâ, item Solis loco & Diei horâ, Phænomeni Parallaxin Longitudinis & Latitudinis invenire. *Tab.* XVII. *fig.* 10. 292

SECTIO VIII. *De Refractione Syderum.* 294

Propoſit. LXIV. Propter Atmoſphæram Æthere denſiorem Telluri circumfuſam, Stella quævis ſupra Horizontem elevatior in eodem circulo verticali apparet, quam appareret ſi nulla eſſet Atmoſphæra. *Tab.* XVIII. *fig.* 1. 294

Propoſit. LXV. Stellæ humiliores ex Refractione ad Atmoſpæram magis elevantur, cæteris paribus, quàm altiores. *fig.* 2. 296

Propoſit. LXVI. Quanto Stella in data Altitudine apparente per Refractionem elevetur, definire; & Tabulam Refractionis Stellarum conſtruere. 298

SECTIO IX. *De Tabulis Primi Motus & Fixarum Libro Secundo innixis.* 302

Propoſit. LXVII. Tabulas deſcribere omnibus Terræ incolis communes, quæ Motum Primum attinent. 303

Propoſit. LXVIII. Tabulas deſcribere omnibus Terræ incolis communes, quæ Stellas Fixas attinent. 304

Propoſit. LXIX. Tabulas enumerare vulgatiores, quibus Locorum Terreſtrium inſigniorum ſitus mutuus & reſpectu Æquatoris deſcribitur, quibusque Tempus in eorum aliquo numeratum ad Tempus ſecundum alterius uſum reducitur. 305

Propoſit. LXX. Tabulas deſcribere vulgatiores, quibus Primi Motûs Problemata in diverſis Terræ locis promptius ſolvuntur. 306

LIBER

LIBER TERTIUS DE THEORIA PLANETARUM PRIMARIORUM. Pag. 309

SECTIO I. *Generalia ad Planetarum omnium Theoriam ſpectantia.* 312

Propoſit. I. Si ſuper Ellipſeos P B A, cujus centrum C, majorem axem P A tanquam diametrum deſcribatur circulus P D A, & à puncto G in circuli circumferentia ad libitum aſſumpto ad P A demittatur perpendicularis G E, Ellipſin ad L interſecans; & ab aliquo in axe A P puncto (ex. gr. focorum alterutro S) ad G & L ducantur rectæ S G, S L; erit trilineum A G S ſub rectis S A, S G & curva circulari A G comprehenſum ad integrum circulum, ſicut trilineum A L S ſub rectis S A, S L & curva Elliptica A L comprehenſum ad integram Ellipſin. *Tab.* XVIII. *fig.* 4. ibid.

Propoſit. II. Datâ Planetæ Orbitâ, quot libuerit Anomalias Medias & correſpondentes Veras calculo determinare. *Fig.* 5. 313

Propoſit. III. Datâ Anomaliâ mediâ Planetæ, cujus Orbita datur, Anomaliam veram & Planetæ Diſtantiam à Sole por calculum invenire, & viciſſim. *Tab.* XVIII. *fig.* 5. 315

Propoſit. IV. Semicirculum, per rectam ex dato diametri puncto eductam, in data ratione dividere. *Fig.* 6. 316

Propoſit. V. Ellipſin haud admodum excentricam rectâ per focorum alterum ita dividere, ut Areæ Ellipticæ portio inter majorem Axem & ducendam rectam comprehenſa ſit quamproxime ad integram Ellipſin in data ratione minoris inæqualitatis. *Tab.* XVIII. *fig.* 7. 319

Propoſit. VI. Poſitâ approximatione modo deſcriptâ pro ſatis accurata, (id eſt, in Hypotheſi *Wardi*,) ex data Anomalia media Anomaliam coæquatam & Planetæ à Sole Diſtantiam invenire in Orbita data. *Tab.* XVIII. *fig.* 8. 322

Propoſit. VII. Approximationis præcedentis correctionem à Cl. *Iſmaele Bullialdo* adductam explicare; & quomodo (eâ poſitâ) Anomalia coæquata & Planetæ Diſtantia à Sole inveniantur, oſtendere. *Tab.* XVIII. *fig.* 9. 324

Propoſit. VIII. Deſcribere Orbitam, in qua Planetam circa Solem deferri cenſet Celeb. Aſtronomus *Dominicus Caſſini*, ejuſque cum Cauſis Phyſicis & Phænomenis convenientiam & diſcrepantiam explicare. *Tab.* XIX. *fig.* 1. 326

Additio ad Propoſit. VIII. præcedentem excerpta ex *Tranſact. Philoſophicis Menſ. Septembr. Anni* 1704. De Orbita Caſſiniana. *Tab.* XIX. *n.* 2. *fig.* 1. 330

SECTIO II. *De Telluris Orbita determinanda, & Theoria Telluris è*

Sole viſæ, ſive Solis è Tellure. Pag. 333
Propoſit. IX. Orbitæ Telluris Speciem, & Poſitionem Axis; Telluris item Tempus periodicum per obſervationes definire. ibid.
Propoſit. X. Tempus Æquinoctii utriuſvis per obſervationes determinare. 335
Propoſit. XI. Tempus Solſtitii utriuſvis determinare. *Tab.*XIX.*fig.* 5. 336
Propoſit. XII. Anni Vertentis quantitatem definire. 339
Propoſit. XIII. Anni Syderei quantitatem definire. 341
Propoſit. XIV. Ex datis tribus Solis Locis, Prop. xx. Lib. II. definitis, & Telluris Tempore Periodico, proxime æquali Anno Sidereo per Prop. præc. definito, Orbitæ Telluris Speciem, Lineæ Apſidum Situm & Tempus quo Tellus Aphelium tenebat invenire. *Tab.*XX. *fig.* 1. ibid.
Propoſit. XV. Poſitionem Lineæ Apſidum & Orbitæ Speciem ſupra determinatas ad libitum corrigere. 344
Propoſit. XVI. Ad datum Tempus Telluris Locum è Sole viſum, ejuſque à Sole Diſtantiam invenire. *Tab.* XX. *fig.* 2. 345
Propoſit. XVII. Dierum Naturalium Inæqualitatem explicare, & quomodo Tempus æquetur oſtendere. 346
Propoſit. XVIII. Socis Locum è Terra viſum, per Prop. xvi. inventum, corrigere. 351
SECTIO III. *De relinquorum planetarum primariorum Orbitis determinandis, & horum cum è Sole, tum è Tellere ſpectatorum Theoria condenda.* 352
Propoſit. XIX. Poſitionem Lineæ Nodorum Orbis Planetarii, & ipſius Planetæ in Nodo verſantis à Sole Diſtantiam per obſervationes determinare. *Tab.* XX. *fig.* 3. ibid.
Propoſit. XX. Cujuſvis Orbis planetarii Inclinationem ad planum Eclipticæ per obſervatioues definire. *Tab.* XX. *fig.* 4. 353
Propoſit. XXI. Ex obſervatione Planetæ in Oppoſitione aut Conjunctione cum Sole, ejus Secundam Inæqualitatem exuere, & à Sole diſtantiam invenire. 354
Propoſit. XXII. Ex unica Planetæ obſervatione quacunque ejus Inæqualitatem Secundam exuere, & à Sole Diſtantiam invenire. *Tab.* XX. *fig.* 6. 355
Propoſit. XXIII. Cujuſvis Planetæ Tempus periodicum circa Solem definire. 356
Propoſit. XXIV. Longitudinem Axis majoris Orbitæ cujuſvis Planetæ primarii invenire. 357

Pro-

Propoſit. XXV. Datis tribus Locis Centricis Planetæ & Tempore periodico, ejus Orbitam deſcribere, & Temporis momentum quo Planeta Aphelium tenebat invenire. Pag 358

Propoſit. XXVI. Datis umbilico & longitudine axis majoris, deſcribere Ellipſin per data duo puncta tranſeuntem. *Tab.* XXI. *fig.* 1. 359

Propoſit. XXVII. Datis duobus Locis Centricis Planetæ & à Sole Diſtantiis, una cum ejus periodico Tempore, Orbitam Planetæ determinare. *Fig.* 2. 360

Propoſit. XXVIII. Ad Ellipſeos A L P majorem axem A P ex umbilicorum altero *s* erigatur normalis S R Ellipſi occurrens in R, per quod acta recta D R Ellipſin contingens cum axe A P producto concurrat in G, & ex G ad axem ducatur perpendicularis G F. Hiſce poſitis, ſi ex quovis Ellipſeos puncto L inclinentur duæ rectæ L S, L E, altera L S ad aſſumptum umbilicum S, altera L E ad F G normalis; dico L E eſſe ad L S in data ratione G P ad P S. *Tab.* XXI. *fig.* 3. 361

Propoſit. XXIX. Ellipſin circa datum umbilicum deſcribere, quæ tranſeat per data tria puncta. *Tab.* XXI. *fig.* 4. 362

Propoſit. XXX. Datis tribus Locis Centricis Planetæ & à Sole Diſtantiis, ejus Orbitam Ellipticam deſcribere. *Tab.* XXI. *fig.* 5. 364

Propoſit. XXXI. Invenire diametros conjugatas Ellipſeos, quæ per data quinque puncta tranſeat. *Tab.* XXI. *fig.* 6. 365

Propoſit. XXXII. Invenire umbilicos & vertices Ellipſeos, quæ per data quinque puncta tranſeat, & Ellipſin proinde per data quinque puncta tranſeuntem deſcribere. *Fig.* 10. 368

Propoſit. XXXIII. Datis quinque Locis Centricis Planetæ, & à Sole Diſtantiariis, ejus Orbitam deſcribere. 370

Propoſit. XXXIV. Ad datum Tempus Planetæ propoſiti Locum Centricum & Diſtantiam à Sole determinare. *Fig.* 2. 371

Propoſit. XXXV. Ad datum Tempus Locum Planetæ Geocentricum, quoad Longitudinem & Latitudinem, & Planetæ à Terra Diſtantiam invenire. *fig.* 3. 372

SECTIO IV. *De Planetarum Elongatione maxima à Sole, Directione, Statione & Retrogradatione.* 373

Propoſit. XXXVI. Dati Planetæ Elongationem à Sole maximam, è dato ſuperiore viſam, ejuſque Tempus determinare. *Fig.* 4. ibid.

Propoſit. XXXVII. Planeta quivis Primarius ex alio quovis Primario ſpectatus, in aliqua Orbitæ ſuæ parte Stationarius, in aliqua Directus, in aliqua denique Retrogradus apparet. *Fig.* 6. 374

Propoſit. XXXVIII. Invenire Angelum Commutationis quo diſtant

Planetæ duo dati è Sole viſi, & Angulum quo diſtant Sol & Planetarum alteruter ex altero viſi, cum datorum Planetarum alter ex altero Stationarius apparet. *Fig.* 2. Pag. 382
SECTIO V. *De Planetarum primariorum Tabulis, & earum Uſu.* 384
Propoſit. XXXIX. Tabulas deſcribere, quarum ope cujuſvis è Planetis primariis Locus Heliocentricus & Geocentricus ad datum Tempus expedire definitur. ibid.
Propoſit. XL. Cujuslibet Planetæ Locum, tam Heliocentricum quàm Geocentricum, ſecundum Longitudinem & Latitudinem ex ſupra deſcriptis Tabulis ad propoſitum Tempus prompte ſupputare, ejuſque Paſſiones definire. 387
Propoſit. XLI. In Planetis primariis invicem collatis Quadrata Temporum Periodicorum ſunt ut Cubi majorum Axium Orbitarum Ellipticarum, quas circa Solem deſcribuntur. *Tab.* XXIII. *fig.* 4. 391
Propoſit. XLII. Dato Planetæ Loco Geocentrico dato Tempori congruo, ejuſdem Locum ex data in ſuperficie Habitatione viſum ad dictum Tempus ex Tabulis depromere. 393
SECTIO VI. *De Orbium Planetariorum Magnitudine.* 394
Propoſit. XLIII. Ex duorum Planetarum Conjunctione, in datis duobus Terræ locis obſervata, utriuſque Planetæ Parallaxin inveſtigare. *Tab.* XXIII. *fig.* 5. 395
Propoſit. XLIV. Ex Obſervationibus duabus ejuſdem Conjunctionis Corporalis duorum Planetarum, in eodem Loco habitis, utriuſque Planetæ Parallaxin determinare. *Tab.* XXIII. *fig.* 6. 397
Propoſit. XLV. Orbitrarum planetariarum Axes majores, Excentricitates &c. in menſuris notis determinare. 399
SECTIO VII. *De Magnitudine & Denſitate Solis & Planetarum primariorum.* 400
Propoſit. XLVI. Solis Plantarumque primariorum Magnitudinem definire. *Tab.* XXIII. *fig.* 7. ibid.
Propoſit. XLVII. Invenire rationem Diſtantiæ daci Secundarii à ſuo Primario ad Diſtantiam dati Primarii à Sole. *Fig.* 9. 402
Propoſit. XLVIII. Invenire rationem Quantitatis Materiæ in Sole ad Quantitatem Materiæ in dato Planeta primario, circa quem Satelles revolvitur. *Tab.* XXIII. *fig.* 10. 403
Propoſit. XLIX. Invenire rationem Denſitatis Solis ad Denſitatem Planetæ cujuſvis Primarii, circa quem Satelles revolvitur. *Tab.* XXIII. *fig.* 10. 405
Pro-

Propoſit. *L.* Orbitarum planetariarum Axes majores ſuperius inventes corrigere. Pag. 406

Propoſit. *LI.* Errores motûs Planetarum circa Solem à mutua Actione oriundos æſtimare. *Tab.* XXIII. *fig.* 11. 407

SECTIO VIII. *De Figura Solis & Planetarum.* 408

Propoſit. *LII.* Determinare Telluris Figuram; hoc eſt, rationem quam ejus Axis habet ad Diametros eidem normales. ibid.

Propoſit. *LIII.* Determinare rationem, quam Solis aut dati Planetæ Axis habet ad Diametros eidem normales. 414

SECTIO IX. *De Diſtantia Fixarum.* 415

Propoſit. *LIV.* Diſtantiam Fixæ per Obſervationem determinare. *Tab.* XXIV. *fig.* 2. ibid.

Propoſit. *LV.* Orbis magni Parallaxin obſervare per acceſſum & receſſum Fixæ à Polo Æquatoris diverſis Anni tempeſtatibus factum. *Tab.* XXIV. *fig.* 4. 417

Propoſit. *LVI.* Diſtantia Solis à Terra, reſpectu Diſtantiæ Stellæ Fixæ (etiam proximæ) à Terra, evaneſcit fere & inſenſibilis eſt. *Tab.* XXIV. *fig.* 7. 420

Propoſit. *LVII.* Ejuſdem ſphæræ illuſtrationes, in diverſis à lucido corpore diſtantiis, ſunt in reciproca duplicata ratione diſtantiarum. *Tab.* XXIV. *fig.* 8. 422

Propoſit. *LVIII.* Omnes Radii Solares in Planetam unum incidentes ſunt ad omnes Radios Solares in Planetam alterum incidentes in duplicata ratione chordarum Parallaxium horizontalium Solis ex Planetis iſtis ſpectati. *Fig.* 9. 423

Propoſit. *LIX.* Ratio Illuſtrationis Terræ à Sole ad ejuſdem Illuſtrationem à Planeta pleno Orbe fulgente componitur ex duplicata ratione chordarum Parallaxium Solis ex Terra & Planeta iſto ſpectati, & ratione quadrati circulo inſcripti ad quadratum chordæ Parallaxis horizontalis dicti Planetæ è Terra viſi. 425

Propoſit. *LX.* Stellæ Fixæ Diſtantiam definire. 426

Propoſit. *LXI.* Stellæ Fixæ Diſtantiam aliter æſtimare. 427

LIBER QUARTUS DE THEORIA PLANETARUM SECUNDARIORUM. 429

SECTIO I. *De Erroribus quos Sol producit in motu Satellitis, cum ejus Orbita Primario ſuo eſt Concentrica.* 430

Propoſit. *I.* Si Planeta primarius circa Solem revolvens ſecum deferat Satellitem, hic circa Primarium ita movebitur, ut à Quadratura cum Sole ad Conjunctionem aut Oppoſitionem proxime inſequentem acceleretur perpetuo; à Syzygia verò ad Qua-

draturam retardetur : Adeoque prope Syzygias Satelles velocius feratur, prope Quadraturas vero tardius. *Tab.* XXV. *fig.* 1. Pag. 430

Propoſit. *II.* Iiſdem poſitis, Satellitis L Orbita circa Primarium T deſcripta (cæteris paribus) magis curva eſt in C & D Quadraturis cum Sole, quàm in Syzygiis G & B. *Vide fig.* 2. 432

SECTIO II. *De Erroribus quos Sol producit in motu Satellitis, cùm ejus Orbita Excentrica eſt à ſuo Primario.* 434

Propoſit. *III.* Invenire legem Vis centripetæ, quâ urgente, corpus in trajectoria quacunque circa centrum virium revolvente moveri poſſit, dum corpus aliud in ſimili & æquali trajectoria quieſcente movetur. *Tab.* XXV. *fig.* 3. ibid.

Propoſit. *IV.* Differentia virium centripetarum, quibus corpus in orbe quieſcente & corpus aliud in eodem orbe revolvente æqualiter moveri poſſunt, modo Prop. præc. indicato, eſt in triplicata ratione communis altitudinis inverſe. *Tab.* XXVI. *fig.* 1. 436

Propoſit. *V.* Si Orbis A L P Ellipſis ſit, cujus latus rectum 2 R, umbilicum habens T, apſidem ſummam A, imam P; eique ſimilis & æqualis ponatur Ellipſis a l p circa immotum umbilicum T modo ſuperius deſcripto revolvens, & quantitates datæ G & F eandem habeant rationem quam anguli A T l & A T L; ſi altitudo corporis revolventis, ſive diſtantia à centro, vocetur A: Erit Vis centripeta, quâ corpus in Ellipſi mobili revolvi poteſt, ut $\frac{F\,q}{A\,q} + \frac{R \times G\,q - R \times F\,q}{A\ \text{cub.}}$; & viciſſim, urgente hujusmodi Vi centripetâ, in Ellipſi mobili feretur corpus. *Tab.* XXVII. *fig.* 1. 441

Propoſit. *VI.* In orbibus ellipticis, qui ſunt circulis finitimi, ex data lege Vis centripetæ determinare motum apſidum; & è contra, ex dato apſidum motu invenire legem Vis centripetæ, modo vis centripeta ſit ut altitudinis dignitas aliqua. *Vide figuras Tab.* XXVI. *& figuras.* 1am. *&* 2am. *Tab.* XXVII. 445

Propoſit. *VII.* In orbibus ellipticis, qui ſunt circulis finitimi, ex data lege Vis centripetæ determinare motum apſidum, modo Vis centripeta ſit ut ſumma vel differentia aliquarum duarum altitudinis dignitatum. 450

Propoſit. *VIII.* Si Planeta ſecundarius L circa primarium T deſcribat Orbitam Ellipticam, cujus focus eſt T; hujus Axis major ſive

ſive Apſidum linea motu angulari bis progreditur & bis regreditur ſingulis Satellitis L revolutionibus; progreditur nempe cum L eſt in Syzygiis G & B, regreditur verò dum L eſt in Quadraturis C & D cum Sole. *Tab.* XXVII. *fig.* 3. Pag. 454

Propoſit. IX. In fig. Prop. præc. Vis M N in Syzygiis eſt fere duplo major quàm Vis A M in Quadraturis. *Tab.* XXVII. *fig.* 4. 456

Propoſit. X. In ſingulis Satellitis cujusvis revolutionibus Apſides plerumque magis progrediuntur quàm regrediuntur, & exceſſu progreſsûs feruntur in conſequentia. *Tab.* XXVII. *fig.* 4. 457

Propoſit. XI. In una Satellitis L revolutione circa T, progreſſus Apſidum magis ſuperat illarum regreſſum, cùm hæ in Syzygiis cum Sole verſantur, quam ſi inde longius diſtant; regreſſus vero Apſidum ſuperat illarum progreſſum in una Satellitis revolutione, cúm Apſides ſunt in Quadraturis cum Sole: Magis tamen & velocius progrediuntur in Syzygiis ſuis, minus verò & tardius in Quadraturis recedunt; & exceſſu progreſsûs ſupra regreſſum, in una Apſidum revolutione ad Solem, feruntur in conſequentia. 457

Propoſit. XII. Si Satelles in Orbe Excentrico circa Primarium ſuum moveatur, hujus Excentricitas bis in quavis revolutione mutabitur: & in una Satellitis revolutione erit hæc maxima, cùm Satelles verſatur in Syzygiis cum Sole; minima verò, cùm in Quadraturis: & in tranſitu Satellitis à Quadraturis ad Syzygias perpetuo augetur, & è contra in ejusdem tranſitu à Syzygiis ad Quadraturas perpetuo minuitur. 460

Propoſit. XIII. Iiſdem poſitis quæ in Prop. præc. in plutibus Satellitis revolutionibus inter ſe comparatis, dico Orbitæ Satellitis Excentricitatem maximam eſſe, cum ejus Apſides in Syzygiis verſantur; exinde verò diminui perpetuo in tranſitu Apſidum à Syzygiis ad Quadratum Solis, ubi illa minima eſt; in tranſitu verò Apſidum à Quadraturis ad Syzygias Excentricitatem rurſus perpetuo augeri. *Tab.* XXVII. *fig.* 3. & 4. 463

SECTIO III. *De Erroribus quos Sol producit in motu Satellitis, cùm planum Orbis ab illo circa Primarium deſcripti inclinatum eſt ad planum Orbis à Primario circa Solem deſcripti.* 464

Propoſit. XIV. Si Satelles circa Primarium revolvatur in Orbe cujus planum ad planum Orbis Primarii circa Solem inclinatum fuerit, Linea Nodorum motu angulari movebitur in antecedentia velocitate inæquali; celerrime quidem cùm Nodi ſunt in Quadrato

to Solis, poſtea tardius, donec Nodis in Syzygiis conſtitutis quieſcat prorſus. In locis inter Quadraturas & Syzygias intermediis Nodi conditionis utriuſque participes recedunt tardius; adeoque ſemper vel Retrogradi vel Stationarii ſingulis Satellitis revolutionibus circa Primarium feruntur in antecedentia: Et in eadem Satellitis revolutione celerius regrediuntur, cæteris paribus, cùm Satelles eſt in Syzygiis. *Tab.* XXVIII. *fig.* 1. 464

Propoſit. XV. Iiſdem poſitis, dico Inclinationem plani Orbis Satellitis ad planum Orbis, in quo Primarius circa Solem revolvitur, perpetuo mutari, & quidem maximam eſſe cúm Nodi ſunt in Syzygiis cum Sole; minimam verò (cæteris paribus) cum in Quadraturis: Et inſuper in hoc caſu minui dictam Inclinationem in tranſitu Satellitis à Quadraturis ad Syzygias, eandemque rurſus augeri in Satellitis tranſitu à Syzygiis ad Quadraturas. Unde fit ut Satellite in Syzygiis exiſtente, Inclinatio planorum evadat minima, redeatque ad priorem magnitudinem circiter, ubi Satelles ad Nodum proximum accedit. Dico inſuper in tranſitu Nodorum à Syzygiis ad Quadraturas diminui hanc planorum Inclinationem, & fieri omnium minimam (cæteris paribus) ubi Nodi ſunt in Quadraturis; dein creſcere iiſdem gradibus quibus antea decreverat, Nodiſque ad Syzygias denuo reverſis, ad magnitudinem primam redire. *Tab.* XXVIII. *fig.* 1. 367

Propoſit. XVI. Omnes ſupra deſcriptæ Inæqualitates quæ in Satellitis motu contingunt, tam quæ motum ejus in longum quàm quæ in latum afficiunt, tam quæ Orbitæ Concentricæ quam quæ Excentricæ competunt, paulo majores ſunt in Conjunctione Satellitis cum Sole quàm in Oppoſitione. *Tab.* XXIX. *fig.* 1. 471

SECTIO IV. *De Erroribus quos Sol producit in motu Satellitis, cum Primarius movetur in Orbe Excentrico circa Solem.* 473

Propoſit. XVII. Si ob diminutam & auctam per vices Diſtantiam inter Solem S & Primarium T actio ipſius S augeatur ac diminuatur per vices; augebitur ſimul ac diminuetur Orbitæ Satellitis radius LT, & Tempus periodicum Satellitis circa Primarium augebitur ac diminuetur in ratione compoſita ex ratione ſeſquiplicata radii & ratione ſubduplicata, qua Primarii T Vis attrahens per incrementum vel decrementum actionis Solis diminuitur vel augetur. *Tab.* XXIX. *fig.* 2. ibid.

Propoſit. XVIII. Iiſdem poſitis, in Satellitis Syſtemate dilatato vel coarctato Virium perturbantium effectus periodici, ſive Satellitis

litis Errores lineares in qualibet revolutione, ſunt ut Orbitarum radii & quadrata Temporum periodicorum conjunctim: Errores verò ejusdem angulares, è Primarii centro ſpectati, ſunt ut dicta quadrata Temporum periodicorum. *Tab.*XXIX. *fig.*3. Pag.476

Propoſit. *XIX.* Si Primarius circa longinquum Solem in Orbe Excentrico moveatur, Solis Vires Satellitis motum perturbantes harumque effectus, omnes ſc. ſupra deſcripti Errores tam in longitudinem quàm in latitudinem & altitudinem, ſunt reciproce ut Cubi diſtantiarum Primarii à Sole; hoc eſt, directe ut Cubi diametrorum apparentium Solis è Primario ſpectati. *fig.* 2. 477

Propoſit. *X X.* Invenire rationem inter Solis Vires, quibus Satellitis motus perturbatur, & Vim, quâ Satelles in Orbe ſuo circa Primarium retinetur. *Tab.* XXIX. *fig.* 1. 478

SECTIO V. *De Motu Lunæ è Terra ſpectatæ.* 481

Propoſit. *X X I.* Lunæ Motum ejusque Inæqualitates hactenus obſervatas, vel diſtinctas, vel cum aliis mixtas, ex ſuperioribus conſequentes deſcribere & explicare. ibid.

Propoſit. *XXII.* Diſtantiam Lunæ à centro Terræ per unicam Eclipſin Lunarem (ſine ulla prævia obſervatione Lunæ) invenire. 485

Propoſit. *XXIII.* Lunæ Diſtantiam à centro Terræ, dato tempore, per obſervationem determinare. *fig.* 5. 486

Propoſit. *XXIV.* Lunæ Inæqualitates & Errores per obſervationem determinare & inter ſe diſtinguere. 487

Propoſit. *XXV.* Invenire Solis Vires ad perturbandos Motus Lunæ, ſive rationem determinare inter Vires haſce perturbantes & Gravitatis Vim nobis familiarem. *Tab.* XXIX. *fig.* 2. 438

SECTIO VI. *De Tabulis Lunaribus & earum. Uſu.* 490

Propoſit. *XXVI.* Tabularum Lunarium, ad Lunæ locum è centro Terræ viſum expedite inveniendum deſtinatarum, Ordinem exponere. ibid.

Propoſit. *XXVII.* Tabularum Lunarium, ad Lunæ Locum è dato Telluris ſuperficie puncto viſum expedite inveniendum, Ordinem exponere. 497

Propoſit. *XXVIII.* Ad datum Tempus Lunæ Locum, è data in Tellure habitatione viſum, ope Tabularum ſupra deſcriptarum determinare. 499

Propoſit. *XXIX.* Quaſnam ex ſupra explicatis Correctionibus, ad Lunæ Motum attinentibus, adhibuerint hucusque Tabularum Conditores, quasque neglexerint breviter recenſere. 502

Propoſit. XXX. Tempus mediæ Conjunctionis aut Oppoſitionis Solis & Lunæ proxime inſequentis ad datum Tempus determinare. Pag. 512
Propoſit. XXXI. Tempus veræ Conjunctionis aut Oppoſitionis Solis & Lunæ, proxime inſequentis, ad datum Tempus determinare. 513
SECTIO VII. *De Eclipſi Lunæ.* 514
Propoſit. XXXII. Solis & Lunæ Semidiametros apparentes dato Tempori congruas invenire. 515
Propoſit. XXXIII. Si ſphæra opaca lucidæ ſphæræ exponatur, fiet umbra totalis ſive plena (hoc eſt, ſpatium medii circumfuſi ad quod nullus lucidæ ſphæræ radius pertingit) ad partes à ſphæra lucida averſas, incluſa ſuperficie coni recti, cujus axis eſt recta ſphærarum centra conjungens, baſis circulus ſphæræ opacæ partem illuminatam ab obſcura diſterminans: & angulus verticalis trianguli per axem eſt proxime æqualis differentiæ angulorum, quibus ſphæra lucida ex centro opacæ & ſphæræ opaca ex centro lucidæ videntur. Et ſi onus umbroſus ſecetur utcunque plano ad planum baſis parallelo, umbroſi circuli ſic geniti diameter ex centro opacæ ſphæræ videbitur ſub angulo proxime æquali intervallo duorum angulorum; quorum alter eſt aggregatum angulorum ſub quibus opaca ſphæra ex centris ſphæræ lucidæ & circuli umbroſi videtur, alter angulus in quo ſphæra lucida ex opacæ centro ſpectatur. *Tab.* XXIX. *fig.* 7. 516
Propoſit. XXXIV. Si Sphæra opaca Sphæræ lucidæ exponatur, præter umbram totalem ſive plenam fiet penumbra (hoc eſt, ſpatium medii circumfuſi, à cujus ſingulis punctis aliqui per opacam ſphæram arcentur radii) ad partes à ſphæra lucida averſas, incluſa ſuperficie coni recti, cujus axis idem eſt cum axe umbræ plenæ, & angulus verticalis trianguli per axem æqualis eſt ſummæ angulorum, quibus ſphæra lucida ex centro opacæ & ſphæra opaca ex centro lucidæ videntur. Et ſi conus hic penumbroſus ſecetur utcunque plano ad planum baſis parallelo, penumbroſi circuli ſic geniti (incluſo circulo plene umbroſo ad ejus centrum, ſi quis ſit) diameter ex centro opacæ ſphæræ ſpectata videtur ſub angulo æquali aggregato trium angulorum; eorum nempe ſub quibus opaca ſphæra ex centris ſphæræ lucidæ & circuli penumbroſi videtur, ejuſque in quo ſphæra lucida ex opacæ centro ſpectatur. *Tab.* XXX. *fig.* 1. 519
Propoſit. XXXV. Num dati Menſis Plenilunium futurum ſit Eclipticum

pticum determinare; & ſi futura eſt Eclipſis, ejus Speciem (hoc eſt, ſitne Partialis aut Totalis, cum aut ſine Mora) definire. *fig.* 2. Pag. 521

Propoſit. *XXXVI.* Datis Inclinatione Orbitæ Lunaris ad Eclipticam & Motu horario Solis & Lunæ, invenire Inclinationem Viæ Lunæ à Sole ad Eclipticam, vel ad Latitudinis circulum, datæ Lunæ diſtantiæ à Nodo competentem. *Tab.* XXX. *fig.* 6. 524

Propoſit. *XXXVII.* Mediæ Eclipſis Lunaris dato Menſe contingentis Tempus determinare. *fig.* 6. 526

Propoſit. *XXXVIII.* Tempus Initii & Finis Eclipſis Lunæ dato Menſe contingentis, item Immerſionis dotalis Lunæ in Umbram determinare; indeque Durationem tam integræ Eclipſis quàm totalium Tenebrarum definire. *Tab.* XXX. *fig.* 7. & 8. 529

Propoſit. *XXXIX.* Quantitatem Eclipſis dato Menſe contingentis, tam in ejus medio, quàm alio quovis dato Tempore definire. *Tab.* XXXI. *fig.* 1. & 2. 530

SECTIO VIII. *De Eclipſi Solis.* 533

Propoſit. *XL.* Si Diſtantia apparens inter Solem & Lunam ex centro Terræ viſa ſit æqualis Parallaxi Lunæ horizontali; hæc, aucta Parallaxi Solis horizontali, æquat Diſtantiam inter Terræ centrum centrumque Umbræ Lunaris in Terræ Diſcum exceptæ, viſam ex puncto ubi recta Solis & Terræ centra conjungens Lunæ Cœlo occurrit: & proportionaliter ſi Diſtantia Solis & Lunæ major ſit vel minor. *Tab.* XXXI. *fig.* 3. 534

Propoſit. *XLI.* Num dati Menſis Novilunium futurum ſit Eclipticum, hoc eſt, num in qualibet Terræ parte Sol partialiter aut totaliter deficere videbitur, determinare; & ſi futura eſt Eclipſis, ejus Speciem definire. *fig.* 4. 535

Propoſit. *XLII.* Tempus Initii, Medii & Finis tam omnimodæ Eclipſationis à Penumbra Lunæ, quàm Eclipſis Solis totalis in omni Telluris globo dato Menſe contingentis, indeque harum Durationem integram definire. *Tab.* XXXI. *fig.* 8. 541

Propoſit. *XLIII.* Eclipſis Solaris Quantitatem reſpectu Spectatoris Terreſtris intra circulum Penumbroſum, qui eſt ſectio Penumbræ Lunaris per Diſcum Terræ, datum Locum occupantis determinare. *fig.* 9. 544

Propoſit. *XLIV.* Præcipuâ Defectus Solaris Phænomena recenſere, Tellurisque Loca deſcribere ubi contingunt, dum Lunaris Umbra in Novilunio Ecliptico per Tellurem incedit. *Tab.* XXXII. *fig.* 1. 546

Propoſit. *XLV.* Telluris Locum (hoc eſt, ejus Longitudinem & Latitu-

titudinem) determinare, ubi Sol oriens ſupremo ſui margine deficere videtur. *Tab.* XXXII. *fig.* 2. Pag. 549

Propoſit. XLVI. Locum in Terra determinare Penumbræ Lunaris centro datâ Horâ ſubjectum, ſive in quo Sol centraliter ad datum Tempus deficit. *Tab.* XXXII. *fig.* 3. 550

Propoſit. XLVII. Locum in ſuperficie Terræ determinare ubi Solis Defectus vel Totalis eſt aut Centralis, vel ubi ejus Diametri pars data verſus datum Polum à Luna occultabitur in ipſo Meridie *Tab.* XXXII. *fig.* 4. 552

Propoſit. XLVIII. Num in dati Menſis Novilunio futura ſit Eclipſis Solaris in dato Terræ Loco viſibilis definire; & ſi futura eſt, Tempus maximæ Obſcurationis & Eclipſis Quantitatem determinare. 554

Propoſit. XLIX. Tempus Initii & Finis Eclipſis Solaris dato Menſe contingentis & in dato Loco viſæ, adeoque Durationem integram determinare. *fig.* 7. 558

Propoſit. L. Rationem reddere cur Lunares Tabulæ hactenus conditæ Lunæ Locum in Luminarium Eclipſibus, & generaliter in Syzygiis quibusvis, accuratius oſtendant, quàm in aliis Aſpectibus cum Sole, ſpeciatim in Quadraturis. 561

SECTIO IX. *De Motibus Satellitum circa alios Primarios præter Terram revolventium.* 563

Propoſit. LI. Manente eâdem Diſtantiâ Planetæ primarii à Sole, ſi plures Secundarii circa Primarium revolvantur in Orbibus excentricis ſimilibus, & ad planum in quo Primarius circa Solem revolvitur æqualiter inclinatis, Errores omne, angulares, in Satellitum motu è Primarii centro ſpectati & in quavis Satellitum revolutione geniti, ſunt directe ut quadrata Temporum periodicorum reſpectivè. ibid.

Propoſit. LII. Si Primarii duo Planetæ circa Solem in diverſis ab illo Diſtantiis revolvantur, circa Primarium autem quemvis Secundarius unus revolvatur, ſint que horum Orbitæ æquales, ſimiles ſimiliterque ad Primariorum ſuorum Orbes inclinatæ; Solis Vires Satellitum motus perturbantes horumque effectus, omnes ſc. Errores augulares, è centris Primariorum ſuorum reſpective ſpectati, ſunt reciproce in duplicata ratione Temporum periodicorum Primariorum circa Solem. 564

Propoſit. LIII. Errores angulares Satellitum, in ſingulis ſuis rexolutionibus circa Primarios reſpectivos geniti & ex horum centris ſpeati, ſunt in ratione compoſita ex directa duplicata ratione Temporum

rum

rum periodicorum Satellitum circa ſuos reſpective Primarios, & reciproca duplicata ratione Temporum periodicorum Primariorum circa Solem. Pag. 565

Propoſit. LIV. Motus inæquales Satellitum circa alium quemvis Planetam revolventium determinare. 566

Propoſit. LV. Motus Apſidum Satellitum circum-Jovialium aut circum-Saturniorum Prop. præc. inventos corrigere. 567

SECTIO X. *De Motu Satellitum Circa Propria Centra Reſpective.* 570

Propoſit. LVI. Lunæ citca Tellurem delatæ Motum circa proprium centrum deſcribere. ibid.

Propoſit. LVII. Ejuſdem Meridiani Lunaris (ſive circuli per Axem converſionis Lunæ) planum productum per Orbitæ Ellipticæ (quam circa Terram deſcribit) umbilicum à Terræ centro diverſum perpetuo tranſit quamproxime. *Tab.* XXXII. *fig.* 9. 571

Propoſit. LVIII. Motus in Lunæ Facie ex Terra apparentes, ex Lunæ Motu circa proprium centrum oriundus, deſcribere. *Fig.* 9. 572

SECTIO XI. *De Magnitudine & Denſitate Satellitum.* 575

Propoſit. LIX. Lunæ Magnitudinem definire. *Tab.* XXXII. *fig.* 10. 576

Propoſit. LX. Quantitatem materiæ in Luna definire reſpectu Quantitatis materiæ in Terra. *Tab.* XXXIII. *fig.* 1. ibid.

Propoſit. LXI. Rationem Denſitatis Lunæ ad Denſitatem Telluris definire. 578

Propoſit. LXII. Definire rationem Gravitatis acceleratricis verſus Lunam in ejus ſuperficie ad Gravitatem acceleratricem verſus Terram in ſuperficie hujus. ibid.

SECTIO XII. *De Figura Satellitum & Primariorum ex mutua Gravitate oriunda,* 579

Propoſit. LXIII. Figuram Sphæroidem prolatam Lunæ definire. 580

Propoſit. LXIV. Si Telluris Globus ubique profundo Mari opertus eſſet, indueret hic Figuram ſphæroidem oblangam fere, cujus axis productus per Lunam tranſieret. *Tab.* XXXIII. *fig.* 2. & 3. 581

Propoſit. LXV. Maris Fluxus & Refluxus fit ex Fluidi Telluris Globum operientis Figuris ſphæroidibus oblongis, quarum axes producti per Lunam & Solem tranſeunt. 584

Propoſit. LXVI. Si Globus Lunæ ubique profundo Mari noſtro ſimili opertus eſſet, indueret hic figuram ſphæroidem oblongam, cujus axis productus per Terram tranſiret: & Altitudo fluidi Lunaris, in partibus citerioribus & ulterioribus Lunæ, ſupra ſphæram ſphæroidi inſcriptam eſſet ad Altitudinem analogam Maris noſtri in partibus

Lunæ ſubjectis & hiſce è diametro oppoſitis, ſupra ſphæram inſcriptam ſphæroidi, in ratione compoſita ex ratione gravitatis acceleratricis Lunæ in Terram ad gravitatem acceleratricem Terræ in Lunam, & ratione Diametri Lunæ ad Diametrum Terræ. 588

Propoſit. LXVII. Figuram ſphæroidem oblongam Lunæ definire. 590

SECTIO XIII. *De Saturni Annulo, ejuſque Phaſibus.* 592

Propoſit. LXVIII. Annuli, quo Saturnus cingitur, Magnitudinem, Figuram & Situm deſcribere. *Tab.* XXXIII. *fig.* 6. ibid.

Propoſit. LXIX. Annuli Saturni Phaſes è Sole ſpectatas deſcribere & definire. *Tab.* XXXIV. *fig.* 2. 594

Propoſit. LXX. Annuli Saturnii Phaſes è Terra ſpectatas deſcribere & definire. *Tab.*XXIV. *fig.*2. 598

LIBER QUINTUS DE COMETIS. 603

SECTIO I. *Generalia de Cometis.* 604

Propoſit. I. Philoſophorum placita de Cometarum Duratione & Loco breviter exponere. ibid.

Propoſit. II. Philoſophorum Opiniones de Cometarum Ortu & Orbitis breviter recenſere. 607

Propoſit. III. Si Aer ſeſe expandas ſecundum legem hanc experimentis confirmatam, nempe quod ſpatia in quæ comprimitur ſunt ponderibus comprimentibus reciproce proportionalia; globus Aeris noſtri unciam unam latus, ea cum raritate quam haberet in Altitudine Semidiametri Terreſtris, impleret omnes Planetarum regiones ad uſque ſphæram Saturni, & longe ultra. *Tab.*XXXIV. *fig.*4. 610

Propoſit. IV. Philoſophorum Opiniones de Cometarum Caudis exponere & veram confirmare. 614

Propoſit. V. Plures Cometæ venditur in Hemiſphærio verſus Solem quàm in Hemiſphærio oppoſito. *Tab.*XXXIV. *fig.*5. 623

Propoſit. VI. Cometæ Diſtantiam à Sole ex comparatione Lucis Cometæ cum Luce Planetæ æſtimare. 625

SECTIO II. *De determinandis Cometæ Via & Loco apparente prope veris.* 626

Propoſit. VII. Ex Obſervatione cognitis duobus Cometæ Locis è Tellure viſis, illius Viam inter Fixas, hoc eſt, ejus Nodum & Inclinationem ad Eclipticam definire. *Tab.* XXXIV. *fig.* 6. 627

Propoſit. VIII. Datis poſitione tribus rectis T A, T B, T D ex eodem puncto ductis & in eodem plano jacentibus, à dato in illarum qualibet (ut T A) puncto A docere rectam A C, cujus partes A E, E C inter dictas rectas interceptæ habeant rationem datam, nempe quam R habet ad S. *Tab.* XXXV. *fig.* 1. ibid.

Pro-

Propoſit. IX. Ex tribus Obſervationibus ſub initium apparitionis Cometæ factis Locum Perigæi, Tempuſque quo Cometa illud tenebit, determinare; & ad datum Tempus Cometæ Locum invenire. *Fig* 2. Pag. 628

Propoſit. X. Definire Tempus quo vapor è Cometa exiens à Capite ad Caudæ extremum aſcendit. *Fig.*3. 632

Propoſit. XI. Datis poſitione quatuor rectis in eodem plano jacentibus, quintam ducere, quæ à quatuor iſtis ſecetur in tres partes datam rationem datumque ordinem inter ſe ſervantes. *Fig.* 4. 633

Propoſit. XII. Datis quatuor Cometæ Locis obſervatis, ejus Trajectoriam, ſi rectilinea fuerit, determinare. *Fig.* 5. 635

Propoſit. XIII. Iiſdem poſitis, ad datum Tempus Locum Cometæ è Terra viſum invenire. *Tab.* XXXVI. *fig.* 1. 638

SECTIO. III. *De vera Cometæ Trajectoria Determinanda.* 639

Propoſit. XIV. Si Parabolam V A, cujus vertex V, axis V D, tangat recta G A B in puncto A, ad quam ex Parabolæ foco F demittatur normalis F C; erit hæc media proportionalis inter rectas F A & F V. *Tab.* XXXVI. *fig.* 2. 640

Propoſit. XV. Si corpus moveatur in Parabola (dum urgetur à viribus ad Parabolæ focum tendentibus, quæ ſunt quadrato diſtantiæ à foco reciproce proportionales,) ejus velocitas in quovis Parabolæ puncto eſt reciproce in ſubduplicata ratione diſtantiæ à Parabolæ foco. *Fig.* 3. 641

Propoſit. XVI. Iiſdem poſitis, velocitas corporis in quovis Parabolæ puncto eſt ad velocitatem corporis revolventis in circulo, circa idem centrum virium ad eandem diſtantiam deſcripto, ut diameter quadrati ad ejuſdem latus. 642

Propoſit. XVII. Velocitas cujuſvis Cometæ eſt ad velocitatem Planetæ cujuslibet primarii in ſubduplicata ratione duplæ diſtantiæ Planetæ à Sole ad diſtantiam Cometæ ab eodem. 643

Propoſit. XVIII. Sit Parabola quælibet P A B cujus focus S, hujuſque arcus quivis A C B cujus corda A B biſecta in M puncto, per quod ducatur recta M V ad axem Parabolæ S X parallela Parabolæ occurrens in V, & producatur ad G, ita ut M V dupla ſit ipſius V G; jungatur G S ſecans A B in Q, & producatur ad E, ita ut S E dupla ſit ipſius G S: ſi Cometa deſcribat arcum Parabolicum A C B circa Solem S (ut in Prop. XXXV. Lib. I.) recta E C, conjungens Cometam ubivis in dicto arcu repertum (ut ad C) & punctum E ſuperius determinatum, ſecabit chordam A B in D, ita ut A D ſit quamproxime ad D B ut Tempus quo Cometa deſcribit arcum A C ad Tempus

quo

quo arcum C B deſcribit. *Tab.* XXXVI. *fig.* 4. Pag. 644

Propoſit. XIX. Si in Parabola B A P, cujus focus S, ductâ chordâ A B abſcindatur ſegmentum A V B, cujus vertex V, diameter V M chordæ occurrens in puncto medio M, & ex M ad A B excitetur normalis M I rectæ L V ad A B parallelæ occurrens in I, & compleatur parallelogrammum V I M K; coëuntibus punctis V & M, ſive naſcente ſegmento A V B, diagonalis I K producta in S incidit. *Tab.* XXXVII. *fig.* 1. 649

Propoſit. XX. Sit Parabola quælibet P A B, cujus focus S; Parabolæ arcus quivis A V B, cujus chorda A B, vertex V, diameter M V; jungatur recta S V & producatur ad L & R, ita ut V L ſit pars tertia ipſius M V, & S R tertia proportionalis ipſis S V, S L; Cometa, quo tempore deſcribit arcum Parabolicum A V B circa Solem S, ſi progrederetur æquabiliter ea cum velocitate quam habet in diſtantia à Sole æquali S R, deſcriberet lineam chordæ A B æqualem. *Tab.* XXXVII. *fig.* 3. 650

Propoſit. XXI. In eadem figura, ſi Cometa è quiete demitteretur ex altitudine L S ut caderet verſus Solem S, & eâ vi centripetâ nec auctâ nec minutâ deinde urgeretur quâ in L urgebatur; Cometa hic ſemiſſe temporis, quo arcum Parabolicum A V B deſcribit, deſcendendo percurreret rectam rectæ M V æqualem. *Tab.* XXXVII. *fig.* 3. 652

Propoſit. XXII. Si ex puncto S, Parabolæ A V B foco & Circuli T *t* τ centro, ducantur æquales rectæ S V & S *t*, ducantur item rectæ A B, T τ chordæ arcuum quorum vertices V & *t*, ſecantes rectas S V, S *t* in punctis D & N, ita ut V D & *t* N ſint æquales & admodum parvæ reſpectu rectarum S V & S *t*; erit chorda A B ad diametrum quadrati, cujus latus eſt chordo T τ, in ſubduplicata ratione rectæ S *t* ad S D rectam. *Tab.* XXXVII. *fig.* 4. 654

Propoſit. XXIII. Si communi foco S deſcribantur duæ quævis Parabolæ A B C, E G F, in quibus ductæ chordæ A B & E F abſcindat ſegmenta quorum vertices C & G, eâ lege ut ductis rectis S C & S G prædictas chordas in D & H ſecantibus, ſit C D æqualis G H; dico A B eſſe ad E F in ſubduplicata ratione rectæ S C ad rectam S G. *Tab.* XXXVII. *fig.* 5. 655

Propoſit. XXIV. Circa datum focum Parabolam deſcribere, quæ per data duo puncta tranſeat. *Fig.* 6. ibid.

Propoſit. XXV. Ex obſervatis aliquot Cometæ Locis invenire Locum ejus ad Tempus quodvis intermedium datum; & Tempus, quo Locum intermedium datum occupabit, determinare. *Fig.* 7. 656

Pro-

Propoſit. XXVI. Cometæ in Parabola moti Trajectorium ex obſervationibus determinare. *Tab.* XXXVIII. *fig.* 1. Pag. 660

Propoſit. XXVII. Punctum determinare quod primâ, ſecundâ & tertiâ vice pro Cometæ veſtigio in plano Eclipticæ aſſumere commodiſſimum erit. *Tab.* XL. *fig.* 1. 672

Propoſit. XXVIII. Poſitionem Lineæ Nodorum Trajectoriæ Cometæ, Tempuſque quando Cometa Nodos tenet, determinare. *Fig.* 3. 675

Propoſit. XXIX. Inclinationem plani Trajectoriæ Cometæ ad planum Eclipticæ determinare. *Fig.* 5. 676

Propoſit. XXX. Trajectoriæ Cometæ Latus rectum principale, Perihelium, Tempuſque quo Cometa in Perihelio verſatur, determinare. *Tab.* XLI. *fig.* 1. ibid.

Propoſit. XXXI. Cometæ Trajectoriam per Prop. XXVI. inventam corrigere. 678

SECTIO IV. *De Cometæ Loco tam Heliocentrico quam Geocentrico in Trajectoria ſuperius determinata ad Tempus datum inveniendo; deque Tabulis ad Cometarum Motus expedite definiendos neceſſariis.* 684

Propoſit. XXXII. Ex datæ Parabolæ V P, cujus vertex V & axis V E, foco S educere rectam S A, talem ut area Parabolica V R A S comprehenſa ſub rectis V S, S A & curva Parabolica V R A æqualis ſit dato rectilineo, puta quadrato à recta B deſcripto; rectæque S A ſic eductæ longitudinem & inclinationem ad axem V E calculo definire. *Tab.* XLI. *fig.* 2. & 3. ibid.

Propoſit. XXXIII. Ad datum Tempus Cometæ propoſiti Locum Heliocentricum, quoad Longitudinem & Latitudinem, & illius à Sole Diſtantiam invenire. *Fig.* 6. 688

Propoſit. XXXIV. Ad datum Tempus Cometæ propoſiti Locum Geocentricum, quoad Longitudinem & Latitudinem, & illius à Tellure Diſtantiam invenire. *Fig.* 7. 690

Propoſit. XXXV. Tabulas deſcribere ad Cometarum Loca prompte & expedite invenienda neceſſarias. 691

LIBER SEXTUS DE ASTRONOMIÆ COMPARATIVA. 697

Propoſit. I. Phænomena præcipua Oculo in Sole poſito ſpectanda deſcribere. 699

Propoſit. II. Phœnomena Oculo in Mercurio poſito viſa deſcribere. 706

Propoſit. III. Phænomena Oculo in Venere conſtituto viſa deſcribere. 711

Propoſit. IV. Phænomena Oculo in Marte poſito viſa deſcribere. 717

Propoſit. V. Phænomena Cœleſtia Oculo in Jove collocato ſpectanda deſcribere. 719

Propoſit. VI. Phænomena Cœleſtia præcipua, quæ Oculo in Saturno poſito occurrunt, deſcribere. 724

Propoſit. VII. Phænomena Oculo in Cometa aliquo poſito viſa deſcribere. 730

Propoſit. VIII. Præcipua Phænomena Fixarum, Solis, & Planetarum omnium, præter Terram, Oculo in Luna poſito viſa deſcribere, 734

Propoſit. IX. Præcipua Telluris Phænomena Oculo in Luna collocato viſa deſcribere. 738

Propoſit. X. Phænomena præcipua Oculo in Jove aut Saturni Satellitum aliquo poſito viſa deſcribere. 746

ASTRONOMIÆ PHYSICÆ ET GEOMETRICÆ ELEMENTA.

LIBER PRIMUS

DE MUNDI SYSTEMATE.

SECTIO I.

De Ordine, Diſtantiis, & Periodis Planetarum primariorum circa Solem gyrantium, & Phænomenis inſignioribus inde ortis.

PROPOSITIO I.

Ordinem & motuum Periodos Planetarum primariorum circa Solem, & eorum à Sole Diſtantias, quidque de Cometis & Stellis Fixis ſentiendum ſit, generatim exponere.

IN medio immenſi hujus ſpatii, in quo Planetæ gyros ſuos complent, concipiendus eſt Sol immotus; circa quem, tanquam centrum, corpora ſex Sphærica & Opaca ab occidente verſus orientem ab A per B, C, & D ordine ſequenti revolvuntur. Nempe Mercurius Soli proximus circulum ſuum complet ſpatio trium fere menſium: Venus huic proxima menſibus $7\frac{1}{2}$ fere: *Tab. I. Fig. I.*

Dein Terra ſpatio annuo : Poſtea Mars fere biennio : Huic ordine proximus Jupiter 12. annis : Et extimus Saturnus annis fere 30. Talis autem eſt horum Planetarum à Sole diſtantia, qualis fere hoc ſchemate exprimitur ; nempe quarum partium diſtantia Telluris à Sole eſt 10, harum Mercurii diſtantia eſt 4 fere, Veneris 7, Martis 15, Jovis 52, & Saturni 95.

Advertendum porro eſt Planetarum horum Orbitas non eſſe in eodem plano omnes, ſed ad ſe invicem diverſimode inclinatas ; ita nempe ut ſi planum Orbitæ Telluris intelligatur congruere cum plano hujus ſchematis, alterius cujuſvis Orbitæ dimidium alterum ſupra planum hoc attollatur, alterum infra illud deprimatur ; ita ut hujus planum ſecet planum prædictum in recta per Solem traducta.

Præter Planetas ſupradictos circa Solem gyrantes, ſunt etiam & Cometæ ; qui, ſi corpora ſint perennia in gyros acta, in Orbitis moventur Soli admodum excentricis, & proinde ſe nobis ſpectandos tantum præbent, cum in iis ſuarum Orbitarum partibus verſantur, quæ Soli & Terræ ſunt viciniores. Cometarum aliqui ab occidente in orientem, Planetarum ritu, feruntur ; aliqui vero ab oriente in occidentem ; alii à ſeptentrione ad auſtrum ; alii ab auſtro ad ſeptentrionem : Et horum Orbitæ quoad magnitudinem, ſitum, & ad ſe invicem & Planetarum Orbitas inclinationem, variæ & diverſæ ſunt. Cometarum Periodi ex obſervationibus adhuc non conſtant, & ne hoc quidem certo, quod in lineis moventur in ſe redeuntibus ; Sed hæc forſan ex ſequentium ſeculorum obſervationibus huc collimantibus determinabuntur.

Porro reliquum omne, quaqua patet, ſpatium mundanum concipiendum eſt in ſpatia deſcripto non abſimilia diviſum, in quorum cujuſque centro Stella aliqua, ex illis quas nos Fixas dicimus, loco immota collocatur, quæ in dicto ſpatio Solis officio fungitur (quippe huic non

non abſimilis ;) circa quam forſan & ſui revolvuntur Planetæ & Cometæ.

Sufficit hæc primo generatim, ut hic deſcripta, concipere. Nam quamvis Planetarum Periodi & à Sole Diſtantiæ non ſint præciſe illæ quas diximus ; ſunt tamen in numeris rotundis veris proximæ. Rurſus, quamvis illorum viæ non ſint perfecti circuli Soli concentrici, nec ejuſdem Planetæ motus perfecte æquabilis ; tantillum tamen hinc aberrant, ut ſufficiat illa pro talibus habere, donec per obſervationes, & methodos obſervationibus utendi inferius propriis locis declarandas, hæc omnia præciſe & exacte ſtabiliantur, illorumque minutiæ excutiantur ; aut ſaltem donec hæc declarentur, ut in veras illorum cauſas Phyſicas inquiratur.

PROPOSITIO II.

Phænomena, à ſupra deſcriptis Solis ſitu & Telluris motu orta deſcribere.

PRimo, ſi Obſervator in Sole locatus intelligatur, patet Tellurem huic viſum iri ab occidente in orientem continuo deferri, ſicut etiam revera fit. Porro cum, præter Tellurem, Obſervator noſter Solaris etiam videat Fixas Stellas undique (propter oculi naturam) quaſi in concava ſphæra, cujus centrum eſt oculus, poſitas ; clarum eſt illum Terram obſervaturum quaſi inter Fixas motam, & ad Stellas magis magiſque orientales appellentem ; donec, completa revolutione annua, ad eundem rurſus inter eas locum redeat. Cumque Tellus eâdem viâ perpetuo incedat, notabit Obſervator Stellas, quas pertranſit Tellus ; ut & planum Orbitæ Telluris, circulumque in ſphæra Fixarum ab hoc plano factum, *Eclipticam* dictum ; qui maximus quidem erit, quoniam tranſit per Solem ſive oculum, qui cavæ ſphæræ, qua viſus terminatur, centrum

eſt. Quod ſi, propter commodiorem obſervationem, Obſervator diviſam intelligat hanc Eclipticam in partes æquales duodecim, ſive *Signa*, quorum cuivis nomen imponat ab Aſteriſmo vicino, ſive figura rei cujuſvis quam vicinæ Stellæ referre concipiuntur: in hoc inquam caſu, Terra videbitur tranſire ab ♈ ad ♉, indeque ad ♊, atque ita denuo, ab occidente ad orientem omnia Signa peragrando, donec ad ♈ revolvatur.

Tab. 1. Fig. 2.

Quod ſi, ſecundo, Obſervator in Tellurem tranſlatus intelligatur; ſi Tellus ſit ad A, ubi ex Sole conſpicitur inter Fixas ad ♈, Sol inter Fixas conſpicietur in oppoſito Signo ♎ è Terra, quæ nunc eſt ſphæræ Fixarum centrum; quippe locus oculi undique viſum æqualiter producentis, & Stellas omnes ad hanc ſuperficiem ſphæricam referentis. Mota vero Terra ab A per B ad C in ſua Orbita, ſive, ex Sole ſpectata, ab ♈ per ♉ ad ♊ &c. in conſequentia Signorum; Sol, Obſervatori Terreſtri locum ſuum (ut vulgo fit) immotum reputanti, inter Fixas moveri videbitur etiam in conſequentia Signorum à ♎ per ♏ ad ♐ &c. in eodem plano Eclipticæ, eodem tempore, & verſus eandem plagam, atque Tellus è Sole conſpecta; ſed in Eclipticæ punctis oppoſitis.

Scholium.

Similia Phænomena accidunt reſpectu Solis & alterius cujuſvis Planetæ, immo prorſus eadem; niſi quod tempus, quo Planeta circa Solem revolvitur, vel quo Sol è Planeta ſpectatus circa hunc revolvi videtur, varium ſit pro Planetæ cujuſvis Periodo, præcedente propoſitione expoſitâ; quodque planum Orbitæ Planetæ iſtius productum aliis occurrat Fixis, quam quibus planum Orbitæ Terræ occurrit; & conſequenter quod via Solis inter Fixas, ſpectata ex alio quovis Planeta, diverſa ſit ab ejus via è Tellure viſa, ſive Ecliptica.

PRO-

PROPOSITIO III.

Phænomena Planetarum è Sole viſorum, quatenus in Orbitis moventur, quarum plana ad planum Eclipticæ ſunt inclinata, deſcribere.

CUm Telluris & Planetarum Orbitæ ita diſponantur; ut earum plana ad ſe invicem inclinentur, ſeque interſecent (ut Prop. I. generatim expoſitum) in rectis per Solem traductis; in exponendis Phænomenis Planetarum è Sole viſis, conſideranda eſt inclinatio plani Orbitæ cujuſque ad planum Eclipticæ ſive Orbitæ Telluris. Hoc enim planum Eclipticæ ab Aſtronomis pro norma ſtatuitur, ad quod ſcilicet reliquarum Orbitarum plana inclinata cenſentur; & quidem jure, cum hoc illud ſit, in quo Tellus (Aſtronomi locus) circa Solem defertur, vel in quo Sol circa Tellurem deferri videtur: Et Obſervator, in alio quovis Planetarum poſitus, ſuæ Orbitæ planum pro norma haberet, & reliquorum Orbitas tanquam ad illud inclinatas conſideraret.

Recta per Solem ducta, quæ eſt communis ſectio plani Orbitæ Planetæ cum plano Eclipticæ, vocatur *Linea Nodorum* iſtius Planetæ, cum ipſa Puncta, in quibus Planetæ Orbita ſecat Eclipticam, vocentur *Nodi*. Sit *ex. gr.* *Tab. I. Fig. 3.* ☉ T ♄ *t* Orbitæ Telluris planum infinite productum, N P *n* Orbita Planetæ cujuſvis interſecans planum prioris Orbitæ ſive Eclipticæ in N & *n* dicti Planetæ Nodis; ita ut Orbitæ hujus pars altera N P *n* extare ſupponatur ſupra planum hujus ſchematis, altera *n p* N infra idem deprimi (unde Ellipſis apparet): Recta N *n* Nodos conjungens, communis ſectio plani Orbitæ Planetæ cum plano Eclipticæ, eſt Linea Nodorum.

Patet Planetam in Nodorum alterutro N ſitum, è Sole ☉, in Eclipticæ plano videri. Progreſſus vero Planeta

uſque ad P, è Sole viſus, ab Ecliptica deviare videbitur; & (per Def. v. Elem. XI.) rectæ ⊙ P, & proinde Planetæ ad P è Sole viſi, inclinatio ad Eclipticam (quæ Planetæ *Latitudo Helio-Centrica* dicitur) menſuratur per angulum P ⊙ E, poſita P E recta perpendiculari ad Eclipticæ planum. Latitudo autem hæc Heliocentrica continuo augebitur, donec Planeta ad L perveniat, nempe *Limitem*; ubi æqualis eſt inclinationi Orbis Planetæ ad Eclipticæ planum. Atque inde rurſus, moto Planeta, minuitur, donec Planeta ad Nodum alterum *n* appellat, ubi Latitudo evaneſcit. Superato Nodo *n*, ſtatim incipit Planetæ Latitudo; at mutata denominatione, quoniam nunc fit ad alteras Eclipticæ partes; augetúrque uſque ad Limitem *l*, unde rurſus minuitur, donec in Nodo N ſecundo evaneſcat.

Planetarum *Orbes* (hoc eſt Orbitarum plana) inclinantur ad planum Eclipticæ modo ſequenti. Nempe Saturni Orbis angulo $2\frac{1}{2}$ graduum: Jovis $1\frac{1}{3}$ grad. Martis paulo minus quam 2 grad. Veneris paulo majus quam $3\frac{1}{3}$ grad. Mercurii denique fere 7. gradibus. De poſitione Lineæ Nodorum Planetæ cujuſque alibi dicetur.

In duabus ultimis propoſitionibus conſideravimus Planetas quaſi è Sole viſos: Iſtud enim neceſſarium eſt ad intelligendum motum illorum è Terra viſorum.

PROPOSITIO IV.

Phænomena, à Telluris & inferiorum Planetarum, Veneris & Mercurii, motu orta, è Tellure viſa deſcribere.

Tab. I. Fig. . CUm Venus & Mercurius revolvantur circa Solem in minoribus Orbitis quam Terra, ut in ſchemate, in quo T refert Tellurem, in propria Orbita T ♁, ab occidente in orientem delatam; A C E G Orbitam à Venere, verſus eaſdem partes, breviori tempore percurſam; patet quod,

Tabula Generalis pro Supputando Motu Cometarum in Orbe Parabolico.

Medius motus	*Angulus à perihelio.*	*Logarithmus pro diſtantiâ à Sole.*	*Medius motus.*	*Angulus à perihelio.*	*Logarithmus pro diſtantiâ à Sole.*
0	gr. ′ ″		0	gr. ′ ″	
1	1. 31. 40	0. 000077	31	42. 55. 07	0. 062400
2	3. 3. 15	0. 000309	32	44. 3. 16	0. 065835
3	4. 34. 43	0. 000694	33	45. 10. 26	0. 069316
4	6. 6. 0	0. 001231	34	46. 16. 35	0. 072839
5	7. 37. 1	0. 001921	35	47. 21. 36	0. 076396
6	9. 7. 44	0. 002759	36	48. 25. 33	0. 079984
7	10. 38. 2	0. 003745	37	49. 28. 29	0. 083604
8	12. 7. 53	0. 004876	38	50. 30. 23	0. 087249
9	13. 37. 17	0. 006151	39	51. 31. 11	0. 090912
10	15. 6. 6	0. 007564	40	52. 30. 54	0. 094594
11	16. 34. 20	0. 009115	41	53. 29. 42	0. 098298
12	18. 1. 54	0. 010798	42	54. 27. 32	0. 102019
13	19. 28. 47	0. 012609	43	55. 24. 22	0. 105752
14	20. 54. 53	0. 014550	44	56. 20. 11	0. 109490
15	22. 20. 14	0. 016607	45	57. 15. 5	0. 113240
16	23. 44. 43	0. 018783	46	58. 9. 2	0. 116995
17	25. 8. 22	0. 021072	47	59. 2. 5	0. 120756
18	26. 31. 7	0. 023470	48	59. 54. 13	0. 124518
19	27. 52. 55	0. 025969	49	60. 45. 26	0. 128278
20	29. 13. 52	0. 028551	50	61. 35. 45	0. 132035
21	30. 33. 39	0. 031263	51	62. 25. 14	0. 135792
22	31. 52. 31	0. 034045	52	63. 13. 50	0. 139541
23	33. 10. 23	0. 036916	53	64. 1. 38	0. 143288
24	34. 27. 12	0. 039864	54	64. 48. 38	0. 147029
25	35. 42. 59	0. 042892	55	65. 34. 50	0. 150762
26	36. 57. 41	0. 045989	56	66. 20. 14	0. 154482
27	38. 11. 20	0. 049154	57	67. 04. 51	0. 158192
28	39. 23. 56	0. 052383	58	67. 48. 22	0. 161890
29	40. 35. 26	0. 055668	59	68. 31. 51	0. 165578
30	41. 45. 50	0. 059010	60	69. 14. 16	0. 169254

Medius motus.	*Angulus à perihelio.*	*Logarithmus pro diſtantiâ à Sole.*	*Medius motus.*	*Angulus à perihelio.*	*Logarithmus pro diſtantiâ à Sole.*
o	gr. ′ ″		o	gr. ′ ″	
61	69. 55. 58	0. 172914	91	86. 20. 34	0. 274176
62	70. 36. 56	0. 176557	92	86. 46. 20	0. 277239
63	71. 17. 16	0. 180188	93	87. 11. 43	0. 280284
64	71. 56. 56	0. 183803	94	87. 36. 45	0. 283306
65	72. 35. 57	0. 187404	95	88. 01. 27	0. 286308
66	73. 14. 15	0. 190978	96	88. 25. 49	0. 289293
67	73. 51. 59	0. 194540	97	88. 49. 48	0. 292252
68	74. 29. 6	0. 198085	98	89. 13. 32	0. 295201
69	75. 05. 38	0. 201614	99	89. 36. 54	0. 298122
70	75. 41. 35	0. 205122	100	90. 00. 00.	0. 301030
71	76. 16. 56	0. 208612	102	90. 45. 14	0. 306782
72	76. 51. 43	0. 212080	104	91. 29. 18	0. 312469
73	77. 25. 57	0. 215529	106	92. 12. 14	0. 318060
74	77. 59. 41	0. 218963	108	92. 54. 4	0. 323587
75	78. 32. 54	0. 222378	110	93. 34. 52	0. 329042
76	79. 5. 35	0. 225769	112	94. 14. 40	0. 334424
77	79. 37. 45	0. 229142	114	94. 53. 30	0. 339736
78	80. 9. 23	0. 232488	116	95. 31. 22	0. 344979
79	80. 40. 34	0. 235809	118	96. 8. 22	0. 350153
80	81. 11. 16	0. 239127	120	96. 44. 30	0. 355262
81	81. 41. 31	0. 242416	122	97. 19. 48	0. 360306
82	82. 11. 19	0. 245684	124	97. 54. 17	0. 365284
83	82. 40. 40	0. 248933	126	98. 28. 00	0. 370200
84	83. 9. 34	0. 252159	128	99. 00. 57	0. 375052
85	83. 38. 4	0. 255366	130	99. 33. 11	0. 379842
86	84. 6. 8	0. 258552	132	100. 4. 43	0. 384576
87	84. 33. 49	0. 261720	134	100. 35. 45	0. 389252
88	85. 1. 5	0. 264865	136	101. 5. 48	0. 393868
89	85. 27. 58	0. 267989	138	101. 35. 22	0. 398428
90	85. 54. 27	0. 271092	140	102. 4. 19	0. 402930

quod, cum Venus in D E F, Orbitæ ſuæ parte à Tellure remotiore invenitur, hæc è Terra in T videbitur mota in conſequentia Signorum; quo caſu *Directa* dicitur. Cum vero Venus pervenerit ad ſitum reſpectu Solis & Telluris qualis eſt G; dum à G ad H movetur, æquali celeritate cum Sole ferri videbitur: Nam tunc rectà verſus Terram tendit; nec aliter moveri videtur, quam quatenus ejus Orbita defertur à Sole verſus ortum moto; adeoque tardior quidem eſt quam prius, ſed etiamnum Directa.

Venus ultra H per A ad B progreſſa, &, quia Soli proprior eſt, velocius mota quam ipſa Tellus, (cujus rationem inferius reddemus,) hanc inter & Solem media tranſit; & proinde è Tellure viſa locum, inter Fixas, mutare quidem videbitur, at contra Signorum ſeriem, i. e. *in Antecedentia*; unde tum temporis *Retrograda* dicitur, licet è Sole ſpectata etiamnum Directa videretur. Et inter Directionem & Retrogradationem, prope H ſcilicet, *Stationaria* apparet; rectis nempe Terram & Venerem, eodem momento, jungentibus, per tempus notabile parallelis manentibus. Similiter, poſt Retrogradationem, antequam rurſus Directa fiat, ſecundo Stationaria, prope B, videbitur; & quidem *Stationaria ad Directionem*, quia mox futura eſt Directa in Orbitæ parte B C D E F G H: Nam prior Statio, ad H, erat *ad Retrogradationem*. Interim & progredientis Terræ habenda eſt ratio: Nam Directiones, Stationes & Retrogradationes ſupra deſcriptæ fiunt, cum Venus verſatur in Orbitæ ſuæ partibus, quæ modo ſupradicto referuntur ad Tellurem interea motam. Ex dictis apparet Venerem Retrogradam, ut ad A, Telluri propiorem eſſe, & proinde majorem videri; è contra Directam, ut ad E, remotiorem ac, cæteris paribus, minorem.

Porro, quoniam Venus Solem ambit ad minorem diſtantiam quam Terra; patet illam è Tellure viſam Solem perpetuo

perpetuo comitari : Cumque Cœleſtia omnia locata videantur ad eandem à Spectatore diſtantiam ; Venus nunc ad ortum, nunc ad occaſum à Sole digredi videbitur. Digreſſio hæc, *Elongatio* dicta, quæ menſuratur per angulum comprehenſum inter rectas ab oculo ad Solem & Venerem eductas, nunquam major erit quam angulus ☉ T C vel ☉ T G, ſi T C vel T G contingat Orbitam A D F. Et ideo, ex Orbitarum ſemidiametris Prop. I. poſitis, Venus nunquam ultra quadrantis ſemiſſem à Sole elongabitur : ſed, poſtquam Elongationem maximam attigerit, verſus Solem redibit ; & inde rurſus, quaſi oſcillando, ad alteras partes excurret.

Similia omnia & Mercurio accident : At Mercurii Directiones, Stationes & Retrogradationes ſæpius occurrent ; quippe Planetæ periodum ſuam breviore tempore abſolventis, Terramque proinde ſæpius aſſequentis. Et quoniam Mercurii Orbita minor eſt quam Veneris, illius Elongationes maximæ à Sole non erunt tam magnæ atque hujus, ſed prope Solem perpetuo hærens, & per Prop. I. ab eo nunquam per integrum Signum elongatus, ſe raro conſpiciendum præbebit.

PROPOSITIO V.

Phænomena Latitudinis inferiorum Planetarum, è Tellure viſorum, deſcribere.

Tab. II. Fig. 1. SIt T ♎ *t* Telluris Orbita, cujus planum idem eſt cum plano Eclipticæ ; ſitque N ♀ *n* Orbita Planetæ inferioris, (Veneris *ex. gr.*) cujus planum ad Eclipticæ planum eſt inclinatum, quæ propter hanc obliquitatem apparet Ellipſis, cujus major axis eſt planorum interſectio, ſive Linea Nodorum N *n*. Atque Venere exiſtente in ♀, ſit Tellus in T ; quo caſu Venus erit Terræ proxima & Retrograda, ut Prop. IV. oſtenſum eſt : Patet (per Def. V.

Fig. 1.

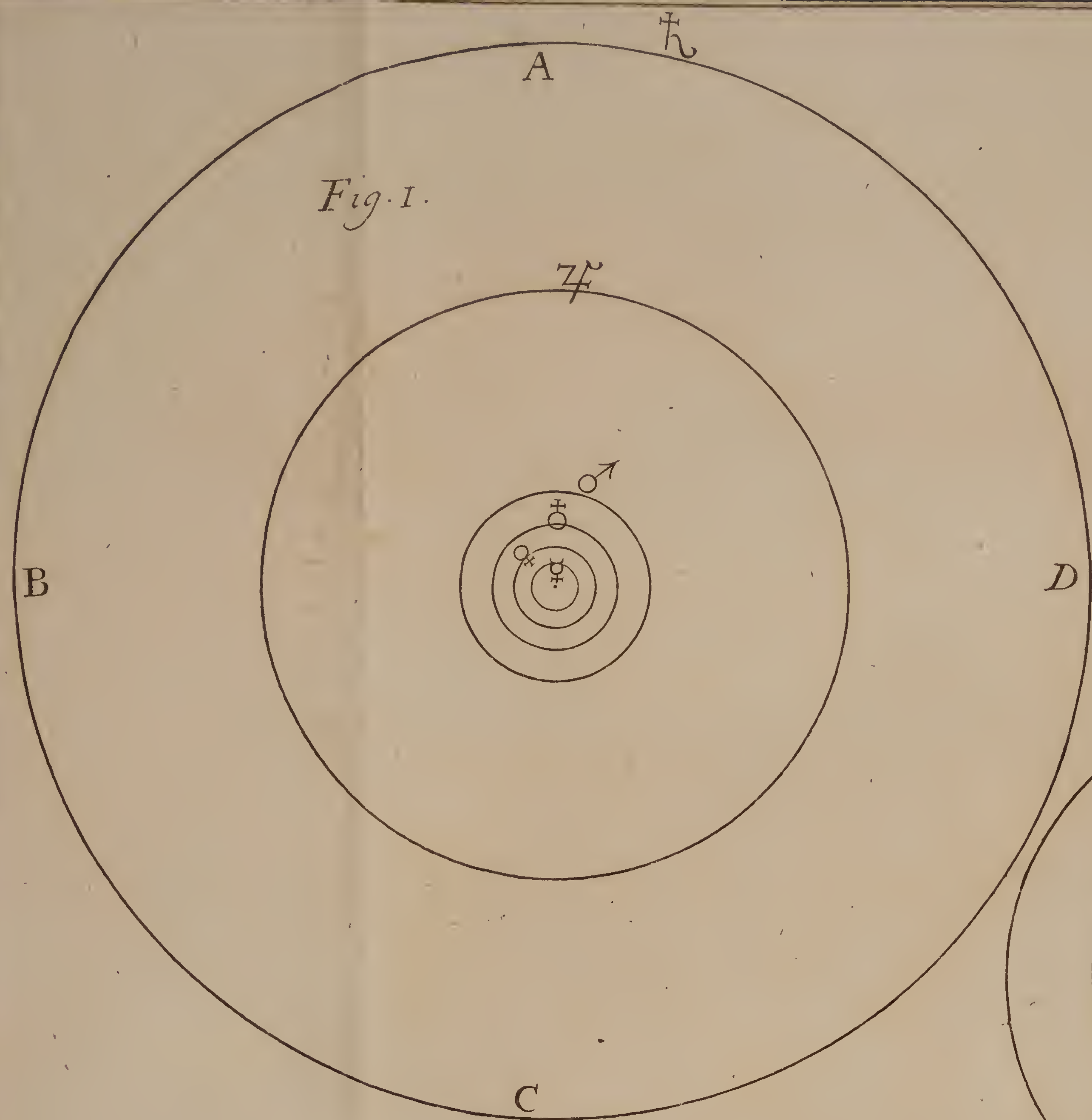


Fig. 4.

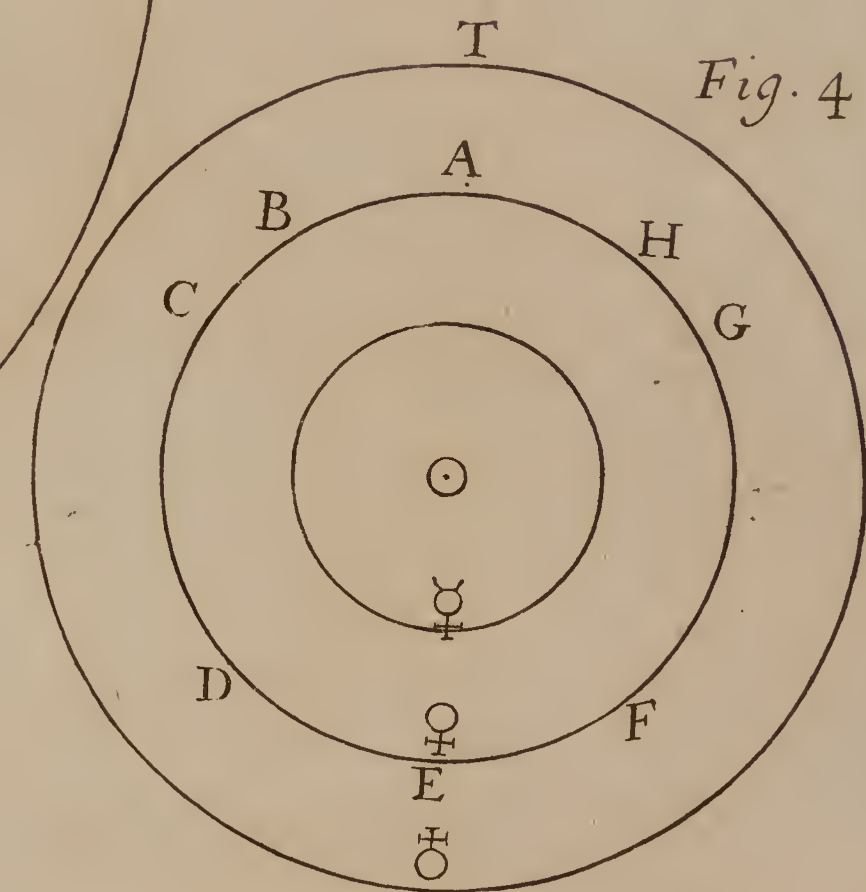


Fig. 2.

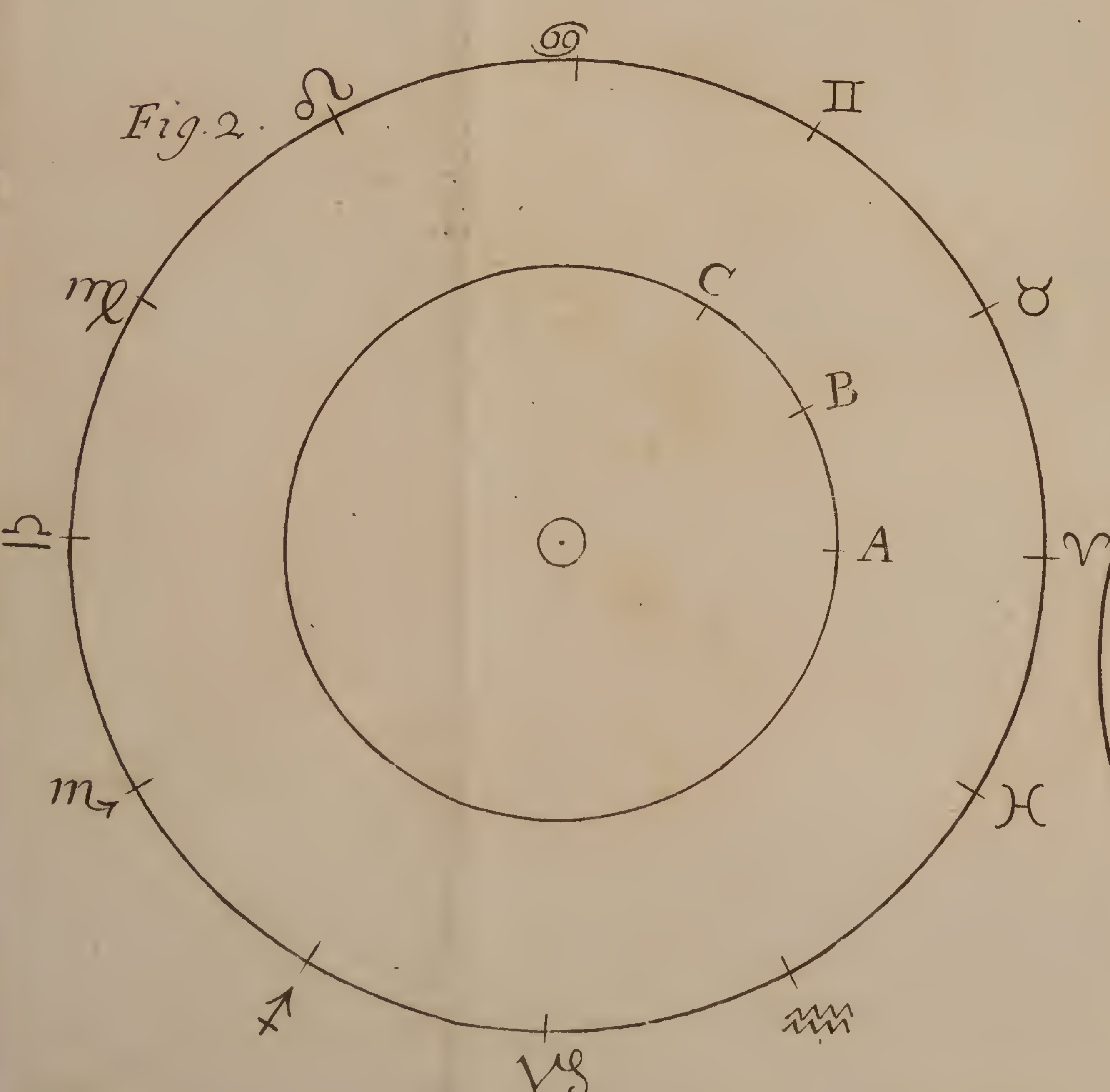
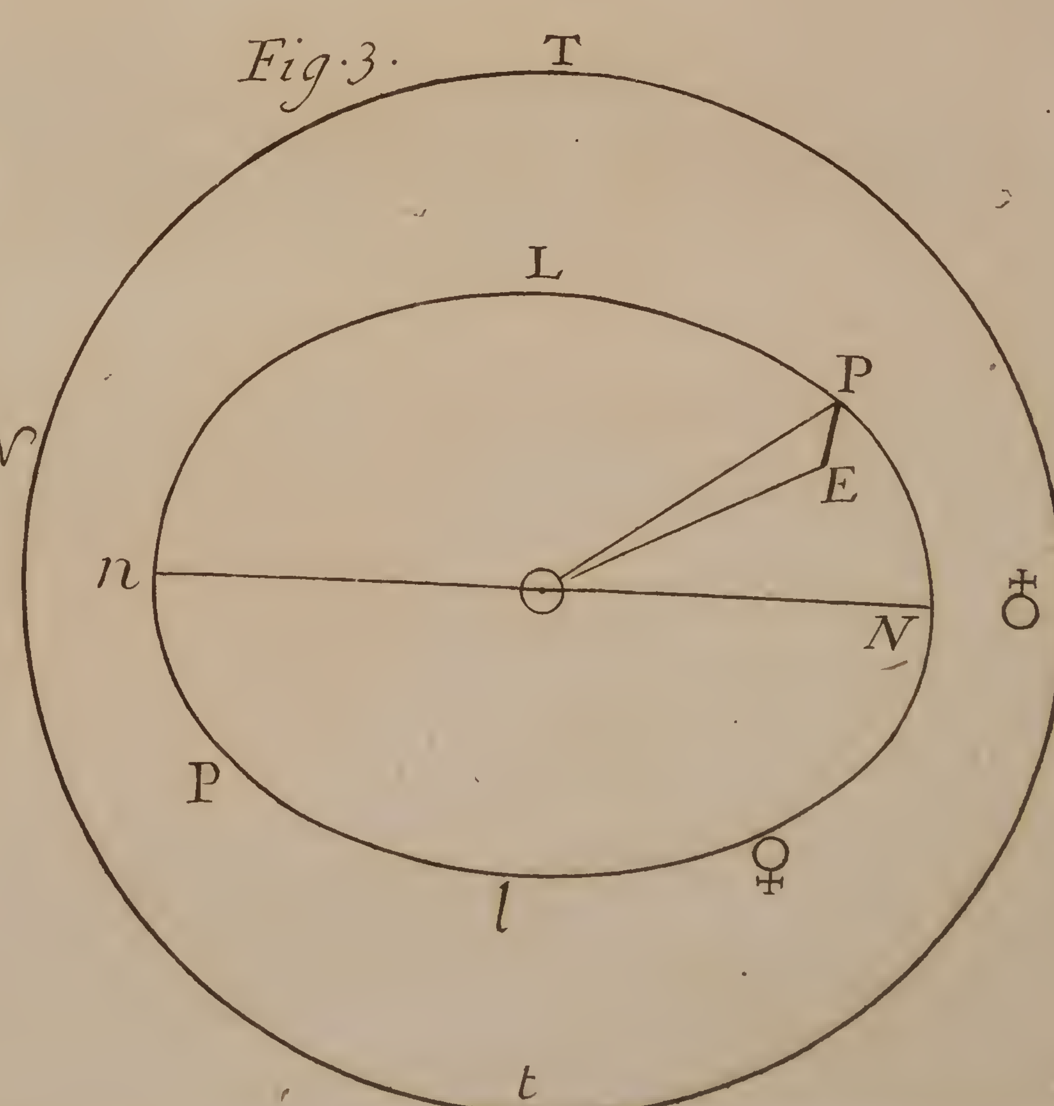


Fig. 3.



V. Elem. XI.) rectæ ♀ T inclinationem ad planum Eclipticæ, ſive Veneris in ♀ Latitudinem è Terra viſam (quæ exinde dicitur *Latitudo Geocentrica*) menſurari per angulum ♀ T E, poſita recta ♀ E ad Eclipticæ planum normali. Si, Venere in ♀ manente, Terra in *t* ſupponatur, quo caſu Venus eſt directa & à Terra remotiſſima; Latitudo Veneris Geocentrica erit augulus ♀ *t* E minor quam ♀ T E, in ratione T ♀ ad *t* ♀ fere, quamvis Latitudo Veneris Heliocentrica ſit in utroque caſu eadem.

Atque hæc de Mercurio pariter vera ſunt. Unde patet quod, cæteris paribus, inferiorum Planetarum Latitudo major eſt, dum retrogradi & Telluri proximi ſunt; minor, cum directi & remotiſſimi.

Porro, ſi inferiorum aliquis ſit ſimul & Telluri proximus ſive maxime Retrogradus, & in Nodo vel prope illum; directe inter Obſervatorem & Solem reperietur: Sed ſi ſatis longe à Nodo diſtet, etiam tunc Solem præteribit ad boream vel ad auſtrum. Pari modo, ſi maxime directus ſit & à Terra remotiſſimus, ſimul & in Nodo aut ſatis prope illum, à Sole tegetur; aliter, illum ad latus præteribit.

PROPOSITIO VI.

Phænomena Planetarum inferiorum, quatenus ſunt corpora Sphærica, Opaca & à Sole illuminata, exponere.

Cum Planetæ omnes, æque ac Terra, ſint corpora Sphærica, Opaca & Scabra, radios Solis in ſe incidentes undiquaque reflectentia; patet eam Planetæ cujuſvis medietatem quæ Soli obvertitur, à Sole illuſtrari; à Sole vero averſam in tenebris verſari. Cumque medietas Telluri obverſa ab Obſervatore videatur; ſi conſideretur quænam Veneris facies in diverſo ejuſdem ad Solem ſitu illuſtretur; quænam vero à Tellure in T, in Orbita ſua T ♁, Tab. II. Fig. 2.

 videatur;

videatur; palam eſt Venerem ſitum A obtinentem, hoc eſt maxime retrogradam & nobis proximam, minime apparere, ſed ejus faciem obſcuram nobis obverti: Et ſi ſimul in Eclipticæ plano, hoc eſt in Nodo ſuo verſetur; tum, per præced. directe inter Terram & Solem interjectam, velut Maculam in Sole videri.

Progreſſâ Venere in ſitum B, (hoc eſt è Tellure retrogredi viſâ;) tum aliqua medietatis illuſtratæ pars Telluri T obvertitur, at multo maxima medietatis obſcuræ. Cumque Venus ſit figuræ Sphæricæ, & plana videatur; pars illuminata in Cornua à Sole averſa, id eſt in occidentem, protendi videbitur.

Procedente vero Venere ad C, medietatis illuſtratæ dimidium videtur, unde Venus Dimidiata apparet: In ſitu vero reſpectu Solis & Telluris qualis eſt D, Gibba; cum Hemiſphærii illuſtrati majus quam dimidium Spectatori obvertatur. Cum vero ad E pervenerit, ubi & à Terra remotiſſima, & in motu maxime directa eſt, Pleno Orbe fulget; quia integrum ejus Hemiſphærium illuminatum nobis obvertitur.

Eaſdem phaſes ſubibit Venus, dum per F, G & H tranſit; ſc. circa F Gibba, in G Dimidiata, ad H Corniculata, cornibus à Sole averſis, hoc eſt nunc in ortum protenſis; adeoque in partes oppoſitas illis verſus quas protendebantur in ſitu B.

Ut hæc melius intelligantur, nos Veneris Phaſes in *Tab. II. Fig. 3.* ſchemate annexo, iiſdem literis quibus præcedens ſchema diſtincto, delineavimus, quales è Terra videntur; hoc eſt, ſchema hoc aſpicienti eadem eſt phaſis ad A, B, C, &c. quæ revera Veneris viſæ, in punctis A, B, C, &c. ſchematis præcedentis, ex T puncto Terram referente. *Ex. gr.* in hujus ſchematis puncto A Venerem penitus obſcuram delineavimus; cum in præcedente ſchemate Venus ad A, è Terra in T viſa, obſcura prorſus videatur: Ad B Venerem in cornua abeuntem, majore parte obſcuram de-

depinximus; cum in præcedente ſchemate Venus ad B, è Terra in T viſa, eâdem phaſi appareat: Atque ſic de cæteris.

Similia etiam & de Mercurio apparebunt, habitâ ratione Orbitæ ejus & Periodi.

SCHOLIUM.

Quemadmodum Phænomena tribus noviſſimis propoſitionibus expoſita ex Ordine & Motu Planetarum, Terræ, Veneris & Mercurii, Prop. I. deſcriptis manifeſte conſequuntur; ita, è converſo, Phænomena hæcce obſervata, iſtum ordinem neceſſario ſtabiliunt; in quo nimirum Venus & Mercurius Orbitis ſuis, interius quam Terra, Solem cingunt.

PROPOSITIO VII.

Phænomena à Telluris & ſuperiorum Planetarum, Martis, Jovis & Saturni, motu orta deſcribere.

SIt M ♂ Orbita cujuſvis è Planetis ſuperioribus, Martis *v. g.* A C ♄ G Orbita Telluris Soli propior: patet primo hunc Planetam Solem perpetuo non comitari, ſed illi è diametro quandoque opponi. Cum enim Tellus citius quam ſuperiorum quivis circuitum ſuum abſolvat, patet ipſam quandoque inter Solem & dictum ſuperiorem Planetam intermediam fore; *v. g.* dum Mars eſt in M, Tellus poterit eſſe in H; & univerſaliter angulus ad Terram, quem continent lineæ inde ad Martem & Solem ductæ, poterit eſſe cuivis dato æqualis. *Tab. II. Fig. 4.*

Ponatur, Marte in M poſito, Terram eſſe ad A; Mars in hoc caſu Stationarius ad Directionem videbitur; quia rectæ eodem momento Terram & Martem jungentes, ſibi invicem, per notabile tempus, parallelæ manent; cum

interim Mars è Sole viſus continuo, ut alias, progredi videatur.

Dum vero Terra ab A per B, C, D, E, F ad G movetur, Mars progredi videbitur inter Fixas ob duplicem cauſam; cum quod revera circa Solem feratur in conſequentia; tum quod Terra in adverſo ſemicirculo, in eandem plagam feratur circa idem centrum: Adeoque Mars, in hoc caſu à Terra remotiſſimus & Soli conjunctus, è Terra ſpectatus citius ſolito in conſequentia Signorum ferri videbitur, & Directus fit. Progreſsâ vero Terrâ in ſitum G reſpectu Martis in M (quod tandem fiet, quamvis Mars interim circa Solem movetur, aſſequentè nimirum Terrâ Martem) Mars rurſus fiet Stationarius, & quidem ad Retrogradationem; quippe mox futurus Retrogradus. Nam cum Terra à G per H ad A fertur (Marſque Soli oppoſitus videtur, & maximus, quia Terræ proximus) Martem prætergreſſa, quia inferior & proinde velocior, efficiet ut Mars inter Fixas viſus contra Signorum ſeriem moveri videatur ab S per K ad P; cum interim, è Sole, in conſequentia ut ſemper motus videretur.

Similia omnia Jovi & Saturno accident, niſi quod Retrogradationes Saturni frequentiores ſunt quam Jovis, Joviſque quam Martis; quoniam Tellus ſæpius Saturnum quam Jovem, & Jovem ſæpius quam Martem aſſequitur, mediaque illum inter & Solem tranſit.

PROPOSITIO VIII.

Phænomena Latitudinis ſuperiorum Planetarum, è Tellure viſorum, deſcribere.

Tab. II. Fig. 5. SIt Telluris Orbita T *t* ♄; ſuperioris vero cujuſvis (Martis puta) ♂ M, cujus planum ad Eccliptica planum inclinatur, illudque interſecat in Linea Nodorum N ☉ *n*: Ponatur talis Martis & Terræ ſitus reſpectu Solis,

Solis, ut, Marte in ♂ exiſtente, Terra reperiatur in T, inter Solem & Martem fere interjecta; quo caſu & Mars Terræ proximus eſt, & proinde viſu maximus, & maxime Retrogadus, ut Prop. præced. oſtenſum eſt: ejus Latitudo Geocentrica menſurabitur per angulum ♂ T E, poſita ♂ E plano Eclipticæ normali. At ſi, Marte eundem obtinente ſitum in ſua Orbita, ac eandem proinde habente Latitudinem Heliocentricam, Terra ponatur in *t*, ita ut Sol inter hanc & Martem interjiciatur; ubi, per præcedentem, Mars remotiſſimus, ideoque viſu minimus, ſimul & motu maxime Directus eſt; Latitudo Geocentrica, per angulum ♂ *t* E menſurata, multo minor eſt quam ♂ T E, & in ea ratione minor quæ diſtantiis Telluris à Marte, nempe T ♂, *t* ♂ rectis, congruat. Eodemque modo, in quocunque ſitu Martis & Telluris reſpectu Solis, Latitudo Martis Geocentrica mutatur; ita ut (cæteris paribus) illa ſit minor, quo Mars propior eſt Conjunctioni cum Sole & Directioni velociſſimæ; & major, quo Retrogreſſui & Solis Oppoſito vicinior.

Patet etiam ſuperiorum nullum è Terra viſum poſſe Solem tegere: Poteſt tamen illorum quivis à Sole tegi, dum Directus eſt; ſi ☊odo ſit ſatis propinquus.

PROPOSITIO IX.

Phænomena Planetarum ſuperiorum, quatenus ſunt corpora Opaca, à Sole illuminata, exponere.

CUm Saturnus & Jupiter corpora ſint Opaca, à Sole illuminata; ea Planetæ medietas, quæ Soli obvertitur (hoc eſt, quæ illuminatur) obvertitur etiam & Terræ, quæ nunquam procul abeſt à Sole ſive centro Orbitæ Saturni & Jovis: Nam, per Prop. I. Jovis Diſtantia à Sole pluſquam quintuplo, Saturni autem fere decuplo, major eſt quam Terræ Diſtantia ab eodem.

Verum in Marte res aliter ſe habet: Nam cum Martis Diſtantia à Sole ſit tantum ſeſqui-altera Diſtantiæ Telluris ab eodem; clarum eſt Martis hemiſphærium Soli obverſum, non ſemper, etiam ad ſenſum, obverti Terræ. *Tab. II. Fig. 6.* Si T ſit Telluris locus in Orbita ſua T ♄; patet Martem in ſitu A vel B, dum vel Soli Conjungitur, vel eidem Opponitur, eandem faciem Telluri obvertere quam Soli, hoc eſt illuminatam, & proinde Pleno Orbe fulgere; in ſitu vero D vel C (nempe cum angulus ☉ C T vel ☉ D T eſt maximus, ſive cum ☉ T C vel ☉ T D angulus eſt fere rectus) faciem illuminatam non totam videri, nec viſam totam illuminari; ſed Martem, ad partes à Sole averſas paululum lumine deficientem, Gibbum apparere.

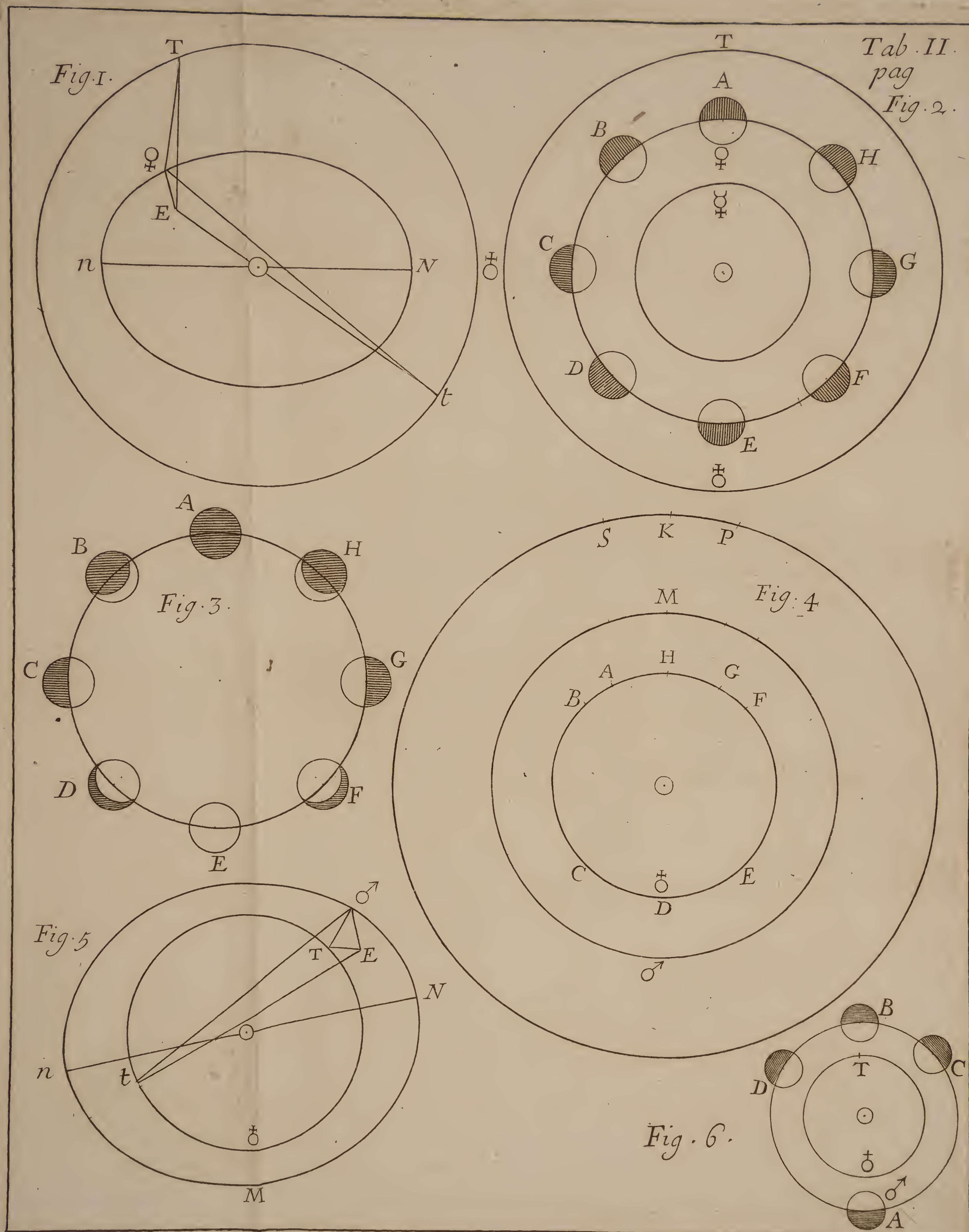
SCHOLIUM.

Sicut Phænomena tribus ultimis Propoſitionibus expoſita, ex Ordine & Motu Planetarum Terræ, Martis, Jovis, & Saturni Prop. I. deſcriptis manifeſte conſequuntur; ita è converſo hæcce Phænomena iſtum Ordinem ſtabiliunt.

PROPOSITIO X.

Phænomena motûs Cometarum è Tellure viſa deſcribere.

QUoniam diverſorum Cometarum diverſæ ſunt Orbitæ, nec ante Obſervationes aliquas de Cometis inſtitutas determinandæ; patet, dum quiſque prope Perihelium ſuum deſcendit, ſive in Orbitæ ſuæ portione verſatur, quæ in regionem Planetarum immergitur, ſimilia eſſe ejus Phænomena, habitâ ratione inclinationis Orbitæ & velocitatis ipſius Cometæ, ac Planetæ vicini. Unde Cometæ via apparens inter Fixas erit Circulus Maximus proxime; niſi quod ejus deviationes in hanc vel illam partem ſimiles erunt atque Planetæ, nempe pro motu Terræ ſpectatorem deferentis. Nam ex Sole ſpectatus


Tab. II.
pag
Fig. 1.
T
♀
E
n
N
t
♁
Fig. 2.
T
A
B
H
C
G
D
F
E
☿
♀
♁
Fig. 3.
A
B
H
C
G
D
F
E
Fig. 4
S
K
P
M
H
A
G
B
F
C
D
E
♁
♂
Fig. 5
♂
T
E
N
n
t
♁
M
Fig. 6.
B
C
D
T
A
♁
♂

tatus Cometa Circulum Maximum inter Fixas accuratiſſime deſcribere videretur: Deviatio autem, propter Terræ motum circa Solem, in tempore non nimis magno non erit valde ſenſibilis.

Porro Cometa, qui progreditur ſecundum ordinem Signorum, ſi Terra ſit inter Solem & Cometam, Retrogradus eſt; ſiquidem Tellus tanto celerius fertur, ut rectæ Terram & Cometam jungentes convergant ad partes ultra Cometam: Sin Terra tardius fertur, motus Cometæ, detracto motu Terræ, fit ſaltem tardior: At ſi Sol ſit inter Tellurem & Cometam, erit Cometæ motus juſto celerior. E contra vero, Cometæ, qui in antecedentia moventur, ſunt juſto celeriores, ſi Terra verſatur inter ipſos & Solem; & juſto tardiores, vel forſan etiam in conſequentia apparenter moti, ſi Terra ſita eſt ad contrarias partes. Contingit hoc ex motu Terræ, in vario ipſius ſitu, perinde ut fit in Planetis; qui pro motu Terræ, vel conſpirante vel contrario, nunc Retrogradi ſunt, nunc tardius moveri videntur, nunc vero celerius, ut Propoſitionibus IV. & VII. oſtenſum eſt. Atque hæc omnia magis ſenſibilia erunt ſub finem apparitionis Cometæ, cum ejus motus apparens eſt tardior, & ſpectatorem vehentis Telluris motus majorem ad illum rationem habet.

Quinetiam Cometæ Latitudo, cæteris paribus, pro ſitu Terræ vario varia eſt; nempe in Oppoſitione ad Solem major, in Conjunctione vero major minorve, prout Cometa Terram inter & Solem, vel Sol inter Cometam & Terram, poſitus eſt; ſicut de Planetis eſt demonſtratum Propoſitionibus V. & VIII.

S E-

SECTIO II.

De Directione Virium, quibus Planetæ Primarii in Orbibus suis retinentur.

PROPOSITIO XI.

Si Corpus ſecundum Directionem datæ poſitione rectæ lineæ A Z *moveatur, & ſimul urgeatur à Vi Centripeta tendente ad datum punctum immotum* S, *extra prædictam rectam ſitum; Linea à Corpore deſcripta Curva eſt, verſus* S *Cava, tota in Immoto Plano per rectam* A Z *& punctum* S *tranſeunte conſtituta. Et Areæ ſub hujus Curvæ portionibus quibuſvis, & rectis ad centrum* S *ductis, comprehenſæ eandem habent inter ſe rationem, quam Tempora, quibus dictæ Curvæ portiones à Corpore deſcribuntur.*

Tab. III. Fig. I.

Concipiatur Tempus diviſum in partes æquales; in cujus primâ Corpus ſolâ Vi inſitâ, quâ ſecundum directionem A Z progredi nititur, deſcribat ejus partem A B; deſcripturum Temporis parte ſecundâ B *c* ipſi A B æqualem, ſi nihil impediret; quoniam, per primariam motûs Legem, Corpus omne motum, aliunde non impeditum, movetur uniformiter in directum: Verum, ubi Corpus ad B pervenit, intelligatur Vis Centripeta ad S tendens agere impulſu unico quovis, ita ut Temporis parte ſecundâ Corpus per ſolum hunc impulſum impelleretur per rectam B G. Patet, ſi per *c* ducatur *c* C ad B G, & per G, G C ad B *c* parallela, Corpus ex utroque impulſu, quo ſimul impellitur, dictâ ſecundâ Temporis particulâ perventurum ad C, deſcribens rectam B C; cum in Mechanicâ ſit notiſſimum, Corpus viribus conjunctis Diagonalem Parallelogrammi eodem tempore deſcribere, quo Latera ſeparatis. Conſtat porro rectam

B C

B C eſſe in plano parallelogrammi B G C *c*, cujus utrumque latus B G & B *c* eſt in plano trianguli A S B, quod nempe tranſit per Centrum Virium S, & rectam immotam A Z. Præterea triangula S C B, S *c* B ſunt æqualia, quippe ſuper eâdem baſi B S, & inter parallelas S B, C *c* conſtituta; ſed S *c* B, S B A ſunt æqualia, quoniam eorum baſes æquantur, & altitudo eſt eadem: Quare S B A, S C B etiam æquantur. Eâdem prorſus ratiocinatione, ſi tertiâ Temporis particulâ Mobile deſcribat rectam quamvis C D; probabitur triangulum S C D æquale triangulo S B C, & rectam C D eſſe in eodem plano cum rectis S B, B C; hoc eſt, in eodem cum eo quod per rectam A B & punctum S traducitur. Et ita porro, quouſque motus continuatur, æqualibus Temporis partibus æqualiter augebitur Area, radiis ad immobile Centrum Virium ductis deſcripta: Et, componendo, ſunt Arearum ſummæ quævis inter ſe, ut ſunt Tempora, quibus deſcribuntur. Et Linea à Corpore deſcripta jacebit in Immoto plano, quippe per rectam immotam A B & immobile centrum S traducto. Sed & erit verſus S Cava; quia ejus quælibet portio recta, ut B C, à præcedente A B declinat verſus centrum. Si augeri intelligatur triangulorum S A B, S B C, S C D, &c. numerus, & latitudo minui in infinitum; horum baſes A B, B C, C D, conſtituent Lineam Curvam verſus eaſdem partes Cavam, & in eodem plano jacentem: & Vis Centripeta, quæ prius quaſi ſubſultim & per æqualia Temporis intervalla agebat, quâ Corpus de tangente iſtius Curvæ (quam triangulorum baſes metiuntur) perpetuo retrahitur, nunc indeſinenter aget: Areæque quævis deſcriptæ, S A B C S, S A B C D E S, erunt (ut prius) Temporibus quibus deſcribuntur proportionales. Quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO XII.

Corpus motum in Linea Curva A B C D, *in Plano deſcripta; verſus eaſdem partes Cava, &, radio ad* S *punctum immotum in eodem plano verſus Curvæ cavitatem poſitum ducto, deſcribens Areas Temporibus proportionales, urgetur à Vi Centripeta tendente ad iſtud punctum* S.

Intelligatur Curva à Mobili deſcripta dividi in partes A B, B C, C D, &c. quorum quælibet à rectâ minime differt, tales ut Temporis partibus æqualibus deſcribantur: Concipiatur item Vis Centripeta ſubſultim agens in ſolis punctis B, C, D, &c. ut in præcedente. Producatur A B ad *c*, ita ut B *c* æqualis A B; item B C ad *d*, donec C *d* æqualis B C; & ſic porro. Erit S A B triangulum æquale S B C, quia, ex hypotheſi, Areæ deſcriptæ ſunt Temporibus proportionales; & S A B æquale S B *c*, quia A B æqualis B *c*: Quare S B C eſt æquale S B *c*, & igitur (per 39. Elem. I.) C *c* parallela eſt ad S B. Porro, Corpus primâ Temporis particulâ per A B motum, ſolâ Vi inſitâ in ſecunda particula Temporis percurreret B *c*; ſed eâdem parte ſecundâ revera percurrit B C: Quare Vis in puncto B agens, quæ cum Vi inſita conjungitur ad Corpus per B C movendum, dirigitur ſecundum rectam ipſi *c* C parallelam; hoc eſt, ſecundum rectam B S. Eodemque modo Vis in puncto C agens, quæ conjuncta cum Vi inſita (quâ ſolâ Corpus tertiâ Temporis particulâ percurreret C *d*) poteſt eodem tempore illud per C D movere, dirigitur ſecundum rectam ad *d* D parallelam; hoc eſt, ſecundum C S: Sed rectæ B S, C S, &c. tendunt verſus punctum S. Agit ergo Vis Centripeta, qua Corpus de Curvæ tangente retrahitur, ſecundum rectas ad punctum immobile S tendentes. Quod erat demonſtrandum.

Tab. III. Fig. 2.

PROPO-

PROPOSITIO XIII.

Vires, quibus Planetæ Primarii, Mercurius, Venus, Mars, Jupiter, & Saturnus, à motibus rectilineis retrahuntur, & in Orbitis ſuis retinentur, non tendunt verſus Terram, ſed verſus Solem.

NAm Corpus omne, quod movetur in Linea Curva, detorquetur de curſu rectilineo, quem ex natura ſua affectat, per Vim aliquam. Planetas autem in Lineis Curvis moveri vel exinde patet, quod eorum Orbitæ in ſe redeant. Vis vero hæc in Planetas exercita non tendit ad Terram, quoniam duorum ex illis, Mercurii nempe & Veneris, Orbitæ Terram non cingunt, ut ex Prop. VI. patet; & proinde non ſunt in omnibus ſui partibus verſus Terram Cavæ: Unde (per Prop. XI.) Vires, quibus in Orbitis retinentur, non tendunt ad illam Præterea Planetæ Primarii, ſcilicet Mercurius, Venus, Mars, Jupiter, & Saturnus, reſpectu Terræ nunc Progrediuntur ab Occidente verſus Orientem, nunc Regrediuntur ab Oriente in Occidentem, nunc etiam Stationarii ſunt: Tempus autem, quo Motus hi peraguntur, uniformiter ſemper labitur; & proinde Areæ radio ad Terram ducto à Planeta quovis deſcriptæ non ſunt proportionales Temporibus, quibus deſcribuntur. Quare, per præcedentem, urgetur Planeta quivis, & in Orbita ſua retinetur, à Vi quæ ad Terram non tendit.

Verum (ex Scholio Prop. VI.) conſtat Veneris & Mercurii Orbitas Solem cingere, quod & de Martis, Jovis, & Saturni Orbitis etiam patet ex Scholio Prop. IX. Et omnes hi Planetæ Solis reſpectu ſemper Progrediuntur, ut ex Prop. I. patet; idque propemodum uniformiter, ſicut Tempus fluit. Verum quidem eſt Planetas paulo celerius in quibuſdam ſuarum Orbitarum punctis, etiam reſ-

pectu Solis, progredi quam in aliis, ut infra dicetur; ſed differentia adeo eſt parva, ut hic ſit negligenda: Sed & tum Planetæ ſunt Soli propiores (nam eorum Orbitæ non ſunt circuli Soli concentrici) & eorum Motus ita attemperatur, ut Areæ à radiis ad Solem ductis deſcriptæ æquabiliter augeantur; ut in decurſu patebit. Et igitur Vires, quibus à motu rectilineo retrahuntur Planetæ, & in Orbitis ſuis retinentur, tendunt verſus Solem.

PROPOSITIO XIV.

Vires quibus Cometæ in Trajectoriis ſuis (ſi hæ ſint Curvilineæ) retinentur, non tendunt verſus Terram, ſed verſus Solem.

SI enim Cometarum Trajectoriæ Rectæ ſunt, nullis urgentur illi Viribus ad punctum extra Rectas iſtas poſitum tendentibus; quippe quibus à motu rectilineo retraherentur, & Orbes curvilineos deſcribere cogerentur, per Prop. XI. Si vero Cometarum Trajectoriæ Curvæ ſunt, tamen Vis, quâ Cometa quivis in iſta Curva retinetur, verſus Terram non dirigitur; quia Tellus extra Trajectoriæ planum plerumque reperitur; & præterea, Terræ reſpectu, nunc progreditur Cometa, nunc regreditur, & Areas proinde per Radios ad Terram ductos deſcribit Temporibus minime proportionales: Reſpectu vero Solis in omnium Trajectoriarum planis poſiti, ſemper in eaſdem partes tendit Cometa, & quidem quo Soli vicinior, eo velocius; ita ut Area à Radio ad Solem ducto deſcripta æquabiliter, inſtar Temporis, augeatur: Unde ex Prop. XII. conſtat propoſitum.

SE-

SECTIO III.

De Ordine, Diſtantiis & Periodis Planetarum ſecundariorum circa primarios revolventium, & horum Phænomenis; deque Directione Virium, quibus iſti in Orbitis ſuis retinentur.

PROPOSITIO XV.

Ordinem & Motuum Periodos Planetarum Secundariorum; ſive Satellitum circa proprios Primarios, & illorum ab hiſce Diſtantias exponere.

E Sex Planetis primariis, qui circa Solem revolvuntur, tres tantum ſunt (quantum obſervatione adhuc certo conſtat) Satellitio donati; nimirum circa quos alii rurſus Planetæ (qui propterea Secundarii appellantur) revolvuntur. Circa Tellurem unus, ſcil. Luna, diebus 27 $\frac{1}{3}$ fere Periodum ſuam abſolvens, & Telluris ſemidiametris circiter 60. à Tellure diſtans. *Tab. III. Fig. 3.*

Circa Jovem quatuor: quorum intimus revolvitur die 1 $\frac{3}{4}$, ad Diſtantiam 5 $\frac{2}{3}$ ſemidiametrorum Jovis à centro ejuſdem; ſecundus revolvitur ſpatio 3 $\frac{3}{5}$ dierum, ad Diſtantiam ſemidiametrorum 9; tertius ſpatio 7 $\frac{1}{6}$ dierum, ad Diſtantiam 14 $\frac{1}{3}$ ſemidiametrorum; quartus denique & extimus revolvitur circa Jovem ſpatio 16 $\frac{3}{4}$ dierum, diſtans ab ejus centro ſemidiametris 25 $\frac{1}{3}$ Jovis.

Circa Saturnum quinque: quorum intimus revolvitur die 1 $\frac{7}{8}$, ad Diſtantiam ſemidiametrorum Saturni 4 $\frac{3}{8}$ à centro Saturni; ſecundus ſpatio 2 $\frac{3}{4}$ dierum, ad Diſtantiam 5 $\frac{3}{5}$ ſemidiametrorum Saturni; tertius ſpatio 4 $\frac{3}{5}$ dierum fere, ad Diſtantiam 8 ſemidiametrorum; quartus 16 diebus fere, ad Diſtantiam 18 ſemidiametrorum;

quintus & hactenus viſorum extimus revolvitur circa Saturnum ſpatio 79 $\frac{1}{3}$ dierum, diſtans ab ejus centro 54 ſemidiametris Saturni. Et Syſtema Solare hactenus viſum figuræ eſt fere, qualem in annexo ſchemate depinximus: Verum inter extremos duos ſatellites Saturnios ſextum inſidere ſuſpicatur Cl. *Hugenius*, cum ſpatium amplius pateat quam pro diſtantiis cæterorum; vel etiam ultra quintum alios circumvagari, qui propter obſcuritatem nondum ſunt viſi. Plana Orbitarum ſatellitum ejuſdem Primarii non coincidunt; ſed ad ſe mutuo varie inclinantur, & etiam ad planum Orbitæ in qua Primarius circa Solem defertur.

Cingitur præterea Saturnus *Annulo* tenui, plano, nuſquam cohærente, inſtar Fornicis Orbicularis per totum Saturni ambitum exſtructi. Annuli hujus planum eſt plano Æquatoris Terreſtris hâc tempeſtate fere parallelum. Ex ejus varia poſitione reſpectu Solis illuſtrantis (eſt enim ſui Planetæ inſtar opacus) & oculi videntis, oriuntur phaſes *Anſarum* Saturni, quæ tam variis figuris Aſtronomorum operam luſerunt. Ab *Hugenio* primum plane detectus eſt, & in *Syſtemate Saturnio* Anno 1659 editus. Annuli diameter dupla ſeſquiquarta eſt diametri Saturni; & latitudo ſpatii inter Annulum & Saturni globum interjecti ipſius Annuli latitudinem adæquat.

PROPOSITIO XVI.

Phænomena Lunæ è Terra viſæ, quatenus eſt corpus Sphæricum à Sole illuminatum, exponere.

Tab. IV. Fig. 1.

TErram T, circa Solem in Orbita R T rotatam, comitatur Luna Planeta ſecundarius, in eandem plagam, ab A per B, C, &c. Orbitam ſuam deſcribens. Hujus tamen Orbitæ Lunaris planum cum Eclipticæ plano non congruit, ſed ad illud inclinatur angulo circiter 5 graduum

Fig. 1.

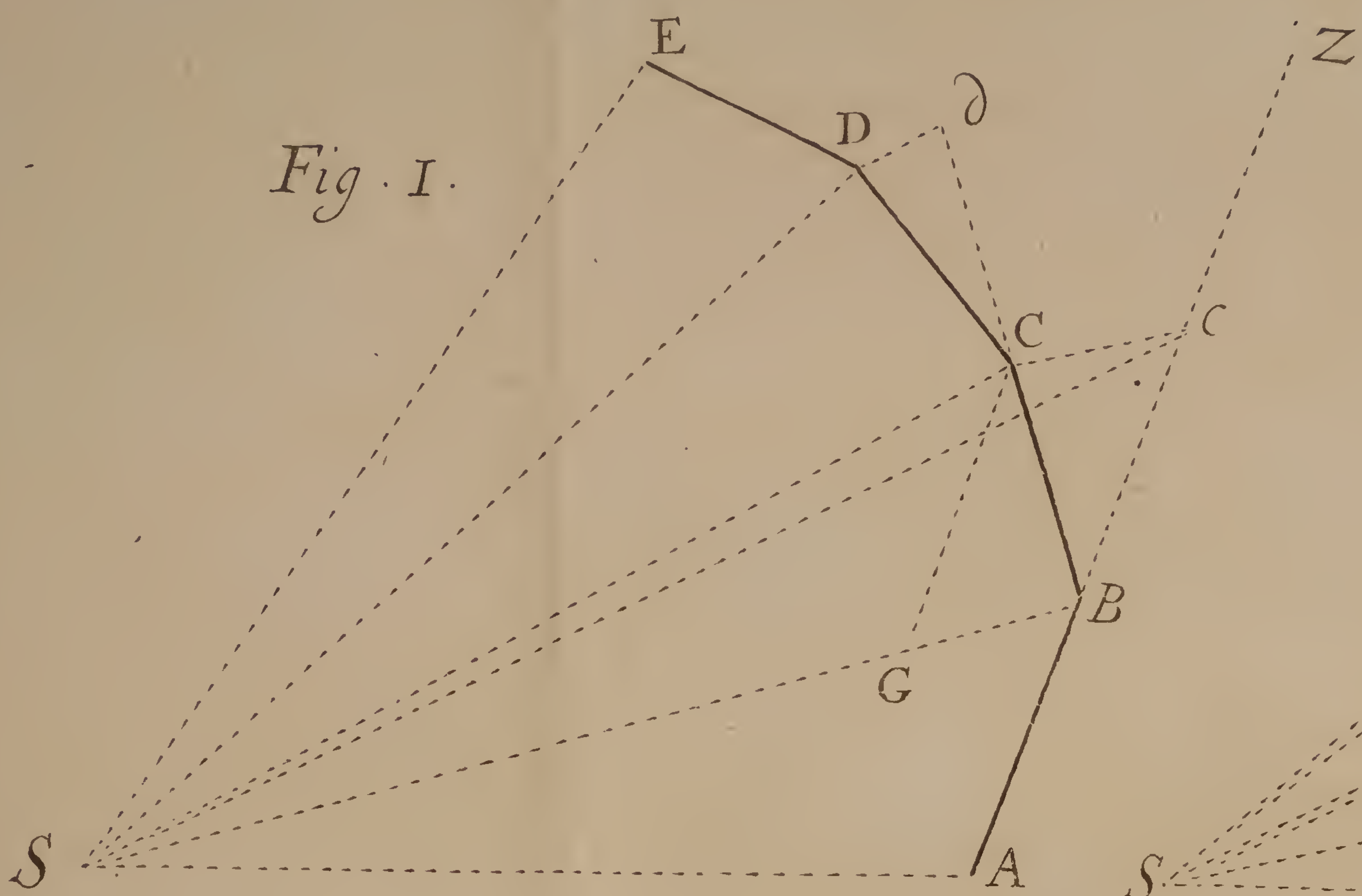


Fig. 2.

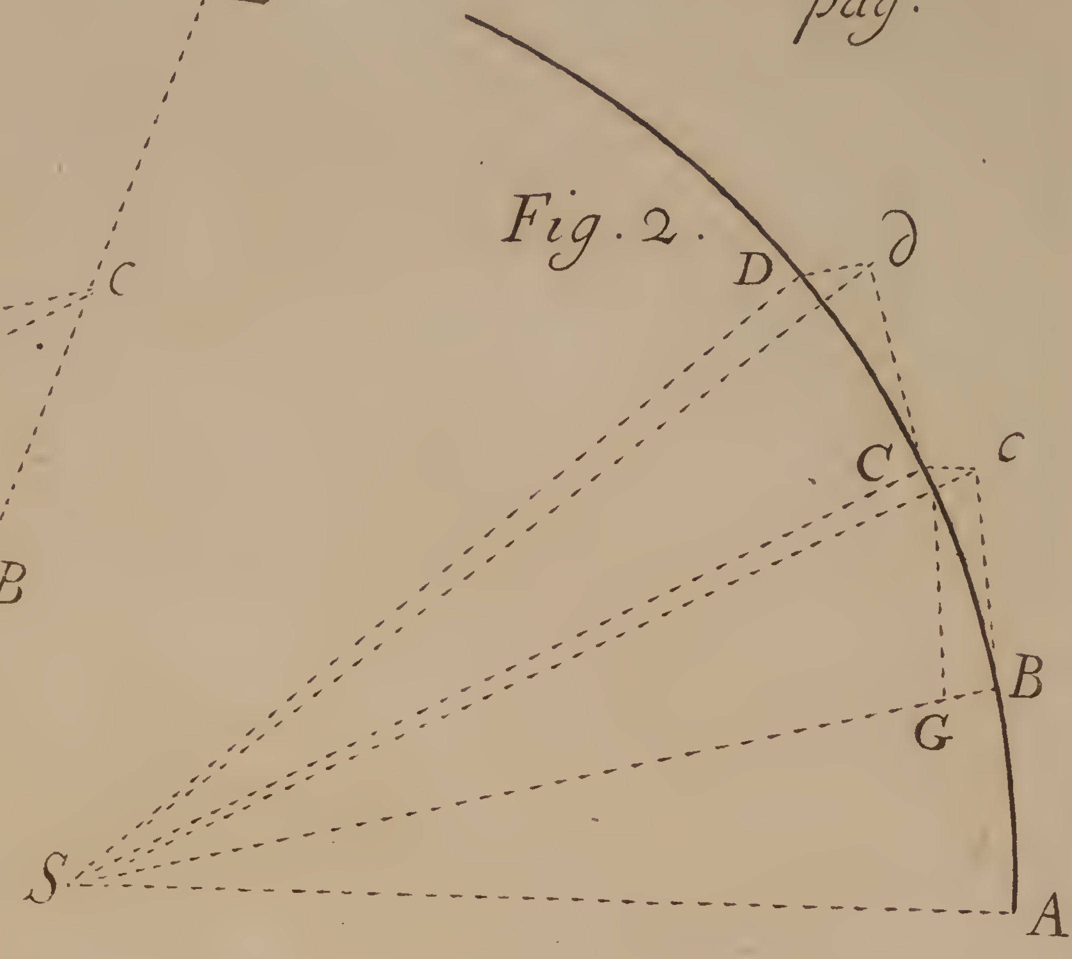
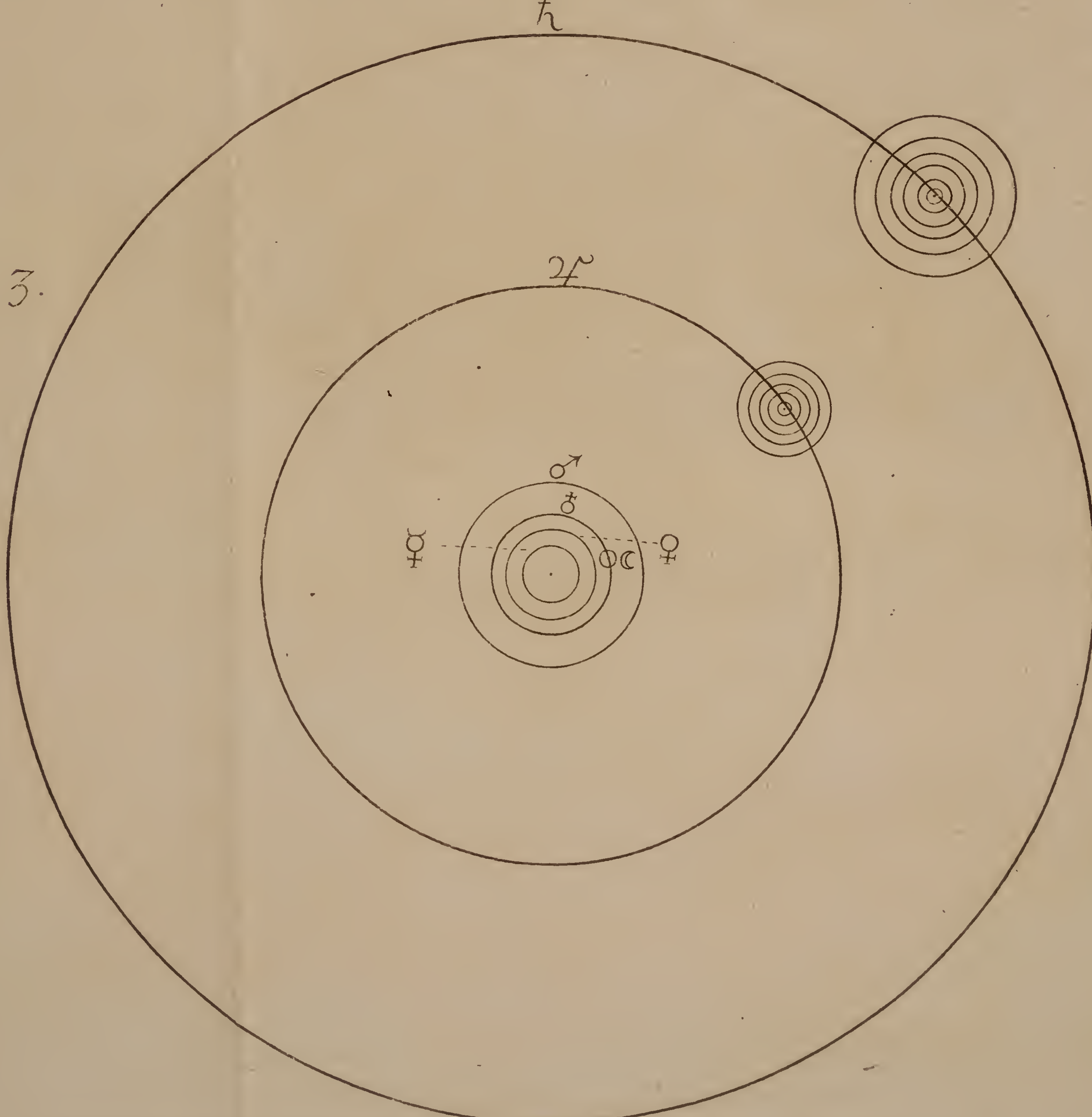


Fig. 3.



duum; horumque planorum communis interſectio eſt recta ☊ ☋; punctaque ☊ & ☋, ubi Orbita Lunaris Eclipticæ planum interſecat, vocantur Nodi Lunæ; ſicut prius dictum eſt, cum de primariis ageretur. Adeo ut concipienda ſit Orbita Lunaris dimidiâ ſui parte ☊ A ☋ ad Boream exſtare ſupra planum Eclipticæ ſive hujus ſchematis, alterâ vero ☊ K ☋ infra idem deprimi ad Auſtrum; quæ etiam eſt ratio cur Elliptica delineatur. Nodorum alter ☊, (nempe quo Luna, ſuperatâ Eclipticâ, ad Boream aſcendit,) dicitur *Caput Draconis*; alter vero ☋ *Cauda Draconis*. Nodorum Linea ☊ ☋ non eundem ſemper ſervat ſitum, ſed ita movetur motu angulari, ut Nodi regrediantur; nempe ☊ per G, F, &c. & ☋ per C, B, &c. contra Signorum ſeriem; circulumque ſpatio 19 annorum fere compleant. Ex quibus conſtat Lunam nunquam in Ecliptica reperiri, præterquam bis in revolutione ſua menſtrua, cum eſt in Nodo ☊ vel ☋: reliquo tempore Luna ab Ecliptica deviat in latum; ejuſque Latitudo menſuratur per angulum, quo (per def. V. Elem. XI.) recta centrum Lunæ & oculum conjungens inclinatur ad Eclipticæ planum; prorſus ut de primariis dictum eſt Prop. V. & VIII.

Præterea, cum Luna (inſtar ipſorum primariorum) ſit corpus Sphæricum, Scabrum & Opacum, radios Solis in ſe incidentes reflectens; patet ejus medietatem Soli obverſam illuſtrari, averſam vero obſcuram manere. Sed Lunæ hemiſphærium Telluri obverſum ab obſervatore Telluris incola ſolum poterit videri. Et igitur Lunæ variæ erunt Phaſes pro varia habitudine hemiſphærii ejus illuſtrati ad hemiſphærium Telluri obverſum; ſicut Prop. VI. (in caſu ſimili) de inferioribus eſt oſtenſum. Si in ſchemate, Sole in S exiſtente & Tellure in T, Luna ſit ad A punctum Soli oppoſitum; patet faciem Lunæ illuſtratam totam Telluri obverti: unde pleno Orbe fulget Luna; quæ Phaſis *Plenilunium* vocatur. Cæteris vero manentibus, ſi Luna in B

poſita

poſita intelligatur, illuſtratæ faciei pars à Terra T avertetur, obſcuræ vero pars eidem obvertetur: unde Luna non erit perfecte plena; ſed, verſus Solis oppoſitum paululum deficiens, Gibba apparebit. Lunâ vero ad ſitum C progreſsâ, ubi angulus C T S eſt rectus, & Luna in *Quadrato* Solis; tum hemiſphærii ad Terram obverſi pars dimidia illuſtratur, dimidia in tenebris verſatur: unde Dimidiata & decreſcens apparebit. Lunâ longius adhuc progreſsâ, (ut ad D,) faciei Terræ obverſæ pars parva illuſtratur, multo vero maxima obſcura manet: & proinde ob Lunæ figuram vere ſphæricam, & apparenter planam, illuſtrata pars velut in Cornua protenſa videbitur; & quidem à Sole averſa (ut Prop. ſequente demonſtrabitur) ſive in caſu præſenti verſus occaſum. Cumque tandem Luna ad ſitum K ſive conjunctionem cum Sole pervenerit, facies illuſtrata averſa eſt à Terra; & proinde Luna erit prorſus obſcura, fitque *Novilunium*; quippe mox rurſus in F apparitura, & lucida Cornua à Sole etiamnum averſa, & proinde nunc in orientem protenſa, oſtenſura. Poſtea, quaſi creſcens, in G Dimidiata apparet, primo Lunationis Quadrante elapſo; ſicut in C factum eſt ultimo Quadrante inchoato: Atque rurſus Gibba in H videbitur, ad Plenilunium in A denuo celebrandum tendens. Nos, majoris evidentiæ causâ, poſt quemvis Lunæ ſitum delineavimus correſpondentem ejus Phaſim, qualiter è Terra T apparet.

Quamvis Lunæ Periodus circa Terram (ut in præcedente dictum) ſit dierum tantum 27, horarum $7\frac{3}{4}$, (qui & *Menſis* eſt *Periodicus*;) tamen per Menſem, ſive *Lunationem*, vulgo intelligitur temporis ſpatium id, quod à Novilunio ad Novilunium proxime inſequens impenditur, & prædicto Menſe Periodico majus eſt; quoniam ſpatio Menſis Periodici, quo Luna à puncto K (ubi nunc Novilunium celebratur) digreſſa ad idem revertitur, ipſa Tellus, una cum comite Luna, integro fere Signo in conſe-

conſequentia eſt mota; unde dictum Orbitæ Lunaris punctum K Sole eſt multo occidentalius: adeoque Luna ad Conjunctionem cum Sole nondum pervenit; ſed adhuc opus eſt diebus 2 & horis 5, ut Luna Soli ſit conjuncta, ſive ut Novilunium celebretur; hoc eſt, ut fiant omnes Phaſium viciſſitudines, ſive ut integra Lunatio abſolvatur, quæ & *Menſis Synodicus* dicitur, conſtans diebus 29, horis $12\frac{3}{4}$.

Porro, paulo ante & poſt Novilunium (nempe cum Luna eſt in D vel F) Solis radii à Terra reflexi & Lunam offendentes, illam Luce iſtâ tenui perfundunt, quâ (præter Cornua) reliquus ejus diſcus conſpicuus redditur. Cum vero Luna extra viam reflexæ à Terra Lucis eſt progreſſa, memorata Lucula (quibuſdam perperam Lunæ nativa credita) ſimul evaneſcit.

PROPOSITIO XVII.

Ad datum Tempus Lunæ Phaſem delineare.

PEr centra Solis, Terræ, & Lunæ traductum planum (idem nempe cum plano hujus ſchematis) ſecet Lunæ Globum, & ſectio ſit circulus A D B C. Sit C D circuli hujus diameter, cui recta S L centra Solis & Lunæ conjungens eſt normalis; & A B ejuſdem diameter, cui normalis eſt recta T L, centra Terræ & Lunæ conjungens. Ex puncto D in A B demittatur perpendicularis D E, diametro A B occurrens in E. Cumque planum ad ſchematis hujus planum ſuper C D normaliter erectum dividat Lunæ hemiſphærium illuſtratum ab obſcuro; & planum ſuper A B ſimiliter erectum dividat ejuſdem hemiſphærium viſum à latente: erit Globi Lunaris portio utrique hemiſphærio communis; nimirum quæ inter plana ſuper A L, D L, ut dictum eſt, erecta comprehenditur, viſi hemiſphærii pars illuminata; & quæ inter plana ſuper B L, D L, ejuſdem pars obſcura. Et utraque hæc pars hemiſphærii viſi, tam illuſtrata ſc. quam obſcura, *Tab. IV. Fig. 2.*

Tab. IV. Fig. 2. cura, in Lunaris Globi punctis oppoſitis terminatur; in quibus ſc. recta ex L, ad planum circuli A C B D normaliter excitata, & utrinque producta, (quippe planorum ſuper A B & C D erectorum communis ſectio,) ejus ſuperficici occurit: Et partium harum latitudo maxima eſt in circumferentia A D B; obſcuræ quidem B D, illuſtratæ vero A D.

Arcus B D eſt menſura anguli B L D, qui æqualis eſt angulo S L T, comprehenſo ſub rectis ex Lunæ centro ad Solis & Terræ centra ductis: Nam ſi æqualibus angulis S L D, T L B (quippe rectis) addatur communis D L T, conficientur æquales. Sed ad Tempus datum innoteſcit angulus quo Luna diſtat à Sole, nempe L T S; adeoque & S L T ejus complementum ad duos rectos: Nam diſtantia Lunæ à Terra tam parva eſt reſpectu diſtantiæ Terræ à Sole, ut rectæ T S, L S, à Terra & Luna ad Solem ductæ, poſſint pro parallelis haberi. Fiat ut duplum radii ad ſinum verſum anguli T L S, ita B A ad B E. Porro, cum Lunæ hemiſphærium è Terra viſum appareat circulus, quod Globo è longinquo ſpectato contingit, ut Fig 3. in Opticis docetur: Sit A M B N circulus Diſcum Lunæ referens; idem nempe qui prius factus eſt per ſectionem Lunæ cum plano ſuper A B erecto, adeoque eodem cen-Fig. 2. tro L, eâdemque diametro cum illo deſcriptus. Et quoniam longinqua eſt Luna, videbuntur ſingula per rectas rectæ L T parallelas. Et ideo erunt B E & A E, lati-Fig. 3. tudines maximæ partium illuminatæ & obſcuræ in Diſco Lunari. Ducatur diameter M N ad A B normalis; & axe majore M N, & minore æquali duplæ L E, deſcribatur Semiellipſis M E N: Erit M A N E M Pars illuminata, M B N E M vero Pars obſcura Diſci Lunaris A M B N.

Nam illuſtrationis ſuperficiei Lunæ ſphæricæ, per ſphæricum Solem, terminus eſt circulus; & hic è longinquo oblique ſpectatus apparet Ellipſis, cujus ſemiaxes L M, L E, Fig. 2. ut ex Opticis patet: Oblique vero ſpectatur per T L,

quo-

quoniam recta S L, illius plano normalis, ad L T inclinatur; niſi in Plenilunio ubi coincidunt. *Tab. IV. Fig. 2.*

In problemate hoc conſtruendo, ſuppoſuimus dimidium Globi Lunæ à Sole illuminari; dimidium etiam à ſpectatore videri: quorum neutrum eſt in rigore verum: Nam quia Sol quam Luna major eſt, paulo amplius dimidio illuſtratur; & quia ſpectator non diſtat infinite, ſuperficiei Lunaris portio paulo minor quam dimidia videtur. Verum hæc adeo ſunt minuta, ut merito contemni queant: Et Phaſis Lunæ delineata, ut ſupra, obſervatis ſatis reſpondet. Ut vero ſchema cum cœlo congruat, linea B A, cui M N Cornua jungens eſt normalis, in eo ponenda eſt ſitu, ut rectà ad Solem dirigatur: Nam recta L A, ex T viſa, coincidit cum L S ad Solem tendente. *Fig. 3.* *Fig. 2.*

Similiter delineabuntur Planetarum inferiorum & Martis Phaſes, de quibus Prop. VI. & IX. dictum eſt: Verum in iſto caſu, ſi L referat aliquem è Planetis primariis, rectæ T S, L S inclinantur ſenſibiliter ad invicem, & triangulum conſtituunt.

PROPOSITIO XVIII.

Phænomena Lunæ ex Opacitate Telluris Umbram projicientis orta, ſive Lunæ Eclipſin exponere.

Cum Tellus ſit corpus Opacum, patet ab illa lucido Soli expoſita Umbram protendi ad partes à Sole averſas; Umbramque proinde hanc in Eclipticæ plano perpetuo verſari, quoniam Terra & Sol in illo verſantur. Quod ſi contingat Lunam, cum in Plenilunio Soli opponitur, etiam in Eclipticæ plano, aut ſatis prope illud verſari, (quod fit cum Plenilunium in Nodo celebratur, aut prope illum:) patet hanc in Umbram immergi; & proinde lumine Solis, quo ſolo fulget, privari; hoc eſt, *Eclipſin* pati; & quidem *Totalem* aut *Partialem*, prout tota, aut ex parte tantum, in Umbram incurrit. *Fig. 4.*

Telluris autem Umbra tandem in apicem deſinit, nec ad Cœlum Martis protenditur: Nam Mars in plano Eclipticæ Soli oppoſitus non deficit; quod neceſſario fieret, ſi in Umbram Telluris immergeretur: eſt enim Mars corpus Opacum, ut ex Prop. IX. patet. Ex hac autem Umbræ Terræ figura, primo obtutu patet Solem eſſe Terrâ majorem: Nam ſi æquale ſit corpus Lucidum Opaco, Umbra erit æqualiter craſſa & cylindrica; ſi vero Lucidum ſit Opaco minus, Umbra quidem erit conica, ſed increſcens, & quo remotior ab Opaco, eo craſſior; utroque autem modo in infinitum porrigeretur. Sicut Sol quam Terra, ita Terra quam Luna major eſt: quod exinde patet, quod Luna deficiens in Telluris Umbram tota immergatur; Telluris autem Umbra, ubi Luna illam pervadit, multo gracilior eſt, (ut hactenus oſtenſum,) quam prope Terram.

Tab. V. Fig. 1. Exponat circulus V M Umbræ Terræ ſectionem tranſverſam, ubi Lunari Orbitæ occurrit: Sit Orbita Lunæ L ☋ F, Ecliptica C E. Ea quarundam Eclipſium invenitur duratio, (nempe quatuor horarum,) quæ ſufficit ut Luna in tenebras tota immerſa pervadat Umbram circiter tres ſui diametros latam; quod fit cum centrum Lunæ Umbroſi circuli V M centrum pertranſit: Hujuſmodi Eclipſis vocatur *Totalis* & *Centralis*.

Fig. 2. Quandoque Luna Nodum hactenus eſt prætergreſſa, aut eundem nondum aſſequuta, cum Umbram pervadit: Si tamen Luna ſit Nodo ſatis propinqua, Luna tota in Umbram immergetur, fietque Eclipſis Totalis, ſed non Centralis, neque tantæ durationis; quia via Lunæ per Umbram minor eſt Umbræ diametro, quippe per centrum non tranſiens; & proinde citius, cæteris paribus, percurritur.

Fig. 3. Si vero Nodus ab Umbra adeo ſit remotus, ut Lunæ, in Orbita ſua prope Umbram tranſeuntis, pars tantum in Umbram immergatur, fiet Eclipſis Partialis; quæ

tot

Tab. IV.
pag

Fig. 1.

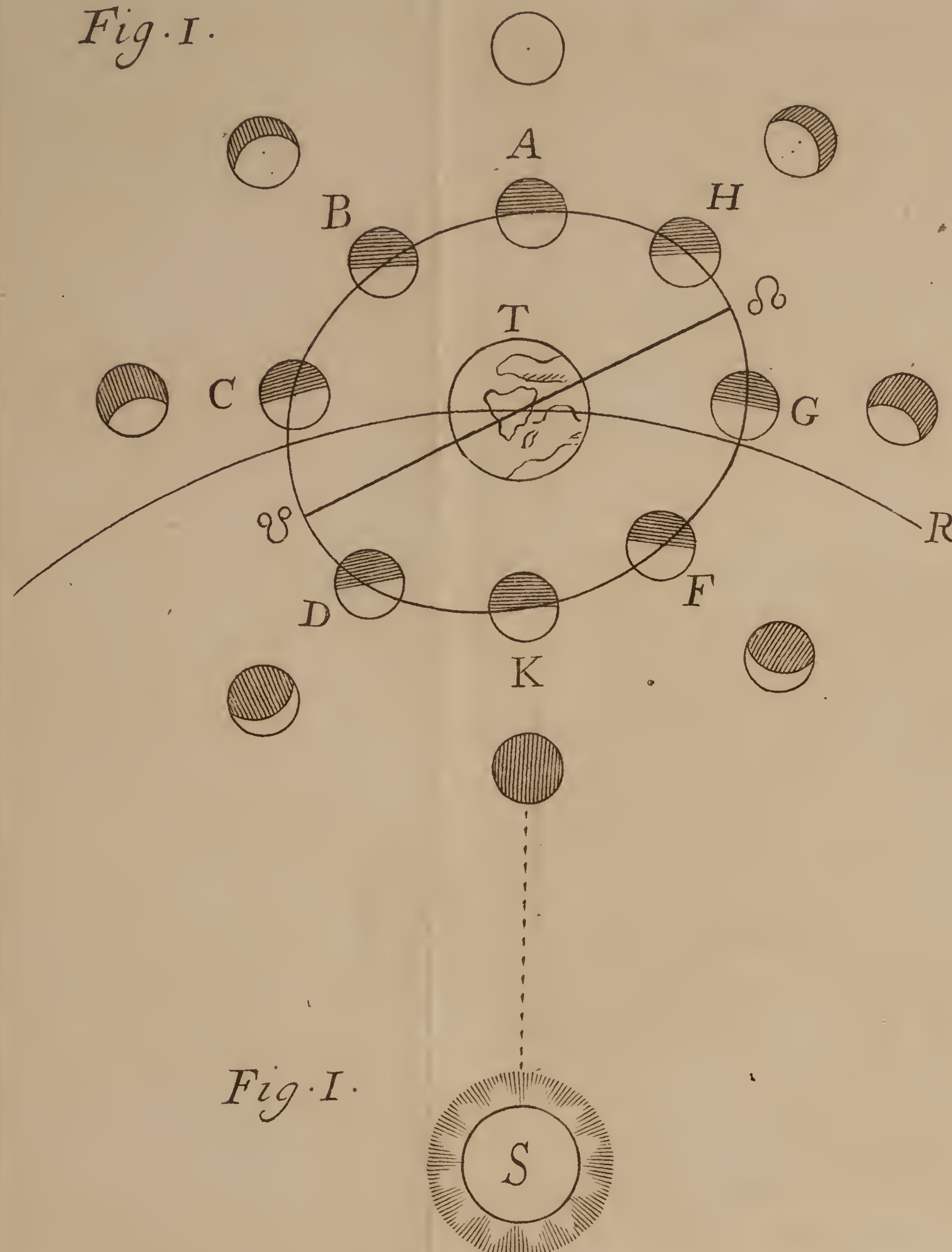


Fig. 1.

Fig. 2.

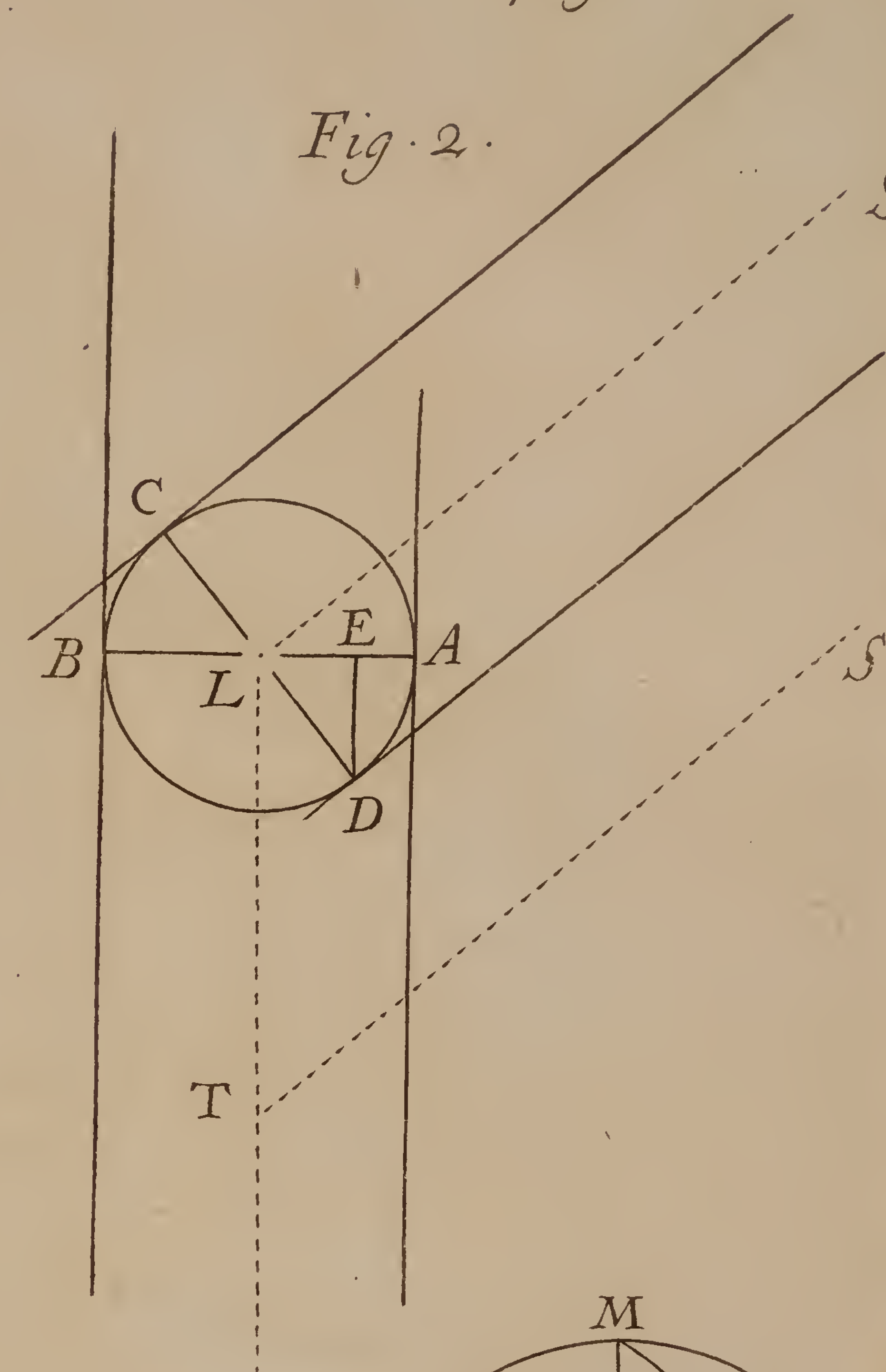


Fig. 3

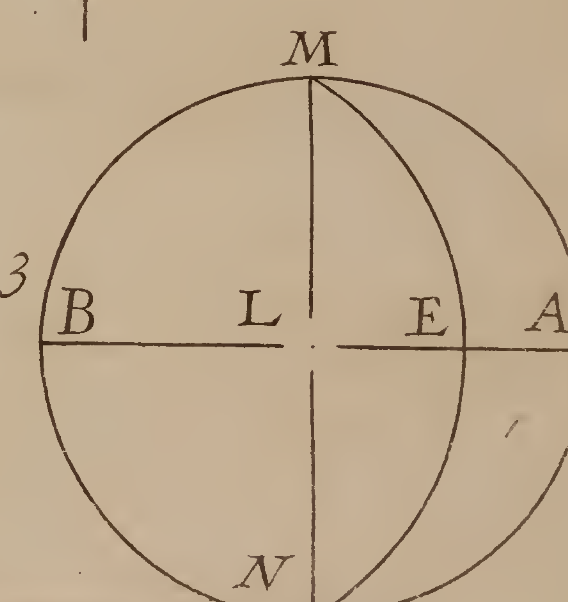
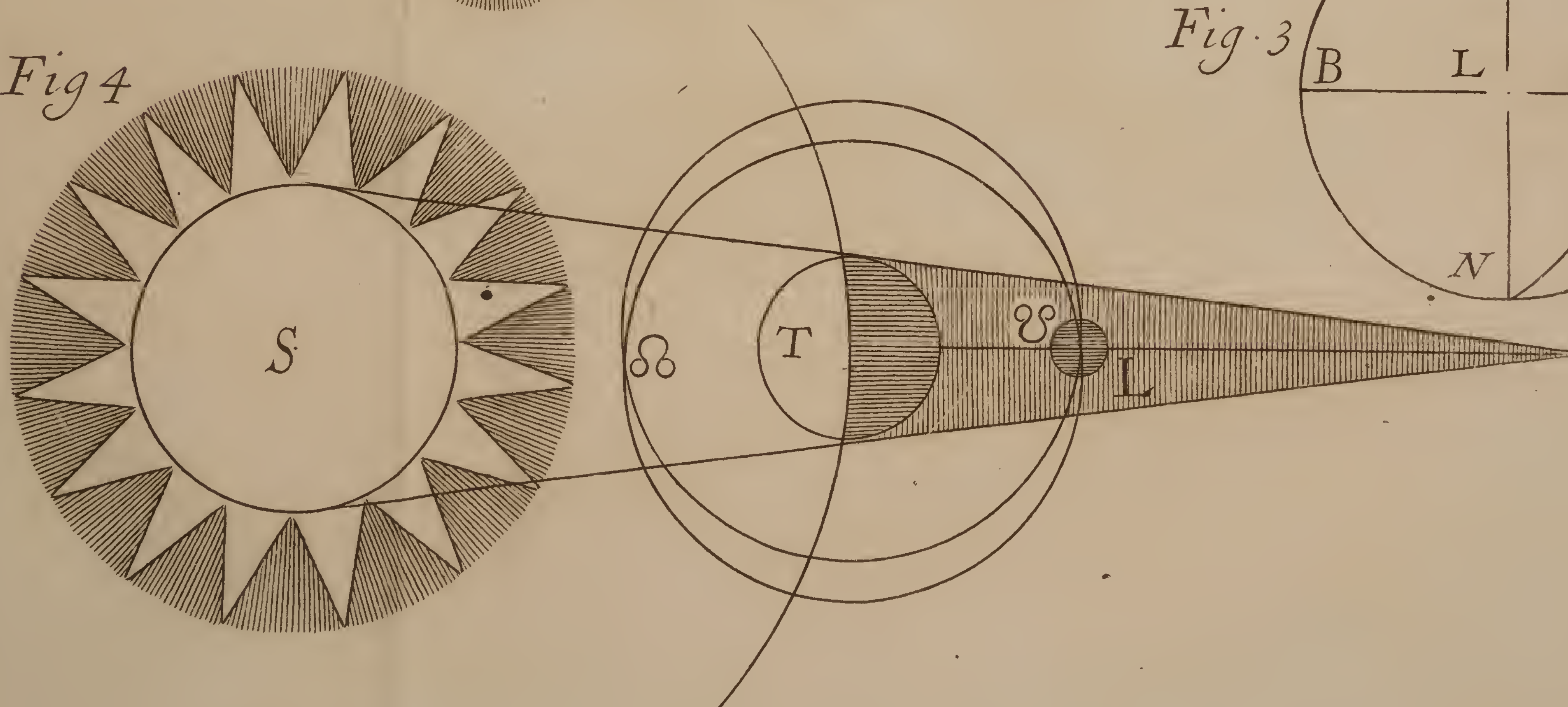


Fig 4



tot dicitur eſſe *Digitorum*, quot duodecimæ partes Diametri Lunaris obſcurantur, quando Eclipſis eſt maxima. Etenim Lunæ Diameter (ut aliud quodvis integrum) in duodecim Uncias ſive Digitos diviſa intelligitur: Quod & de alia quavis Eclipſis Phaſe ſimiliter intelligendum eſt. In omnibus hiſce caſibus, incipiente Eclipſi, Luna occidentalem Umbræ plagam orientali ſui latere primum tangit; & deſinente illâ, Lunæ occidentale latus orientalem Umbræ limbum ultimo deſerit; totumque interjectum tempus Eclipſi annumeratur; ſed totali immerſioni illud tantum, quo Luna in tenebris tota verſatur.

Verum Lunæ limbus orientalis verſus Umbram procedens non ſtatim in denſiſſimas tenebras immergitur; ſed obſcurior evadit, prout Umbræ fit propior: quod ex Penumbra Umbram omnem (factam à lucido quod ſub angulo ſenſibili videtur) comitante proficiſcitur. Hæc autem undique circa Umbram effunditur. Sit ☉ Sol, E Terra, ducanturque rectæ ut in ſchemate: Umbræ T V M R, ubi nulla prorſus Solaris luminis pars pertingit, circumfunditur Penumbra V T P M R N, ubi aliqua Solaris lucis pars à Terra impeditur; & hæc Penumbra obſcurior eſt verſus T V, R M ipſius perfectæ Umbræ oras, quia pauciores radii (nempe à minore Solis portione profecti) illuc attingunt; minus obſcura verſus T P, R N ubi plures: ultra quem limitem radii omnes Solares libere pertingunt, quantumque fieri poteſt illuſtrant. *Tab. V. Fig. 4.*

Rubicundus vero iſte color, quo Luna etiam in perfectæ Umbræ medio ſita perfunditur, & viſibilis quandoque inſtar lateris cocti redditur, (nam in Eclipſibus quibuſdam omnino quaſi evaneſcit Luna,) oriri videtur à radiis Solaribus vel in Atmoſphæra Terræ circumfuſa refractis, vel à particulis extra Terræ Umbram volitantibus ad Lunam reflexis, vel ab illuminatione Stellarum, vel ſimul omnibus.

Eclipſis aliqua Lunaris, qualem ſupra deſcripſimus, plerum-

rumque bis ſaltem quovis anno incidit. Nam cum duo ſint Nodi, in quibus Lunaris orbita Eclipticam interſecat, iique in antecedentia moti, (ut Propoſitione XVI. dictum eſt;) & Sol quovis anno Eclipticam in conſequentia peragrare videatur, (ut Prop. II. oſtenſum:) Patet Solem bis quovis anno Lunæ Nodorum alterutri ex Tellure obviam factum videri; & proinde Umbram Telluris Lunæ Cœlum in altero Nodo quaſi perforare. Si igitur Plenilunium hoc tempore contingat, Luna neceſſario totaliter & centraliter deficiet; ut ſuperius oſtenſum. Licet vero Plenilunium non incidat, quando Sol & Nodus fiunt obviam; tantilla tamen eſt Orbitæ Lunæ ad Eclipticam inclinatio, tantaque Umbræ Telluris craſſities, ut etiamſi Plenilunium decem amplius diebus à tempore prædicto, ante vel poſt, diſtet, (integris vero quindecim diſtare non poteſt,) tamen Luna Umbram vix effugerit. At ſi prædictus Solis & Lunaris Nodi occurſus contingat ipſo die Novilunii, vel die uno alterove ante aut poſt, (quod non niſi raro fiet;) ſatis longe aberit Luna ab Umbra Terræ in Plenilunio, cum præcedente tum inſequente, ad illam prorſus vitandam: Nullaque proinde erit iſto ſemeſtri ſpatio Lunæ Eclipſis.

PROPOSITIO XIX.

Phænómena Solis è Terra viſa, ex Opacitate Lunæ orta, ſive Solis Eclipſin exponere.

SIcut Luna ob interpoſitam Terram Solis lumine privata deficere dicitur, ſeu Eclipſin pati; ita viciſſim, ſi Terra ob interpoſitam Lunam lumine Solis ſpolietur, iſtud Phænomenon Eclipſis Terræ dicenda eſſet. Obſervator vero Terreſtris, qui nec Eclipſin, nec Motum, nec aliud quidvis quod imperfectionem illi videtur arguere, in domicilio ſuo agnoſcit, hocce Phænomenon Solis Defectum appellat; pari ratione, quâ incola Lunæ dum hæc

in

in Umbram Telluris immergitur, Solem deficere diceret.

Patet vero Eclipſin Solis futuram quovis Novilunio, ubi Luna ad aut prope Nodorum alterutrum reperitur. Tum enim Lunæ, directe inter Solem & Terram interjectæ, Umbra ad Terram protenſa, (ut in figura,) incolis tractûs C D denſiſſimâ Umbrâ immerſis, Eclipſin Totalem efficit. Quum vero Lunæ Umbra nequeat integram Tellurem involvere, circa circularem Terræ tractum prædictum C D circumfunditur corona B C, B D Penumbræ immerſa, cujus incolis Partialis tantum erit Eclipſis: & verſus C & D, major Solis pars à Luna tegitur, majoreſque proinde tenebræ; verſus B vero & E Penumbræ extrema, minor; & luminis Defectus vix ſenſibilis. Quinetiam Terræ moles efficit, ut alii ſint interim illius tractus, (ut E F,) ubi nulla prorſus eſt Eclipſis; ſed quos Sol libere illuſtrat. Tab. V. Fig. 5.

Atque hæc omnia in ipſa rerum natura fiunt, ut hactenus dictum. E Terra vero ſpectatis Sole & Lunâ, hæc illum (ut in figura) tegere videbitur magis minuſve, prout ſpectator Umbræ totali propior eſt, aut ab illa remotior. Quoniam vero Luna tegens cerni nequit, Sol, quâ ab illa tegitur, deficere videbitur; reliquâ tantum ſui parte lucidus. Fig. 6.

Aliquando accidit Eclipſin Solis Centralem non eſſe Totalem; ſed circa Lunam luminoſum ſolis circulum apparere. Quod ex eo provenit, quod Lunæ Umbra brevior ſit quam ut ad Terram pertingat; ſive id fiat ob majorem tum diſtantiam Lunæ à Terra; ſive quod radii Solares Lunæ oras radentes, per inflectionem, magis quam aliàs, incurventur, & Umbram decurtent. Eclipſis Solaris quantitas (ſicut prius de Lunari dictum eſt) æſtimatur per Digitos ſive Uncias Diametri Solis, à Luna, ut ſupra dictum eſt, tegi viſas in loco dato.

Patet porro Lunæ, verſus ortum ſive à ♎ per ♏ ad ♐ motæ, Umbram latus Telluris occidentale A primo at- Fig. 5.

tingere

tingere, atque per diſcum Telluris, tanquam maculam; per B, C, D, E ad F (ubi Tellurem relinquit) incedere. E Terra vero ſpectatæ Lunæ orientalis limbus occidentalem Solis primo tegit, & occidentalis orientalem ultimo retegit: Tenebræ vero ſpiſſæ, ſi quando ingruunt in Totali Eclipſi, breviſſimo tempore fugantur; aliquâ Solaris diſci parte retectâ ſtatim fere poſt omnem à Luna tectum: tantilla autem claritatem magnam efficit.

Quamvis ad maximam Solis Eclipſin, in qua Lunaris Umbra per mediam Tellurem incedit, requiratur ut Luna in Nodo exiſtat ipſo Novilunii momento: Si tamen non longe inde abſit, Lunæ Umbra, aut ſaltem Penumbræ pars, in aliquem Telluris (quippe ſatis magnæ) tractum incidet, ibique Eclipſin Totalem, aut ſaltem Partialem, efficiet: Atque hoc ſenſu Solis Eclipſes ſæpius celebrantur quam ipſius Lunæ. Verum Eclipſes Solis, in dato Terræ loco viſibiles, longe ſunt rariores quam Lunæ; quia Lunæ Umbra minor eſt Umbrâ Terræ, adeoque illa datum Terræ locum non tam ſæpe involvit, quam hæc Lunæ partem aliquam.

SCHOLIUM.

Similia Phænomena in Jove & Saturno apparebunt: Illorum nempe Satellites ſive Lunæ, in Primarii ſui Umbram immerſæ, deficiunt; quæ Eclipſes nobis ſimiliter obſervantur, atque Eclipſes noſtræ Lunæ exinde obſervarentur. Et viciſſim, Satelles quivis inter Solem Primariumque ſuum interpoſitus Umbram in Primarium projicit, quæ ab oriente occidentem verſus per ejus Diſcum, maculæ inſtar, incedere videtur. Verum horum Phænomenon Duratio, Phaſes, Periodus, &c. varia ſunt, & à ſimilibus apud Terram viſis, & à Luna noſtra profectis, diverſa; pro diverſitate Umbrarum, Motuum, & Magnitudinum, tam Primarii quam Satellitum.

PRO-

PROPOSITIO XX.

Quivis è Planetis Secundariis, Prop. XV. *enumeratis, urgetur à Vi compoſita ex Vi Centripeta tendente ad centrum Primarii, circa quem revolvitur, & ex Vi omni Acceleratrice, quâ Primarius urgetur. Et igitur Vires, quibus dicti Satellites in Orbitis circum ſuos Primarios retinentur, tendunt verſus ſuorum Primariorum centra reſpective.*

QUoniam enim Jovis & Saturni Satellites æquabiliter revolvuntur in Orbitis circularibus, Jovi & Saturno reſpective concentricis, Areas deſcribunt, circa centra illa reſpectiva, Temporibus (æqualiter auctis) proportionales. Similiter ſi Lunæ Orbita à circulo Terræ concentrico differat; quo Luna minor apparet, (hoc eſt, quo longius à Terra abeſt,) eo tardius circa Terram revolvitur, ita ut æquabiliter augeatur Area, quam deſcribit radius ad Terræ centrum ductus. Adeoque univerſaliter, Satelles quivis è ſupra memoratis, radio ad centrum ſui Primarii Planetæ ducto, Areas deſcribit, circa centrum illud, Temporibus proportionales. Si ergo intelligatur Syſtema cujuſvis Primarii & circumrevolventium Satellitum urgeri, ſecundum lineas parallelas, Vi æquali & contrariâ illi, quâ Primarius, in Orbitæ puncto ubi tunc eſt, verſus Solem urgetur; Primarius hic verſus Solem amplius non deſcendet; Secundarii vero, circa Primarium, pergent eaſdem quas prius Areas deſcribere; id eſt, quiſque Temporibus proportionales: (Nam ſi corpora moveantur quomodocunque inter ſe, & à Viribus Acceleratricibus æqualibus, ſecundum lineas parallelas, urgeantur; vel, quod eodem recidit, ſi Spatium, in quo corpora hæc motus ſuos exercent, moveatur uniformiter in directum; pergent omnia eodem modo moveri, ac ſi dictæ Vires abeſſent, aut Spatium, quo corpora

includuntur, quieſceret.) Adeoque Satelles quivis, urgente iſtâ differentiâ Virium, perget Areas Temporibus proportionales circa ſui Primarii centrum deſcribere. Et igitur, (per Prop. XII.) differentia iſta Virium tendit ad Planetam Primarium ut centrum. Sed, antequam Syſtema totum urgeretur, per lineas parallelas, Vi æquali & contrariâ illi, quâ Primarius verſus Solem urgetur, (hoc eſt, in ſtatu naturali,) Satelles quivis urgetur à Vi compoſita ex Vi Centripeta tendente ad centrum Primarii ſui, & ex Vi omni Acceleratrice, quâ Primarius urgetur. Unde prædicta Virium differentia ea eſt, quâ Satelles in Orbita ſua circa Primarium retinetur, reliquâ Acceleratrice Vi, quâ Primarius in quolibet Orbitæ ſuæ puncto urgetur, ad hoc nihil faciente: Hæc vero Virium differentia hactenus eſt oſtenſa tendere ad centrum. Et igitur Vires, quibus Planetæ Secundarii in Orbitis ſuis circum Primarios retinentur, tendunt verſus dictorum Primariorum centra reſpective. Quod erat demonſtrandum.

SECTIO

SECTIO IV.

De Periodis Planetarum Primariorum circa Solem, ut & Secundariorum circa suum Primarium reſpectivum, inter ſe collatis, & eorundem Diſtantiis etiam inter ſe collatis; harumque mutua habitudine, ejusque ratione & cauſis.

PROPOSITIO XXI.

Planetarum Secundariorum circa Primarium quemvis revolventium ita attemperatur Motus, ut Quadrata Temporum Periodicorum in eadem ſint ratione cum Cubis Diſtantiarum eorundem à centro Primarii.

THeorema hoc ex Aſtronomorum obſervationibus abunde conſtat, per Quadrata Temporum Periodicorum intelligendo Quadrata rectarum, aut Quadratos numerorum, eandem, cum Temporibus Periodicis, rationem habentium; quo ſenſu etiam accipienda ſunt Quadrata Velocitatum, aliorumve ejuſmodi.

Ita in ſatellitibus Jovis, ubi Tempora Periodica intimi, ſecundi, tertii, & extimi ſunt reſpective ut $1\frac{3}{4}$, $3\frac{3}{5}$, $7\frac{1}{6}$, & $16\frac{3}{4}$ fere, eorumque Diſtantiæ ut $5\frac{2}{3}$, 9, $14\frac{1}{3}$, & 25; Quadratum Temporis Periodici intimi, nempe 3 eſt ad 13 Quadratum Temporis Periodici ſatellitis ſecundi ut 170 Cubus Diſtantiæ intimi à centro Jovis ad 736 Cubum Diſtantiæ ſecundi ab eodem. Pariter 3 eſt ad 51 Quadratum Temporis Periodici tertii ſatellitis ut 170 ad 2890 Cubum Diſtantiæ iſtius tertii à centro Jovis. Et 3 eſt ad 280 Quadratum Temporis Periodici extimi ſatellitis ut 170 ad 15800 Cubum Diſtantiæ dicti extimi à Jovis centro. Et igitur ex æquo eadem ratio

 obtinet,

obtinet, ſi quivis alii duo Jovis Comites inter ſe comparantur; ſecundus nempe cum tertio vel extimo, vel tertius cum extimo. Ratio hæc accuratior prodit, ſi Diſtantiæ & Tempora Periodica accuratiora aſſumantur.

Idem in Satellitibus Saturni obtinere deprehendetur, ſi ſumantur numeri Prop. XV. poſiti, quibus eorum Diſtantiæ à Saturno, & Periodi circa eundem æſtimantur. At Lunæ Telluris ſatelliti, cum unicus ſit, Propoſitio hæc applicari nequit.

PROPOSITIO XXII.

Planetarum ſex primariorum Motus circa Solem ita attemperatur, ut Quadrata Temporum Periodicorum in eadem ſint ratione cum Cubis Diſtantiarum eorundem à Sole.

SIc (*ex. gr.*) in numeris rotundis Periodus Saturni eſt 30 annorum; Jovis vero 12; horumque numerorum Quadrati ſunt 900 & 144. Saturni Diſtantia à Sole eſt per obſervationes ad Diſtantiam Jovis ab eodem ut 9 ad 5 fere; horumque Cubi 729 & 125: Liquet vero iſtos Quadratos eſſe quam proxime ut hi Cubi. Eodemque modo Periodus Telluris paulo plus quam quadruplo major eſt Periodo Mercurii; adeoque numerorum illos exponentium Quadrati ſunt fere ut 17 & 1; poſitâ vero Diſtantiâ Telluris à Sole 10 partium, Mercurii Diſtantia ſtabilita ex obſervationibus, modo infra tradendo, eſt paulo minor quam 4 partium, ſive 3, 9, horumque Cubi ut 1000 & 59: Liquet vero eſſe 17 ad 1 fere ſicut 1000 ad 59. Atque ſic de cæteris. Si Diſtantiæ & Periodi correctioribus numeris exprimantur, eo magis præciſa deprehendetur ſupradicta æqualitatis ratio inter Quadratos Periodorum & Cubos Diſtantiarum. Verùm hactenus dicta nunc ſufficiant: Propoſitio enim hæc exacte demonſtrabitur inferius in Libro III.

PRO-

PROPOSITIO XXIII.

Spatia, quæ corpus, urgente quâcunque Vi finitâ, deſcribit, (ſive Vis illa determinata & immutabilis ſit, ſive eadem continuo augeatur, vel continuo diminuatur,) ſunt, ipſo motûs initio, in duplicata ratione Temporum.

EXponantur Tempora per rectas A D, A E; & Velocitates in fine illorum Temporum per ordinatas D B, E C; Et Spatia his Velocitatibus deſcripta erunt ut Areæ A B D, A C E, ex hiſce ordinatis quaſi compoſitæ; Spatium nempe minimâ quâvis Temporis particulâ deſcriptum, ut Velocitas & Tempuſculum conjunctim. Sed, ipſo motûs initio, ordinatæ D B, E C ſunt puncto A proximæ; in quo caſu trilinea A D B, A E C ſunt triangula rectilinea ſimilia, curvæ A B C parte eâ, quæ ad trilinea infinite parva pertinet, ſe non ultra rectam A G, curvam in A tangentem, extendente. Et triangula hæc rectilinea ſimilia ſunt in duplicata ratione laterum homologorum A D, A E. Et igitur Spatia (ut dictum eſt) deſcripta ſunt, ipſo motûs initio, in duplicata ratione Temporum. Quod erat demonſtrandum. *Tab. V. Fig. 7.*

COROLLARIUM.

Hinc facile colligitur, quod corporum ſimiles ſimilium figurarum partes temporibus proportionalibus deſcribentium Errores, qui Viribus quibuſvis perturbantibus æqualibus, ad corpora ſimiliter applicatis, generantur, & menſurantur per diſtantias corporum à figurarum ſimilium locis illis, ad quæ corpora eadem, temporibus iiſdem proportionalibus, abſque viribus iſtis pervenirent, ſunt ut Quadrata temporum, in quibus generantur quam proxime. Sunt enim Errores hi Spatia quæ corpus urgente Vi perturbante deſcribit. Quod ſi Vires perturbantes non ſunt æquales, ſed in data ratione; Errores ſunt ut Vires iſ-

tæ, & Quadrata temporum conjunctim; poſito vires ſimiliter applicari.

PROPOSITIO XXIV.

Subtenſa naſcens vel evaneſcens anguli contactûs, in circulo quovis, eſt in ratione duplicata arcûs contermini.

Tab. VI. Fig. 1. SIt circulus A D C, quem tangat recta A B in A, adeoque angulus contactûs B A D. Dico ejus ſubtenſam quamvis ipſi A proximam, nempe B D, eſſe ut quadratum arcûs A D; hoc eſt, eſſe hanc ſubtenſam B D ad aliam ſubtenſam *b d*, in iiſdem conditionibus, ſicut quadratum arcûs A D ad quadratum arcûs A *d*.

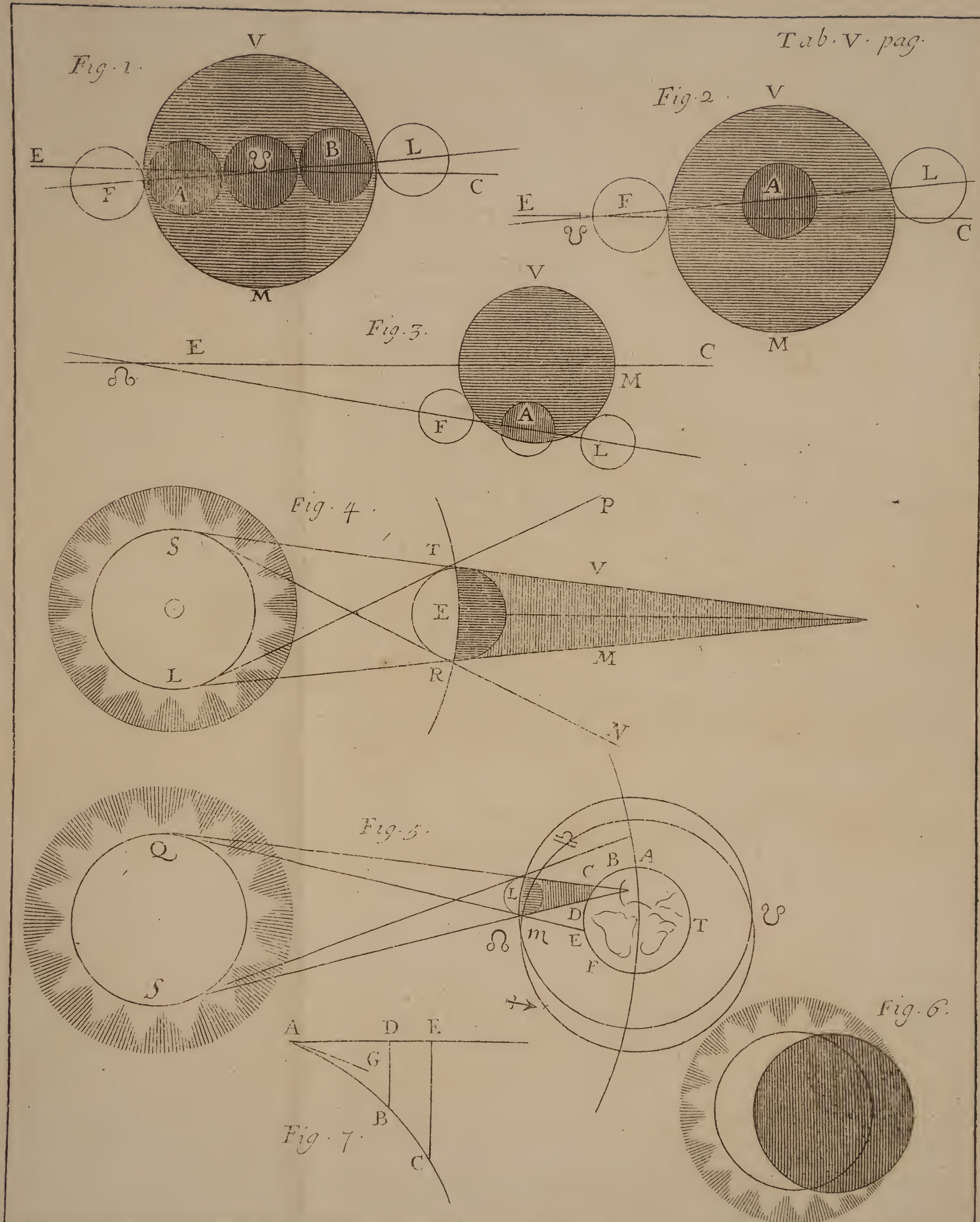
Ducatur diameter A C, quæ erit ad A B normalis. Jungantur rectæ D A, *d* A, D C, *d* C, & ducantur D E, *d e* ad A B parallelæ. Sit primo ſubtenſa B D parallela ad A C. Eſtque (per 8. & 17. Elem. VI.) A D *q* = C A × A E, & A *d q* = C A × A *e*. Quare A D *q*. A *d q* :: (A E. A *e* : :) B D. *b d*. Sed cum B D, *b d* ſunt puncto A proximæ, ſive cum naſcuntur, arcus A D, A *d*, & eorum ſubtenſæ non differunt; hoc eſt, æquales ſunt. Quare, in illo caſu, B D eſt ad *b d* ſicut quadratum arcûs A D ad quadratum arcûs A *d*.

Fig. 2. Quod ſi, ſecundo, anguli contactûs ſubtenſa B D non ſit ad A C, ſed ad A G parallela; idem obtinet: Nam, ductis D F, *d f* ad A C parallelis, erit (ob æquiangula triangula D F B, *d f b*) B D. *b d*:: D F. *d f*; ſed hactenus oſtenſum eſt eſſe D F ad *d f* ſicut A D *q* ad A *d q*. Quare B D eſt ad *b d* ſicut A D *q* ad A *d q*.

Quod ſi, tertio, B D ſecundum aliam quamvis certam legem ducta intelligatur, (*v. g.* verſus centrum convergentes;) cum B D, *b d* ſunt puncto A proximæ, anguli B & *b* æquales fient; ac propterea, in eo caſu, B D. *b d* :: (D F. *d f* ::) A D *q*. A *d q*. Quod erat demonſtrandum.

SCHO-

Tab. V. pag.



SCHOLIUM.

Idem etiam verum eſt in Curva alia qualibet, cui æquicurvus circulus deſcribi poteſt; quales ſunt Sectiones omnes Conicæ. Nam puncta D, *d* (cum ſint ipſi A proxima) ſunt tam in altera iſta Curva, quam in circulo illi (ex hypotheſi) æquicurvo: Adeoque proprietates ipſarum B D, *b d*, quæ competunt circulo, competunt etiam & Curvæ cui circulus eſt æquicurvus. Et quoniam Propoſitio præcedens de omnibus circulis vera eſt; etiam de omnibus Curvis, quibus circuli æquicurvi deſcribi poſſunt, vera erit. *Tab. VI. Fig. 1. & 2.*

PROPOSITIO XXV.

Corpora, quæ diverſos circulos æquabili motu deſcribunt, urgentur à Viribus Centripetis ad centra eorundem circulorum tendentibus. Et Vires hæ ſunt inter ſe ſicut arcuum ſimul deſcriptorum Quadrata applicata ad circulorum radios. Quæ etiam vera erunt de Viribus Centrifugis corporum, ut dictum eſt, motorum.

QUoniam, ſolâ Vi inſitâ, corpora deſcriberent tangentes, manifeſtum eſt quod à motibus rectilineis retrahuntur, & in Orbitis circularibus retinentur à Viribus, ad puncta intra circulos poſita tendentibus. Præterea, quoniam (ex hypotheſi) corpora æquabili motu in circumferentiis feruntur; Areæ à radio ad centra ducto deſcriptæ æqualiter augentur, & proinde Tempori æquabiliter fluenti proportionales ſunt; & igitur Vires (iſtæ per Prop. XII.) ad dicta centra tendunt.

Corpora M & T in circumferentiis circulorum M A, T R gyrantia ſimul deſcribant arcus miminos M F, T D; à quorum extremis F & D ducantur rectulæ F E, D C ad tangentes uſque, vel ad S M, S T parallelæ, vel ab S divergentes: (Eodem enim redit, quia M F, T D ſunt *Tab. VI. Fig. 3.*

tantum

tantum arcus naſcentes.) Atque rectulæ hæ ſunt effectus Virium Centripetarum acceleratricum; adeoque illis, ut cauſis ſuis adæquatis, proportionales ſunt; hoc eſt, Vis Centripeta corporis M eſt ad Vim Centripetam corporis T ſicut E F ad C D. Fiat figura M G H ſimilis figuræ T C D; unde & G H eſt etiam rectula naſcens: Adeoque eſt C D ad G H ſicut arcus T D ad arcum M H. Et (per præced.) G H eſt ad E F ut M H q ad M F q: Et igitur, ex æquo, C D eſt ad E F ſicut (T D × M H q ad M H × M F q; hoc eſt, ſicut T D × M H ad M F q, ſive ſicut) T D × M H × S T ad M F q × S T. Porro, ob ſimilitudinem figurarum T C D, M G H, arcus T D, M H ſunt ſimiles; id eſt, S T . S M :: T D . M H: Unde M H × S T = T D × S M. Poſito ergo hoc illius loco, erit C D . E F :: (T D q × S M . M F q × S T ::) $\frac{TDq}{ST} . \frac{MFq}{SM}$.

Tab. VI. Fig. 3.

Sed ſupra fuit oſtenſum Vires Centripetas corporum T & M eſſe ipſis C D, E F proportionales. Et igitur Vis Centripeta Corporis in T R gyrantis eſt ad Vim Centripetam corporis gyrantis in M A ſicut $\frac{TDq}{ST}$ ad $\frac{MFq}{SM}$. Et (propter motum in utroque circulo æquabilem) T D, M F, cum ſimul deſcribantur, eandem habent rationem cum ſimul deſcriptis quolibet tempore. Quare Vis Centripeta corporis gyrantis in T R eſt ad Vim Centripetam gyrantis in M A ſicut Quadratum arcûs quolibet tempore in T R deſcripti applicatum ad radium S T, ad Quadratum arcûs eodem tempore in M A deſcripti applicatum ad S M radium.

Porro, ſi prædicta corpora ad centrum S alligata concipiantur per fila, quorum interventu in prædictis circulis detinentur; Vis eadem, quâ tenditur filum, quæ, in filo corpus trahente conſiderata, dicta eſt Vis Centripeta, ſi in corpore filum trahente conſideretur, dicetur Vis Centrifuga: Eademque proinde vera ſunt de Vi Centrifuga,

trifuga, quæ de Centripeta ſunt demonſtrata. Quæ erant demonſtranda.

COROLLARIUM I.

Hinc ſequitur, quod ſi corpus agitatum eam per Vim Centripetam, quâ in circulo retinetur, demittatur verſus centrum; ita ut Vis hæc in deſcenſu neque augeatur neque minuatur, ſed eadem maneat, & præter impulſum prius impreſſum, novum & æqualem corpori perpetuo ſuperaddat, (ut fit in *Galilæana* hypotheſi Gravitatis:) Quo tempore dictum corpus in circulo deſcriberet arcum quemlibet, deſcenſu ſuo verſus centrum percurret rectam æqualem ortæ, ſi quadratum dicti arcûs ad circuli diametrum applicetur. Nam ex Prop. hac XXV. patet iſtud ipſo caſûs initio fieri; & in præſenti deſcenſûs hypotheſi Spatia percurſa ſunt in duplicata ratione Temporum; &, cum circulus æquabiliter deſcribatur, arcuum deſcriptorum Quadrata ſunt etiam in duplicata ratione Temporum, quibus deſcribuntur: Atque Quadratorum horum applicatio ad circuli diametrum (quippe conſtantem) rationem hanc non mutat. Patet igitur iſtud perpetuo obtinere. Adeoque, in hac hypotheſi uniformis Vis Centripetæ, corpus ſemiſſe Temporis, quo arcum circuli quemlibet deſcriberet, deſcenſu ſuo rectam percurret æqualem ortæ, ſi Quadratum ſemiſſis dicti arcûs applicetur ad circuli diametrum; ſubquadruplam nempe rectæ, per quam deſcenderet duplo tempore, quo ſcil. dictum integrum arcum circularem deſcriberet.

COROLLARIUM 2.

Hinc etiam corporum, quæ diverſos circulos æquabili motu deſcribunt, Vires Centripetæ ſunt in ratione compoſita ex duplicata ratione Velocitatum directe, & ratione ſimplici Radiorum inverſe. Cum enim motus ſit in quovis circulorum æquabilis, eadem erit ratio Velocita-

tum quæ arcuum ſimul deſcriptorum; quippe viarum ſimul emenſarum: Sed (ex Prop. hac XXV.) Vires Centripetæ ſunt in ratione compoſita ex duplicata ratione arcuum ſimul deſcriptorum directe, & ſimplici ratione Radiorum inverſe: Quare etiam Virium iſtarum ratio componitur ex ratione duplicata Velocitatum directe, & ratione ſimplici Radiorum inverſe.

PROPOSITIO XXVI.

Iiſdem poſitis, dico Vires Centripetas eſſe reciproce ut Quadrata Temporum periodicorum applicata ad radios circulorum; ſive Vires illas eſſe in ratione compoſita ex ratione ſimplici Radiorum directe, & ratione duplicata Temporum periodicorum inverſe. Idemque verum erit de Viribus Centrifugis prædictorum corporum.

Tab VI. Fig. 3. VOcetur Vis Centripeta, quâ corpus in circulorum altero ſive primo gyrans urgetur V, in ſecundo v; Celeritas in primo circulo C, in ſecundo c; Arcuum ſimul deſcriptorum qui in primo deſcribitur A, qui in ſecundo a; Radius, ſive corporis Diſtantia à centro, in primo circulo D, in ſecundo d; Tempus periodicum in primo circulo T, in ſecundo t. Vulgo notum eſt quod, in comparatis motibus, Spatia percurſa ſunt in ratione compoſita ex ratione Temporum, & ratione Celeritatum. Sed ipſi circulorum radii ſunt proportionales circumferentiis integris, quæ ſunt Spatia Temporibus periodicis percurſa. Et igitur $D . d :: C \times T . c \times t$, adeoque $C \times T \times d = c \times t \times D$: igitur $C^2 \times T^2 \times d^2 = c^2 \times t^2 \times D^2$. Unde, dividendo per $D^2 \times d^2$, erit $\frac{C^2 \times T^2}{D^2} = \frac{c^2 \times t^2}{d^2}$. Unde ſequitur eſſe $\frac{t^2}{d} . \frac{T^2}{D} :: \frac{C^2}{D} . \frac{c^2}{d}$: Sed, ex Cor. 2. præcedentis, $V . v :: \frac{C^2}{D} . \frac{c^2}{d}$. Et igitur $V . v ::$

t^2.

$\frac{t^2}{d} \cdot \frac{T^2}{D}$. At ratio $\frac{t^2}{d}$ ad $\frac{T^2}{D}$ eadem eſt cum ratione $t^2 \times D$ ad $T^2 \times d$; ſive cum t^2 ad T^2, & D ad d. Ergo ratio V ad v æquatur rationi t^2 ad T^2, & rationi D ad d.

Quodque de Viribus Centripetis binorum corporum circa centrum revolventium dictum eſt, de eorundem Viribus Centrifugis verum erit, cum hæ ab illis ſolo concipiendi modo differant; ut in præcedente oſtenſum eſt. Quæ erant demonſtranda.

Corollarium I.

Hinc (& ex Corol. 2. Prop. præc.) ſi Tempora periodica æquantur, cum Vires Centripetæ, tum Velocitates erunt ut radii; & vice verſa. Nam, ex Prop. hac XXVI. eſt $\frac{V}{v} = \frac{D \times t^2}{d \times T^2}$. Unde ſi $T = t$, ſive $T^2 = t^2$; erit $V . v :: D . d$. Et vice verſa, ſi $V . v :: D . d$, cum ſit quoque $V . v :: D t^2 . d T^2$, erit $D . d :: D t^2 . d T^2$; adeoque $T^2 = t^2$, ſive $T = t$. Tab. VI. Fig. 3.

Secunda pars Corollarii hinc conſtat. In comparatis motibus, Velocitates ſunt ut ſpatia ſimul percurſa: Sed, quoniam Tempora periodica æquantur, ſpatia ſimul percurſa ſunt circulorum circumferentiæ; atque hæ ſunt ut radii. Et igitur Velocitates ſunt ut radii. Converſa hujus pari modo elicitur.

Corollarium 2.

Hinc etiam, ſi Quadrata Temporum periodicorum ſunt ut radii, Vires Centripetæ ſunt æquales, & Velocitates in ſubduplicata ratione radiorum; & vice verſa. Ex Prop. enim hac eſt $\frac{V}{v} = \frac{D \times t^2}{d \times T^2}$: Sed, ex hypotheſi, eſt $T^2 . t^2 :: D . d$, ſive $D \times t^2 = d \times T^2$. Igitur & hiſce proportionales V & v, ſive Vires Centripetæ æquantur. Et vice verſa, ſi $V = v$, & hiſce proportionales æquantur; nem- Fig. 3.

pe $D \times t^2 = d \times T^2$: Et ideo erit $D . d :: T^2 . t^2$.

Tab. VI. Fig. 3. Similiter, quoniam ex Corol. 2. Prop. præc. $\frac{V}{v} = \frac{C^2 \times}{c^2 \times D}$ & hactenus eſt oſtenſum, in caſu præſenti, $V = v$, erit etiam $C \times d = c^2 \times D$, ſive $C^2 . c^2 :: D . d$; hoc eſt, $C . c :: \sqrt{D} . \sqrt{d}$. Converſa hujus pari modo elicitur quo præcedentis.

COROLLARIUM 3.

Si circuli, quos corpora deſcribunt, fuerint æquales; Vires Centripetæ ſunt reciproce ut Quadrata Temporum periodicorum: Nam ratio radiorum, in hoc caſu, nullius eſt in compoſitione effectûs, cum ſit ratio æqualitatis.

PROPOSITIO XXVII.

Iiſdem poſitis, ſi ita gyrentur corpora, ut Quadrata Temporum periodicorum eandem habeant rationem cum Cubis radiorum, Vires Centripetæ ſunt reciproce ut Quadrata radiorum: Corporum autem Celeritates reciproce in ſubduplicata ratione radiorum; & vice verſa.

Fig. 3. Retentis ſymbolis Prop. præced. ex illa eſt $V . v :: \frac{t^2}{d} . \frac{T^2}{D}$. Unde $\frac{V T^2}{D} = \frac{v t^2}{d}$, ſive $V T^2 d = v t^2 D$. Adeoque $D v . d V :: T^2 . t^2$. Et, ex hypotheſi, eſt $D^3 . d^3 :: T^2 . t^2$: & igitur $D v . d V :: D^3 . d^3$. Unde ſequitur $D v d^3 = d V D^3$, ſive $v d^2 = V D^2$. Adeoque $V . v :: d^2 . D^2$.

Fig. 3. Rurſus, in demonſtratione Propoſitionis præcedentis oſtenſum eſt $C^2 \times T^2 \times d^2 = c^2 \times t^2 \times D^2$. Unde eſt $c^2 \times D^2 . C^2 \times d^2 :: T^2 . t^2$: Sed ex hypotheſi eſt $D^3 . d^3 :: T^2 . t^2$. Ergo $c^2 \times D^2 . C^2 \times d^2 :: D^3 . d^3$. Adeoque $c^2 . C^2 :: D . d$, ſive (extrahendo radicem quadratam, & invertendo,) $C . c :: d^{\frac{1}{2}} . D^{\frac{1}{2}}$; hoc eſt, $C . c :: \sqrt{d} . \sqrt{D}$. Quæ erant demonſtranda.

Con-

Converſæ harum liquent. Sicut enim ex poſito $T^2 . t^2 :: D^3 . d^3$, ſequitur eſſe $V . v :: d^2 . D^2$, item eſſe $C . c :: d^{\frac{1}{2}} . D^{\frac{1}{2}}$; ita, è converſo, ex horum quolibet poſito devenitur ad analogiam primo poſitam, nempe $T^2 . t^2 :: D^3 . d^3$; & hinc rurſus ad alteram concluſionem: Adeoque ex tribus hiſce uno poſito, ſequuntur reliqua duo. Tab. VI. Fig. 3.

Scholium.

Propoſitiones tres præcedentes (earumque Corollaria) non ſolum ſunt veræ de corporibus diverſos concentricos circulos deſcribentibus, ſed etiam de deſcribentibus circulos quorum diverſa prorſus ſunt centra, (centrorum etenim identitas in demonſtratione non ſupponitur;) & de iis quæ ſimiles figurarum quarumcunque, centraque ſimiliter poſita habentium partes deſcribunt. Nam quæ in demonſtratione illorum Theorematum de circulis aſſumpta fuerunt, æque vera ſunt de figuris quibuſlibet aliis, quales nunc deſcripſimus; nempe quod naſcens G H (in fig. Prop. XXV.) ſit ad naſcentem E F ſicut M H *q* ad M F *q*, (hoc enim de qualibet figura, cui circulus eſt æquicurvus, demonſtratur Prop. XXIV,) & quod M H ſit ad T D ſicut S M ad S T, verum eſt de quibuſlibet figuris ſimilibus; modo centrum S ſimiliter poſitum ſit in utraque figura, & M H, T D ſint ſimiles, & centri reſpectu ſimiliter poſitæ, illarum curvarum partes. Sed & præterea, loco æquabilis motûs in circulis, ſi figura ſit alia quævis à circulo diverſa, oportet talem eſſe corporis in ejus perimetro motum, ut Areæ à radiis ad centra ſimiliter poſita ductis deſcriptæ ſint Temporibus proportionales; aliàs (per Prop. XII.) Vires, quibus corpora à motibus rectilineis retrahuntur, & in Orbitis curvilineis retinentur, ne quidem ad centra iſta tendunt. Fig. 3.

PROPOSITIO XXVIII.

Vires, quibus Planetæ Primarii perpetuo retrahuntur à motibus rectilineis, & in Orbitis ſuis retinentur, ſunt reciproce ut Quadrata Diſtantiarum à Solis centro, quod reſpiciunt.

QUod Vires iſtæ reſpiciant Solis centrum hactenus oſtenſum eſt Prop. XIII. Quod vero ea ſit Virium harum Lex, ut reciprocam habeant rationem Quadratorum Diſtantiarum à centro, ſive quod augeantur Vires in eadem ratione quâ Quadratum Diſtantiæ minuitur, & minuantur in eadem ratione quâ Quadratum iſtud augetur: *Exempli gratiâ* quod Vis quâ Terra Solem petit, & quâ in Orbita ſua perpetuo retinetur, ne in rectam, Orbitam tangentem, excurrat, ſit dupla ſeſquiquarta ſimilis Vis in Marte, & vigecupla ſeptupla ſimilis Vis in Jove, quia Diſtantia Terræ à Sole ſubſeſquialtera eſt Diſtantiæ Martis, & ſubquintupla ſeſquiquinta Diſtantiæ Jovis ab eodem; quodque Vis Centripeta in Terra ſit ſubdupla ſimilis Vis in Venere, quia iſtius Diſtantia à Sole eſt ſupertripartiens ſeptimas hujus; atque ita in cæteris, ſic oſtenditur. Quoniam enim (per Prop. XXII.) Planetarum, circa Solem gyrantium & ad illius centrum tendentium, ita attemperatur Motus, ut Quadrata Temporum Periodicorum in eadem ſint ratione cum Cubis Diſtantiarum à Sole; cumque (per præc.) corporum hâc lege gyrantium Vires Centripetæ ſint reciproce ut Quadrata Diſtantiarum à centro: patet Vires Solem reſpicientes, quibus Planetæ urgentur, quibuſque in Orbitis ſuis retinentur, eſſe reciproce ut Quadrata Diſtantiarum à centro Solis.

PRO-

PROPOSITIO XXIX.

Vires, quibus Planetæ Secundarii in Orbitis ſuis retinentur, ſunt reciproce ut Quadrata Diſtantiarum à centro ſui reſpectivi Primarii, quod hæ Vires reſpiciunt.

NAm quoniam (per Prop. XXI.) Planetarum circum-jovialium circa Jovem, & circum-ſaturniorum circa Saturnum revolventium, ita attemperatur Motus, ut Quadrata Temporum Periodicorum in eadem ſint ratione cum Cubis Diſtantiarum eorundem à centro Jovis & Saturni reſpective; cumque (per Prop. XXVII.) corporum hâc lege gyrantium Vires Centripetæ ſint reciproce ut Quadrata Diſtantiarum à centro: patet Vires illas Centripetas, quibus Planetæ iſti ſecundarii verſus Jovem & Saturnum reſpective urgentur, eſſe reciproce ut Quadrata Diſtantiarum à centro dicti Primarii reſpectivi. Hæc vero Vis in quovis Secundario eſt tantum altera pars Vis totius, quâ urgetur ſatelles; altera vero eſt Vis omnis Acceleratrix, quâ Primarius urgetur; ut Prop. XX. oſtenſum eſt.

Quantum ad Lunam Telluris comitem, quia ſola circa Terram revolvitur, nequit hæc, quoad Diſtantiam & Tempus Periodicum comparari cum alia; neque proinde Lex Vis Centripetæ, quâ verſus Tellurem urgetur, modo prædicto deduci. In ſequentibus quidem deducitur hæc ex figura Orbitæ quam Luna circa Terram deſcribit: Verum hucuſque ejus Orbitam tanquam à circulari non abludentem conſideravimus. Quod ſi revera eſſet circulus Telluri concentricus, Lex Virium quibus in Orbe retineretur, non poſſet inde detegi: Palam enim eſt hujuſmodi Orbitam deſcribi poſſe, quæcunque tandem ſit Lex Vis Centripetæ.

Corol-

COROLLARIUM.

Ex duabus hiſce Propoſitionibus ſequitur, inter Planetas Primarios, Soli propiorem; inter ejuſdem Primarii ſatellites, ipſi Primario propiorem velocius moveri. Nam oſtenſum eſt tam in his quam illis Vires Centripetas eſſe reciproce ut Quadrata Diſtantiarum à centro: & (Prop. XXVII.) oſtenſum eſt Celeritates, in iſto caſu, eſſe inverſe in ſubduplicata ratione Diſtantiarum à centro motûs; ſive mediam proportionalem inter Diſtantias remotioris & propioris eſſe ad Diſtantiam propioris ut Velocitas propioris ad remotioris Velocitatem. Cumque harum magnitudinum prima major ſit quam ſecunda, erit tertia major quam quarta; hoc eſt, propioris Velocitas major Velocitate remotioris.

SECTIO V.

DE PLANETARUM PRIMARIORUM MOTU CIRCA PROPRIOS AXES, & PHÆNOMENIS HINC ORTIS.

PROPOSITIO XXX.

Corporum Mundanorum Motus circa proprios Axes poſitione datos, horumque Periodos, exponere.

QUando Corpus immotum eſſe dicimus, intelligimus quamlibet in illo lineam, & quodlibet punctum immotum eſſe. Si vero Corpus in Linea aliqua motum dicamus, atque omni alio privatum ſolo hoc motu cieri, tum intelligimus iſtius Corporis centrum Gravitatis Lineam dictam percurrere, dum Corpus quantum fieri poteſt (quod ad cætera attinet) immotum manet; hoc eſt, quamlibet in iſto Corpore lineam ſitum retinere parallelum illi, quem ante motum hunc habuerat; ac propterea lineam quamvis Corporis ſic moti ſibi ſemper parallelam manere.

Quippe

Quippe hoc modo (& quidem ſolo) fiet ut omnium motuum ſumma ſit minima, (hoc eſt, motus totius minimus, quod ſupponitur;) & ut quodlibet moti Corporis punctum tantundem moveatur atque aliud quodvis, ſimilemque & æqualem, ſoloque ſitu diverſam Lineam deſcribat: Nam quæ à centro Gravitatis percurritur Linea, ab ipſo Corpore percurſa intelligitur, propter Centri iſtius naturam Geometris ſatis notam. Præterea, ſi Corpus, cætera immotum, circa datum Axem rotari dicitur; Axis iſte immotus intelligitur, dum quodvis Corporis punctum, extra Axem, circulum deſcribit, cujus plano perpendicularis eſt Axis. Et ideo, ſi Corpus per Lineam aliquam feratur, & ſimul circa Axem rotetur; Axis, toto lationis tempore, ſibi parallelus manebit. Neque ad hunc Axis parallelíſmum conſervandum aliud requiritur, quam ut prædicti duo motus ſoli imprimantur Corpori: Nam ſi tertius nullus eidem inſit, Axis erit perpetuo parallelus rectæ, cui ſemel parallelus erat.

Hiſce præmiſſis, ex obſervatis conſtat Corpora Mundana majora, (ſi non omnia, ſaltem omnis generis,) præter motus de quibus ſuperius generatim eſt dictum, circa Axes revolvi. Et primo ex obſervatione Macularum Solarium, patet Solem, Corpus in Syſtemate noſtro ſui generis unicum, ab occidente in orientem revolvi circa Axem, ad planum Eclipticæ inclinatum angulo quaſi $83\frac{1}{2}$ graduum, ſpatio circiter 25 dierum. Cumque Sol non moveatur de loco in locum, Axis iſte immotus manet.

Inter Planetas primarios Tellus æquabili motu revolvitur, ab occidente in orientem, circa Axem, angulo $66\frac{1}{2}$ graduum ad planum Eclipticæ inclinatum, ſpatio Diei naturalis. Cumque Tellus etiam circa Solem feratur ſpatio annuo, ejus Axis ſaltem ſibi parallelus manet, cum immotus conſtare nequeat. Atque iſtud fiet (ut ſupra eſt oſtenſum) ex ſolis dictis duobus motibus, abſque alio

 quovis,

quovis, quem proinde fruſtra comminiſcuntur quidam; & *Paralleliſmi* nomine indigitant. Telluris autem Axis, licet in una revolutione annua ſibi parallelus ad ſenſum maneat, in multis ſitum hunc mutat: de cujus cauſis & Phænomenis ſuo loco dicetur.

Pari modo Jupiter revolvitur, ab occidente in orientem, circa Axem, ſpatio 10 horarum fere; Mars horis $24\frac{2}{3}$, & Venus quaſi 23 horis, circa Axes ſuos; quorum proinde quiſque ſibi perpetuo parallelus manet, ſi corpora iſta alio nullo motu agitantur, præter circumlationis iſtum circa Solem & circumrotationis hunc circa Axem.

Inter Planetas ſecundarios Luna, Telluris comes, præter motum menſtruum circa Terram, rurſus ſpatio annuo circa Solem delatam, (quo ſolo ſi agitaretur, quælibet in ea linea ſibi parallela ſemper maneret,) etiam circa ſeipſam ſpatio itidem menſtruo ita revolvitur, ut eadem ejus facies Telluri ſemper obvertatur.

De reliquis Planetis tam Primariis quam Secundariis ex obſervationibus tam certo adhuc non conſtat. Credibile interim eſt illos, prædictorum inſtar, circa Axem quendam revolvi; nempe ut, ſæpius quam ſemel in una revolutione circa Solem, cujuſque pars quælibet, radiis Solaribus expoſita, & iis rurſus ſubducta, viciſſitudines patiatur naturæ ſuæ congruas.

PROPOSITIO XXXI.

Solis & Planetarum, circa proprios Axes rotatorum, figuram deſcribere.

SI Sol & Planetæ motu omni circa proprios Axes eſſent privati, figuram ſphæricam induerent; ſi quidem eorum partes, partium Terræ inſtar, verſus centrum graves ſint, (quales revera ſunt, ut inferius oſtendetur,) & nunc aut olim fluidæ. Hoc in Hydroſtaticis demonſtravit *Archimedes.*

chimedes. Ex motu autem circa Axem fit, ut partes ab Axe quantum poſſunt recedentes juxta medium inter Polos circulum aſcendere conentur, per Vim Centrifugam à motu circulari oriundam. Et ideo, ſi Solis vel Planetæ materia fluida ſit, circuli iſtius inter Polos medii diametros aſcenſu ſuo augebit; Axem vero deſcenſu ad Polos diminuet; & figuram conſtituet Sphæroidem Latam, ex rotatione Ellipſis circa minorem Axem genitam; ad Polos nempe depreſſam, verſus medium inter Polos circulum elevatam, magis aut minus pro quantitate Vis Centrifugæ.

Sphæroides hæc figura in Jove Teleſcopio obſervatur: in Terra (*) (cum hanc eminus conſpicere non detur) experimentis evincitur.

SCHOLIUM.

Sicut figura Sphæroides ex rotatione corporis circa proprium Axem, & partium fluiditate conſequitur; ita viciſſim, ex figura iſta obſervata motus circa Axem, & partium fluiditas (ſaltem olim) legitime concluduntur.

PROPOSITIO XXXII.

Phænomena orta ex Motu Telluris Diurno circa Axem, è Tellure viſa, exponere.

IN præcedentibus oſtenſum eſt, qualia forent Phænomena Motûs Solis & Planetarum è Tellure viſorum, ſi Tellus eſſet punctum: Sol nempe ab occidente in orien-

(*) Conſtat ex celeberrimorum Geometrarum obſervationibus, experimentis & argumentis, Terram quidem Sphæroidem eſſe, ſed oblongam non verò depreſſam verſus Polos, contra quod affirmat Autor noſter. Verùm circa hanc quæſtionem conſulantur Hiſtoria & Commentarii Regiæ Scientiarum Academiæ anni præſertim 1720.

tem progredi inter Fixas videretur; Planetæ vero nunc progredi, nunc regredi, pro Telluris & Planetæ cujuſque ſitu. Verum cum Tellus corpus ſit opacum, Obſervatoris reſpectu, ſatis amplum; ejus ſuperficiei (licet ſphæricæ) pars exigua, quæ ſub viſum prope hanc hærentem ſimul venit, in planitiem extendi videbitur. Cumque oculus undiquaque Cœlum libere circumſpectans viſu definiat ſuperficiem ſphæricam cavam, Telluri, aut potius oculo, concentricam; hæc in partes duas æquales dividetur à dicto ſuperficiei Telluris Plano, (quippe per centrum ducto;) quarum altera viſui patet, altera propter Telluris opacitatem latet.

Quoniam vero Tellus circa Axem rotatur, huic inſiſtens Spectator, dictumque Planum ſuum, hemiſphærium Cœlorum ſibi viſum ab inviſo diſterminans; (quod *Horizon* illi dicitur,) ſimul in eandem plagam (nempe orientem) rotatur. Unde verſus ortum poſita, prius inconſpicua, reteguntur, propter Horizontem infra illa quaſi ſubſidentem; & alia verſus occaſum teguntur, Horizonte ſupra illa elevato. Et ideo Spectatori, cui ſolenne eſt Locum ſuum pro immoto habere, illa ſupra Horizontem aſcendere videbuntur ſive oriri, hæc infra eundem deſcendere ſive occidere: unde & Plagis iſtis nomina ſunt impoſita.

Cumque motus Telluris, ſimul & huic affixi Spectatoris cujuſque Horizontis, æquabiliter perpetuo circa eundem Axem & verſus eandem plagam fiat; omnia omnino corpora & Phænomena, quæ eundem motum non participant, (hoc eſt, quæ à Terra penitus ſeparata ſunt,) pari tempore, at verſus partes oppoſitas (ab ortu ſc. in occaſum) uniformiter moveri videbuntur; iis exceptis quæ Telluris Axis productus offendit, quæ immota apparebunt. Horumque unumquodque, ſenſûs judicio, deſcribet circumferentiam circuli, cujus plano Telluris Axis, ad centrum, normalis inſiſtit. Et quoniam circuli hi

omnes,

omnes, cum viſibilibus illos deſcribentibus, in cava ſuperficie ſphærica cœleſti, Terræ concentrica, apparent; viſibile quodvis circulum deſcribere videbitur majorem aut minorem, pro majore aut minore diſtantia à punctis ſupra deſcriptis, quæ immota videntur. Breviter, Sphæra Cœleſtis, ab ortu in occaſum, ſpatio unius Diei revolvi videbitur circa eundem poſitione Axem, circa quem Terra revera, ab occaſu in ortum, eodem tempore revolvitur: ejuſque motûs illi erunt Poli, ubi Terræ Axis productus ejus ſuperficiei occurrit; & ille medius inter Polos circulus, & proinde maximus, (qui etiam *Æquinoctialis* & *Æquator* appellatur, propter rationes Propoſitione ſequenti explicandas,) ubi medii inter Polos Telluris circuli planum productum cavæ Sphæræ occurrit: & univerſaliter, quivis in Telluris ſuperficie Circulus, ab ejus puncto quovis per motum diurnum ſignatus, correſpondentem habet in Sphæra Cœleſti Circulum, factum per interſectionem ſuperficiei Sphæræ Cœleſtis cum ſuperficie Coni, cujus baſis eſt ſignatus in Terra Circulus, & vertex Telluris centrum. Axis mundi, Circulique prædicti Cœleſtes eundem ſemper inter Fixas ſitum habent; quoniam primitivi illi Terreſtres, unde ortum ducunt, eouſque (ut ſupra dictum eſt) producti, in eaſdem (ad ſenſum) Fixas incidunt, in quocunque demum Orbitæ ſuæ puncto collocata ſit Tellus.

PROPOSITIO XXXIII.

Phænomena Solis è Tellure viſa, orta ex Telluris Motu Diurno circa ſuum Axem, ſimul & Annuo circa Solem; ſive Diei & Noctis viciſſitudinem, harumque in diverſis Terræ locis Annique Tempeſtatibus diverſitatem, exponere.

Licet Terræ locus quilibet illuminetur à Stella quavis ſupra ejus Horizontem verſante, tamen illuminatio à Sole facta tam magna præ cæteris eſt, ut *Diem* eſſe

 dica-

dicamus ubi Sol eſt ſupra Horizontem ; *Noctem* vero ubi infra. Et quoniam Sol, à Tellure penitus remotus, motum ejus diurnum non participat ; dati loci reſpectu orietur ille, Diemque efficiet, & per medium Cælum delatus, circulumque, cujus plano Mundi axis eſt normalis, ad apparentiam deſcribens, rurſus occidet ; faciens Noctem duraturam, donec per apparentem univerſalem iſtam omnium Cœleſtium revolutionem, ſupra dicti loci Horizontem denuo oriatur.

Tab. VI. Fig. 4. Ad exponendam Dierum & Noctium varietatem, & hinc ortas Anni Tempeſtates, repræſentare intelligatur circulus ♈ ♋ ♎ ♑ Orbitam, quam Tellus tempore annuo deſcribit circa Solem in centro S poſitum. In ſchemate circulus hic conſulto reclinatur, & Ellipticam figuram induit, ut variæ Telluris poſitiones commodius delineentur. In Orbita hac intelligatur Terra A Q B E, modo Prop. XXX. deſcripto, ab ♈, ♉, ad ♊ &c. delata, ſuper Axem B A in eandem plagam, ſive à Q ſurſum verſus per E rotata. Erunt Axis extrema Telluris Poli, A Auſtralis, B Borealis : E Q Æquator, cujus proinde planum inclinatur ad planum Eclipticæ angulo 23 $\frac{1}{2}$ graduum ; nempe complemento ad rectum anguli 66 $\frac{1}{2}$ graduum, quo Axis Terræ (ad Æquatoris planum normalis) ad illud inclinatur. Quemadmodum A Q B E ipſam Tellurem refert, concipi poteſt referre etiam Sphæram Cœleſtem (qualem Prop. præc. deſcripſimus) Telluri concentricam, illique quaſi circumfuſam, unaque cum illa tranſlatam : licet enim Sphæram hanc ad quamvis diſtantiam deſcribere. Atque is erit Solis, aut cujuſvis ſyderis punctive, in Sphæra hac locus, in quo recta Terræ centrum dictumque punctum conjungens ejus ſuperficiei occurrit ; quippe ad quem, ab Oculo in centro Terræ poſito, refertur.

Intelligatur Tellus ad ♎, ubi recta S ♎, Solis & Telluris centra conjungens, perpendicularis eſt ad Telluris

luris Axem A B; hoc eſt, ubi Sol in Æquatoris Terreſtris plano producto, ſive ubi è Terra viſus apparet in Æquinoctiali circulo in Sphæra Cœleſti ſignato: adeoque nec declinare ad Polum Boreum nec Auſtrinum, ſed inter utrumque medius ipſum Æquinoctialem motu diurno deſcribere videtur. Cumque Sol in Eclipticæ plano perpetuo verſari videatur, (ut Prop. II. oſtenſum eſt;) patet illum in communi interſectione circulorum Eclipticæ & Æquatoris in Sphæra Cœleſti deſcriptorum apparere; nempe in ♈. Porro, in hoc ſitu, illuſtratio Terræ à Sole facta ad utrumque Polum A & B pertingit, (quia illuſtrationis terminus eſt maximus in Terra circulus, cujus plano normalis eſt recta conjungens centra Solis & Terræ;) unde dimidium cum Æquatoris Terreſtris E Q, tum alterius cujuſvis circuli huic paralleli, à Sole illuminatur; alterum vero dimidium in tenebris verſatur. Et ideo quilibet Terræ Locus, (quippe qui vel Æquatorem, vel illi parallelum aliquem deſcribit,) motu Diurno æquabili circumvectus, tam diu in tenebris manet quam in luce; hoc eſt, per totam Terram Dies Noctibus æquantur. Unde & Circulus, in Sphæra Cœleſti, inter Polos medius, quem Sol motu Diurno nunc deſcribere videtur, nomen eſt adeptus. *Tab. VI. Fig. 4.*

Terrâ motu annuo paulatim verſus ♏ & ♐ motâ, planum Æquatoris Terreſtris E Q non amplius verſus Solem dirigitur; ſed infra verſus Auſtrum ſubſidit: Unde Sol paulatim verſus Polum Boreum, ab Æquatore Cœleſti, declinare videbitur. Nam Terrâ ad apparentiam quieſcente, & ejus Æquator apparenter quieſcit. Unde Æquator Cœleſtis huic correſpondens, ſolo motu apparente diurno cietur: Et ideo Sol, qui ad hunc ſitum mutat, moveri videbitur. Et lumen Solis, quod prius ad utrumque Polum A & B pertingebat, paulatim ultra B protendetur, citraque A deſinet. At cum Tellus ad ♑ pervenit, Sol exinde viſus in ♋ apparet;

paret ; ubi omnium maxime ad Boream declinare videbitur, (quanto nimirum Ecliptica ad Æquatorem inclinatur,) mox verſus Æquatorem reverſurus. Atque circulus in Sphæra Cœleſti Æquatori parallelus per T C deſignatus, ad quem Sol declinando ad Boream perveniſſe, quemque nunc motu diurno percurrere videtur, dicitur *Tropicus Cancri*, nomen mutuatus ab Eclipticæ Signo quod Sol tunc occupat ; eodemque nomine gaudet correſpondens in Tellure Circulus. Tellure in hoc ſitu poſitâ, manifeſtum eſt Solis radios ejus medietatem illuſtrantes ultra Polum Boreum B pertingere in L, & citra Auſtrinum A deſinere ad F, ita ut arcus B L vel A F æqualis ſit arcui E T ; menſuræ nimirum maximæ declinationis Solis, ſive inclinationis Eclipticæ ad Æquatorem. Si per L & F deſcripti concipiantur circuli, Æquatori E Q parelleli, (nempe K L, F G,) erunt hi *Polares* ; ille *Arcticus*, hic *Antarcticus*. Hiſce poſitis, clarum eſt Telluris tractum Polari Arctico K L incluſum, non obſtante revolutione diurna, continuo in luce verſari, perpetuoque proinde Diè frui ; &, ex adverſo, tractui intra Polarem Antarcticum F G perpetuam eſſe Noctem. Patet porro, (ex *Prop.* XIX. *Lib.* II. *Sphæric. Theodoſii*,) cujuſlibet circuli Æquatori E Q paralleli, inter hunc & Polarem Arcticum K L interjecti, partem majorem in luce verſari ; cujuſvis autem, qui Æquatorem & Antarcticum F G interjacet, partem majorem eſſe in tenebris ; & quidem (per *Prop.* XX. *dicti Libri*) tanto majorem, quanto circulus iſte ab Æquatore magis diſtat ; & (per *Prop.* XI. *Lib.* I.) ipſius Æquatoris ſemiſſem alteram eſſe in luce, alteram in tenebris. Et igitur, in iſto Telluris ſitu cum Sol in ♋ apparet, Borealis Terræ partis incolis longiſſimi ſunt Dies, Noctes breviſſimæ, adeoque Æſtas : Auſtralis vero partis incolis Dies breviſſimi, Nocteſque longiſſimæ, unde Hyems. Et quidem tanto longiores erunt Dies longiſſimi, Nocteſque breviſſimæ breviores, quanto locus

ab

ab Æquatore eſt remotior. At in ipſo Æquatore degentibus, Dies Noctibus etiamnum, & ideo per totum annum, erunt æquales.

Procedente Terrâ per ♒, ♓ ad ♈, quo tempore Sol Signa ♋, ♌, & ♍ peragrare videtur, Sol paulatim verſus Æquatorem revertitur; donec tandem ad ♎ in Æquatore Cœleſti conſpiciatur, (propterea quod tunc Æquatoris Terreſtris planum productum per Solem denuo tranſit,) Dies Noctibus æquales per totam Terram efficiens; pari modo quo factum eſt dum Terra in ♎ eſſet. Et nunc denuo illuminationis extrema ad utrumque Terræ Polum pertingunt; adeo ut Polo B, (quippe qui in luce verſabatur,) hucuſque perpetua fuerit Dies ſemeſtri ſpatio æqualis (ex quo nimirum Tellus ♎ reliquit;) ſicut ipſi A ſemeſtris Nox.

Terrâ porro per Signa ♈, ♉, ♊ motâ, Sol interim per ♎, ♏, & ♐ apparenter incedens paulatim ab Æquatore verſus Auſtrum declinare videbitur; donec tandem, Terrâ revera in ♋ exiſtente, Sole autem inter Fixas in ♑ viſo, eadem omnia Auſtralis Telluris hemiſphærii incolis contingant, quæ, Tellure in ♑ exiſtente, Borealis hemiſphærii incolis contigerunt; & eadem ad Boream eveniant, quæ prius ad Auſtrum. Et cum Tellus per ♋, ♌ & ♍ fertur, Sol per ♑, ♒ & ♓ motus ad Æquatorem & ♈, completo Anno, redire videbitur; eadem Auſtralis Terræ incolis decreſcentis Diei & creſcentis Noctis edens Phænomena, atque Borealis partis incolis dum per tria oppoſita Signa incederet.

SECTIO VI.

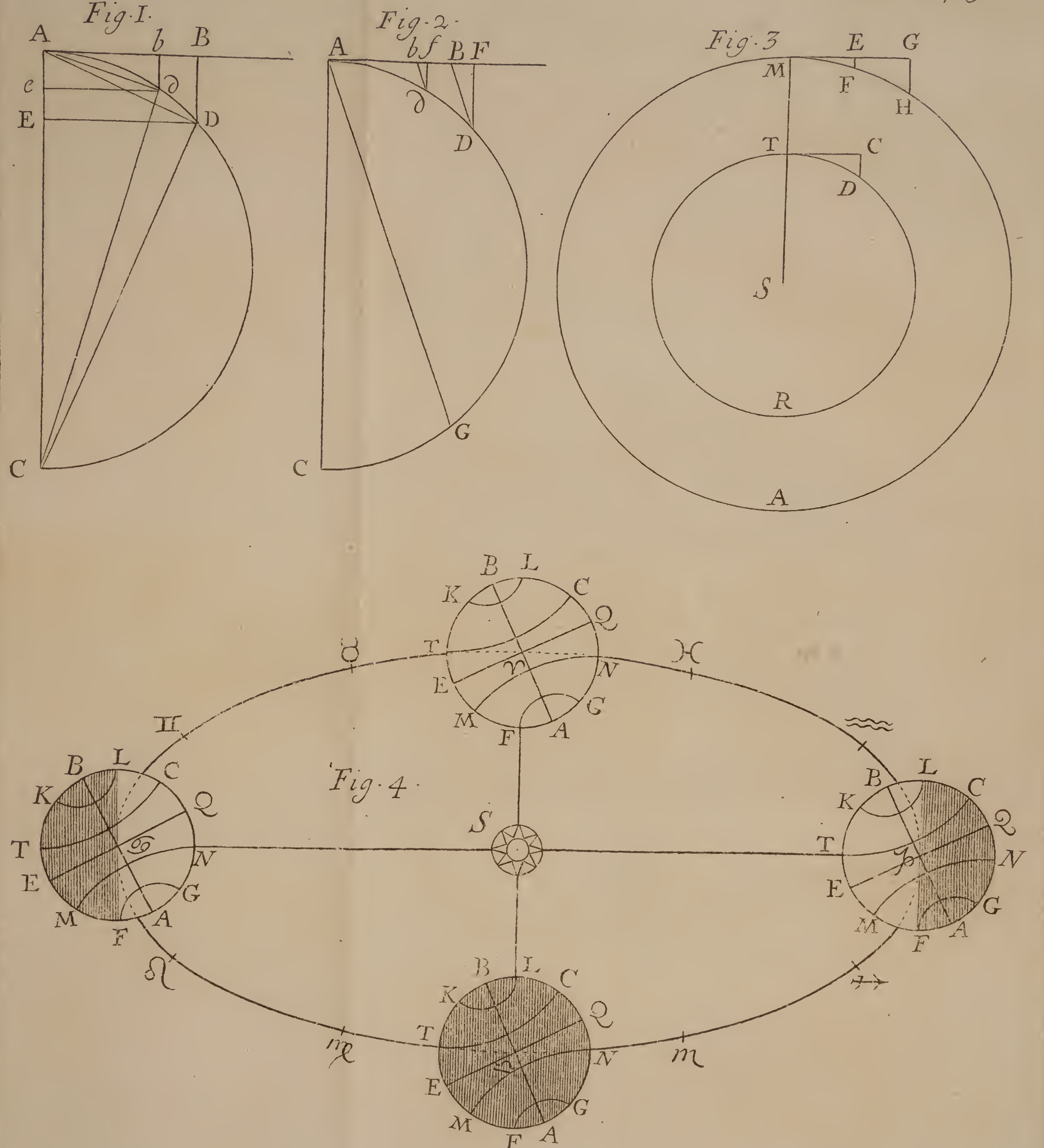
De Planetarum & Cometarum Orbitis, harumqum figura; deque Virium Lege requiſita, ut illi in ejuſmodi Orbitis moveantur.

PROPOSITIO XXXIV.

Quilibet Planeta Primarius deſcribit perimetrum Ellipſis, in cujus Umbilicorum altero eſt Sol.

HUcuſque, dum generalia tractaremus, ſatis erat Planetæ cujuſque ſemitam conſiderare tanquam circumferentiam circuli, cujus centrum eſt Sol, cum ab hac notabiliter non differat. Verum Planetarum circa Solem motorum Phænomena attentius conſideranti conſtabit, eos non æqualiter ubique à Sole diſtare: *Ex. gr.* Tellus, æſtate noſtrâ, magis à Sole diſtat; hyeme minus: quod ex Solis Diametro apparente circa medium Junium minore, circa medium Decembrem majore, plane liquet. Hoc ulterius apparet ex velociore motu Telluris circa Solem mediâ hyeme, quam mediâ æſtate, parte circiter decimaquintâ. Atque hinc fit quod ab Æquinoctio Verno ad Autumnale, tempore æſtatis, circiter octo amplius Dies inſumantur, quam ab Æquinoctio Autumnali ad Vernum, tempore hyemis; quamvis utrobique Tellus è Sole, vel Sol è Terra inter Fixas ſpectatus, ſemicirculum peragrâſſe videatur. Cum igitur Terra velocius progrediatur circa Solem hyeme noſtrâ quam æſtate, & illi propiorem eſſe neceſſe eſt, per Propoſitionem XII; ut nempe Area per rectam è Sole ductam deſcripta, Temporis inſtar, æquabiliter augeatur, minore trilinei altitudine majorem ejus baſem compenſante. Idemque ſimiliter in reliquis Primariis circa Solem motis obtinet: Immo cujuſvis ex illis (ſi Venerem excipias) Semita magis differt à circulo, cujus centrum

Tab. VI. pag


Fig. 1.
A b B
e E D C
Fig. 2.
A b f B F
D G C
Fig. 3
E G M F H
T C D
S R A
Fig. 4.
S
B L K C Q T N E M F A G

trum eſt Sol, quam ipſius Telluris Semita; ut inferius oſtendetur.

Atque deviatio hæc Planetarum circa Solem revolventium à circumferentia circuli Soli concentrici tanta eſt, tamque ſenſibilis, ut Aſtronomos omnes adegerit ad comminiſcendum *Orbes Excentricos*: Cumque alium nullum præter perfecte circularem in Cœlis motum eſſe admittendum pro indubitato haberent, Planetam quemque moveri volebant in Circulo A I P R, cujus centrum C in ea ponebant à Sole in S diſtantia, quæ ejus motibus congruat. Orbis hujus Excentrici punctum A, à Sole remotiſſimum, *Aphelium*; P vero *Perihelium*; ambo *Apſides* vocabant; Rectamque A P Apſides conjungentem (in qua etiam Sol locatur) *Lineam Apſidum*; hujuſque partem C S *Excentricitatem*. Atque ex hac ſuppoſita *Theoria* Planetarum loca ſatis exacte, calculo ſubducto, inventa fuere; eorum præſertim, quorum Orbitæ à Circulis non multum abludunt: *ex. gr.* Telluris. Tab. VII. Fig. 1.

Verum cum de Marte ageretur, ex numeris iſtius Theoriæ prodit ejus locus ab obſervato diverſus ſatis, ut inde colligatur Orbitam Martis non eſſe Circularem, ſed in locis ab Apſidibus remotiſſimis I & R aliquantulum depreſſam, & quaſi Ovalem. Ovalis hæc ſagaciſſimo *Keplero*, numeros indefeſſo labore (in *Commentariis de Stella Martis*) verſanti, evaſit tandem Ellipſis perfecta, cui iidem ſunt Vertices A & P qui prius in Orbita circulari Apſides, iiſdemque hic nominibus gaudentes, & Umbilicorum alter ipſum Solis centrum. Quippe ſola Ellipſis hæc exhibet Diſtantias à Sole (ſive rectas S E) obſervatis conſentaneas, & Æquationes probas, quibus angulus A S E determinatur ex dato Planetæ motu medio: Hoc eſt, ſola Ellipſis præfinita ejuſmodi eſt, ut Tempus periodicum, ſive revolutionis integræ, eandem habeat rationem ad Tempus à diſceſſu ab Aphelio in A, quam Area integra A E P L A ad Aream A S E Q A interceptam inter

H 2 lineam

lineam Apſidum S A, & lineam S E (obſervatione cognitam) à Sole ad Planetam protenſam: Hanc autem eſſe conditionem motûs Planetæ cujuſvis circa Solem, patet ex Propoſitione XIII. Præterea locus Telluris in Orbita Elliptica ejuſmodi eſt, ut aliorum circumcirca Planetarum loca in ſuis Orbitis Ellipticis reſpectivis inventa, è Tellure viſa, obſervatis in Cœlo locis exacte congruant; quod in alia quavis Orbita non æque feliciter contingit. Cum igitur Planetarum loca, per calculum ad Orbes Ellipticos accommodatum inventa, locis obſervatis optime conſentiant; ad alterius vero figuræ Orbes neutiquam, niſi quatenus aliæ illæ ad Ellipticas prædictas accedunt; conſtat Orbitas Ellipticas à Planetis revera deſcribi. Planetarum primariorum Orbitæ Ellipticæ, circa Solem in communi Umbilico deſcriptæ, immotæ fere ſunt; hoc eſt, cum Planetæ ad Orbitarum ſuarum Apſides, aliave quævis data puncta, pervenerint, ad eadem proxime Spatii Mundani puncta redeunt: Namque hæ ſolæ obſervatis è Tellure Planetarum locis inter Fixas ſatisfaciunt.

Tab. VII. Fig. 1.

PROPOSITIO XXXV.

Quilibet Cometa movetur in Sectione Conica, cujus Umbilicorum alter eſt Sol.

TAles namque Orbitæ eæque ſolæ obſervatis Cometarum locis omnibus conveniunt. Verum quidem eſt *Keplerum*, & hunc ſequutos Philoſophos non paucos, Cometarum Trajectorias poſuiſſe Rectas lineas; & inde Cometarum quorundam loca obſervatis ſatis congrua calculo ſubduxiſſe. Atque hoc fieri poterit, licet Cometa in Sectione Conica feratur, ſi obſervetur tantum in Orbitæ ſuæ parte quæ à Recta non multum abludit. Sit
Fig. 2. A P V B C Coni Sectio valde excentrica; hoc eſt, in qua Diſtantia Focorum ejus Axi tranſverſo eſt fere æqualis: hujus Focus alter ſit S Solis centrum. Fieri poteſt ut

ut Cometa obſervetur, dum Orbitæ ſuæ partem A P percurrit; & tempore reliquo, dum à P per V, B ad C tranſit, (ubi in regiones longinquas abiens viſui ſe ſubducit,) ſub radiis Solaribus deliteſcat, reſpectu obſervatoris in Tellure circa Solem S mota: Vel fieri poteſt ut Cometa percurrens A P V B ſub Solis radiis abſcondatur, (ſitu & motu Telluris ita ferentibus,) & tunc demum obſervetur, cum ad B pervenerit Lineam B C deſcripturus; & in utroque caſu Semita Cometæ à recta non differet ſenſibiliter. In priore caſu Cometæ à Sole abſorberi videbuntur; quippe tunc viſi dum ad Solem appropinquarent; poſtea vero conſpectum fugientes, ac proinde pro deſtructis habiti: in poſteriore è Sole oriri; nempe primum viſi cum ab illo in regiones longinquas aſcenderent. Porro, cum Cometa in ſuo verſus Solem deſcenſu (ut in A P) obſervatur, ad Solem poſtea appropinquans, & ſub ejus radiis ad aliquod tempus deliteſcens, (nempe dum P V B deſcribit,) & ad alteras Solis partes inſperato emergens, & Caudâ (propter rationes ſuo loco tradendas) inſigniter productâ; pro novo & à priore diverſo plerumque habetur; & illius Trajectoria A P Recta, hujus vero B C. Harum etiam Trajectoriarum (dum ſingulares habentur) diverſitas, & quaſi contrarietas, etiam Aſtronomos quoſdam ita fefellit, ut aſſeruerint non eſſe eundem Cometam qui utramque deſcripſit. Neque Error hic facile corrigitur in Cometa ad eundem locum, quantum per obſervationes adhuc vulgo conſtat, nunquam revertente. Ex quibus omnibus conſtat, cur Trajectoriæ Rectilineæ Cometarum motibus plerumque reſpondeant; quod nempe una tantum ejus portio pro integra Trajectoria habeatur: At ſi tota ſimul conſideretur, tam in deſcenſu verſus Solem quam in aſcenſu ab illo, alia nulla præter Coni Sectionem congruere deprehendetur.

Tab. VII. Fig. 2.

Fig. 3.

Ex tribus vero Sectionibus Coni, Ellipſis, in cujus

Focorum altero eſt Solis centrum, Cometæ motibus eſt maxime accommoda; ut ſuo loco oſtendetur: Et ſi Cometæ corpora ſunt perennia in Orbem redeuntia, aliæ nullæ ſunt præter Ellipſes, quæ illis congruant. Verum loco portionis prope verticem Ellipſis admodum excentricæ, qualem Cometæ motus exigit, tuto ſubſtitui poterit portio Parabolæ eodem vertice & Umbilico deſcriptæ, quæ ab illa non differt ſenſibiliter. Atque ipſa hæc Parabolica curva eſt vera ejus Trajectoria, ſi in Orbem non redit: vel forſitam Hyperbolica, modo tales exſtiterint Cometæ, quorum motibus Hyperbolicæ Trajectoriæ melius congruunt quam Parabolicæ.

PROPOSITIO XXXVI.

Planeta quivis ſecundarius circa ſuum Primarium revolvitur in perimetro Ellipſis, in cujus Umbilicorum altero eſt centrum Primarii.

QUod attinet ad Lunam Telluris comitem, hæc ſemel in ſua circa Tellurem revolutione minor apparet, ſimul & cæteris paribus tardior; & in parte Orbis oppoſita, major & velocior: unde patet ejus Orbitam eſſe Telluri excentricam. Quod vero Ellipſis ſit focum in Telluris centro habens, ſimilibus rationibus conſtat, quibus (Prop. XXXIV.) conſtitit Planetarum primariorum ſemitas circa Solem eſſe Ellipticas: Ex aſſumpta ſcilicet Lunæ via Elliptica prodeunt Lunæ diſtantiæ à Terra obſervatis conſentaneæ, & æquationes probæ, quales ex alia quavis non inveniuntur. Atque hæc omnia ſatellitum Jovis & Saturni Orbitis etiam conveniunt: hæ tamen proxime accedunt ad Circulos Jovi & Saturno concentricos.

Quamvis Orbitæ Ellipticæ, in quibus Planetæ primarii circa Solem revolvuntur, immotæ fere ſunt, (ut in præcedente dictum;) in Planetis ſecundariis res aliter ſe habet:

bet: Horum enim motus, ex cauſis inferius explicandis, ita perturbantur, ut non eædem perpetuo Ellipſes (etiam abſtrahendo à motu Primarii) de novo deſcribantur. Sed ut illorum Orbitæ ad Ellipſes reducantur, oportet concipere Ellipſin quamque à Planeta ſecundario deſcriptam etiam motam, ſic ut manentibus Ellipſis plano, & foco in centro Primarii fixo, Axis Ellipſis circa focum immotum feratur motu angulari, in conſequentia. Verum motus hic tam tardus eſt & inſenſibilis, (quippe qui etiam in Luna pluſquam centies tardior eſt quam ipſa Luna,) ut hoc loco merito ſit negligendus; & Ellipſes, quas ſecundarii deſcribunt circa ſuos primarios, pro immotis habendæ, niſi quatenus una cum primariis circa Solem deferuntur.

PROPOSITIO XXXVII.

Si corpus ſecundum directionem rectæ cujuſvis projiciatur, & ſimul urgeatur à Vi Centripeta tendente ad centrum S, *ita ut motu ex hiſce duobus compoſito, deſcribat curvam* A P p; *hanc vero tangat in puncto quovis* P *recta* P R, *& à puncto* B, *ipſi* P *proximo, ducatur* B D *rectæ* S P *normalis, &* B R *eidem* S P *parallela; ſimiliſque fiat conſtructio ad aliud quodvis curvæ punctum* p. *Dico Vim centripetam in* P *eſſe ad Vim centripetam in* p, *ſicut* $\frac{Spq \times bdq}{br}$ *ad* $\frac{SPq \times BDq}{BR}$: *ſive Vim centripetam in* P *eſſe reciproce ut Solidum* $\frac{SPq \times BDq}{BR}$, *ubi figura* P R B D *eſt indefinite parva.* Tab. VII. Fig. 3.

VIs in P ad centrum S tendens, vocetur V. Tempus quo percurritur arcus minimus P B, vel quo corpus, ſolâ Vi inſitâ, percurreret tangentem minimam P R, vocetur T. Vis centripeta in p agens, vocetur v: & tempus quo $p\ b$ percurritur, vel quo tangens $p\ r$ percurreretur, vocetur t. Sumatur arcus P β, quem corpus percurrit æquali

Tab. VII. Fig. 3. quali tempore quo *p b* arcum; & ducatur $\beta\rho$ parallela ad P S. Hiſce poſitis, ratio lineolæ B R ad lineolam *b r* componitur ex ratione B R ad $\beta\rho$, & ratione $\beta\rho$ ad *b r*: Sed (per Propoſit. XXIV.) B R eſt ad $\beta\rho$ in duplicata ratione arcûs P B ad arcum P β; & hi arcus, cum ſint minimi, ſunt ut triangula æquialta B S P, β S P; hoc eſt, (per Prop. XII,) ut tempora quibus, radio ad S ducto, deſcribuntur; ſive, per conſtructionem, ut tempora quibus deſcribuntur arcus P B, *p b*. Rurſus, lineola $\beta\rho$ eſt ad lineolam *b r* ut cauſæ ipſarum productrices; hoc eſt, ut Vis centripeta in P ad Vim centripetam in *p*. Et igitur ratio lineolæ B R ad lineolam *b r* componitur ex ratione duplicata temporum quibus percurruntur P B, *p b*, & ratione Vis centripetæ in P ad Vim centripetam in *p*: hoc eſt, in ſymbolis, $\frac{BR}{br} = \frac{T^2}{t^2} \times \frac{V}{v}$; ſive $\frac{BR}{br} = \frac{T^2 \times V}{t^2 \times v}$. Adeoque $\frac{V}{v} = \frac{BR \times t^2}{br \times T^2}$. Sed (per Prop. XI.) T eſt ad *t* ſicut area S B P ad aream S *b p*; ſive ut illius duplum S P × B D ad hujus duplum S *p* × *b d*. Poſitâ ergo, loco rationis $\frac{t^2}{T^2}$, ejus æquali $\frac{Spq \times bdq}{SPq \times BDq}$, fiet $\frac{V}{v} = \frac{BR \times Spq \times bdq}{br \times SPq \times BDq}$, ſive V ad *v* ſicut B R × S *p q* × *b d q* ad *b r* × S P *q* × B D *q*; id eſt, (applicando ad B R × *b r*,) ſicut $\frac{Spq \times bdq}{br}$ ad $\frac{SPq \times BDq}{BR}$. Vis igitur in P ad S tendens eſt reciproce ut $\frac{SPq \times BDq}{BR}$, Solidum ſc. naſcens vel evaneſcens. Quod erat demonſtrandum.

COROLLARIUM.

Unde, ſi detur figura quævis, (ut A P *p*,) & in ea punctum S, ad quod Vis centripeta dirigitur; inveniri poteſt

poteſt Lex Vis centripetæ, quâ corpus à curſu rectilineo perpetuo retractum in figuræ illius perimetro detinebitur, eamque revolvendo deſcribet; modo Vis hæc componatur cum idonea Vi ſecundum figuræ tangentem impreſſa. Quippe Lex quæſita eſt (per Prop. hanc XXXVII.) ut Vis ſit reciproce ut naſcens Solidum $\frac{SPq \times BDq}{BR}$, ex data figuræ natura computandum. Hujus rei dabimus exemplum illuſtrius ab ipſa rerum natura petitum. *Tab. VII. Fig. 3.*

PROPOSITIO XXXVIII. LEMMA.

Si Ellipſin A P I, *cujus foci* S *&* F, *tangat recta* Z P R *in puncto quovis* P, *& huic per centrum* C *ducatur parallela diameter* I K; *rectæ* S P, *focorum alterutrum* (*ut* S) *& contactûs punctum jungentis, portio* E P *inter dictas parallelas interjecta, æqualis eſt Ellipſis ſemiaxi majori* C A. *Fig. 4.*

PEr focum alterum F ducatur F H ad P R parallela, ipſi S P occurrens in H. Quoniam (per *Prop.* XLVIII. *Lib.* 3. *El. Conic. Apollonii*) anguli F P Z, H P R ſunt æquales, & hiſce alterni P F H, P H F æquantur; unde P H æqualis P F. Rurſus (per II. El. 6.) erit S E æqualis E H, quia S C æqualis C F; cumque S H ſit differentia rectarum P S, P H, erit eadem & differentia ipſarum P S, P F; & E H ſemi-differentia earundem. Et igitur P E (conflata nempe ex minore & ſemi-differentia) æqualis eſt ſemi-ſummæ ipſarum P S, P F. Sed (per *Prop.* LII. *Lib.* 3. *El. Conic.*) rectæ S P, P F ſimul ſumptæ æquantur axi majori: Quare & ſemiſumma ipſarum (hoc eſt, ipſa E P) ſemiaxi majori C A æqualis eſt. Quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO XXXIX.

Revolvatur corpus in Ellipſi; quæritur Lex Vis centripetæ tendentis ad Focum Ellipſis.

Tab. VII. Fig. 5. SIt Ellipſis A P M, cujus perimeter à corpore revolvente deſcribitur; hujus focus ſive umbilicus alter S, ad quem dirigitur Vis quâ corpus à motu rectilineo retractum in Orbita Elliptica retinetur: Quæritur hujus Lex.

Ducantur Ellipſis axes conjugati T A, G Y, in centro C ſe invicem decuſſantes. Et per quodlibet in ejus perimetro punctum P ducantur recta P Z Ellipſin contingens, & diameter P M, & huic conjugata I C K ad P Z parallela; ad quam ex P demittatur normalis P N. Compleatur parallelogrammum P C I H; rectaque I H Ellipſin continget per XVII. *Lib.* I. *Conic.* Jungatur S P ſecans I K in E. Per B ipſi P proximum ducantur B R ad P S, & B X ad P Z parallela, rectæ S P in X, & M P in O occurrens. Vis centripeta ad S tendens eſt (per Prop. XXXVII.) recipoce ut Solidum $\frac{SPq \times BDq}{BR}$. Hoc proinde ex Ellipſis natura eſt computandum. In quem finem Ellipſis *Latus Rectum Principale*, ſive ad axem mâjorem T A pertinens, vocetur L. Ratio ipſius L × B R ad B D q componitur ex rationibus L × B R ad L × P O, L × P O ad M O × P O, M O × P O ad B O q, B O q ad B X q, & B X q ad B D q: Sed ratio ipſius L × B R ad L × P O, ſive (per Prop. I. El. 6) ipſius B R aut P X ad P O, æqualis eſt rationi P E ad P C, (per Prop. II. El. 6,) quia X O eſt parallela E C; & (per præced.) P E æqualis A C: Ergo ratio ipſius L × B R ad L × P O æqualis eſt rationi A C ad P C. Porro, ratio L × P O ad M O × P O eſt eadem cum ratione L ad M O. Et ratio ipſius M O × P O, ſive M O P rectanguli, ad B O q eadem eſt (per XXI. *Lib.* I. *Conic.*) cum

ratione

ratione rectanguli M C P (hoc eſt C P *q*) ad I C *q*. Et, in caſu præſenti, ratio B O *q* ad B X *q* eſt ratio æqualitatis; nam, coeunte puncto B cum P, B O fit ipſi B X æqualis. Denique, ratio B X *q* ad B D *q* æqualis eſt rationi P E *q* ad P N *q*: (Triangula enim B D X, P N E ſunt æquiangula, ob angulos ad D & N rectos; & B X D, P E N alternos in duabus parallelis B X, E N itidem æquales.) Et P E *q* eſt æquale C A *q*, quia ipſæ rectæ (per præced.) æquantur: Ergo ratio B X *q* ad B D *q* eadem eſt cum ratione C A *q* ad P N *q*. Porro, (per *Prop.* LXXII. *Lib.* 4. *Gregorii à S*[to]. *Vincentio*,) rectangulum ſub G C & C A æquale eſt parallelogrammo P C I H; hoc eſt, rectangulo ſub I C & P N: Quare (per XVI. El. 6.) C A eſt ad P N ut I C ad G C; ergo & C A *q* ad P N *q* ut I C *q* ad G C *q*: Et igitur ratio B X *q* ad B D *q* eadem eſt cum ratione I C *q* ad G C *q*. Quoniam igitur ratio ipſius L × B R ad B D *q* componitur ex rationibus L × B R ad L × P O, L × P O ad M O × P O, M O × P O ad B O *q*, B O *q* ad B X *q*, & B X *q* ad B D *q*; componitur etiam ex rationibus hiſce reſpective æqualibus; nimirum ex rationibus A C ad P C, L ad M O, C P *q* ad I C *q*, & I C *q* ad G C *q*; adeoque æqualis erit rationi A C × L × P C *q* ad P C × M O × G C *q*: Sed (per *Prop.* XIII. *Lib.* I. *Conic.*) A C × L = 2 G C *q*. Poſito ergo hoc illius loco, erit ratio L × B R ad B D *q* æqualis rationi 2 G C *q* × P C *q* ad P C × M O × G C *q*; hoc eſt, rationi 2 P C ad M O: Atqui (in caſu præſenti, cum punctum B eſt ipſi P proximum) punctum O minime diſtat à P puncto; hoc eſt, M O æquatur 2 P C; & igitur, in hoc caſu, L × B R æquatur B D *q*. Quoniam ergo, in Ellipſi, B D *q* = L × B R, erit $\frac{SPq \times BDq}{BR} = \left(\frac{SPq \times L \times BR}{BR} =\right)$ S P *q* × L: Huic ergo Solido Vis centripeta eſt reciproce proportionalis; & L eſt recta conſtans & invariata. Ergo Vis centripetæ ad Ellipſis umbilicum tendentis, (quâ corpus à curſu

Tab. VII. Fig. 5.

 recti-

rectilineo perpetuo retractum in figuræ iſtius perimetro detinetur, eumque revolvendo deſcribit,) ea eſt Lex, ut ſit Quadrato diſtantiæ loci P à centro S reciproce proportionalis. Quod erat inveniendum.

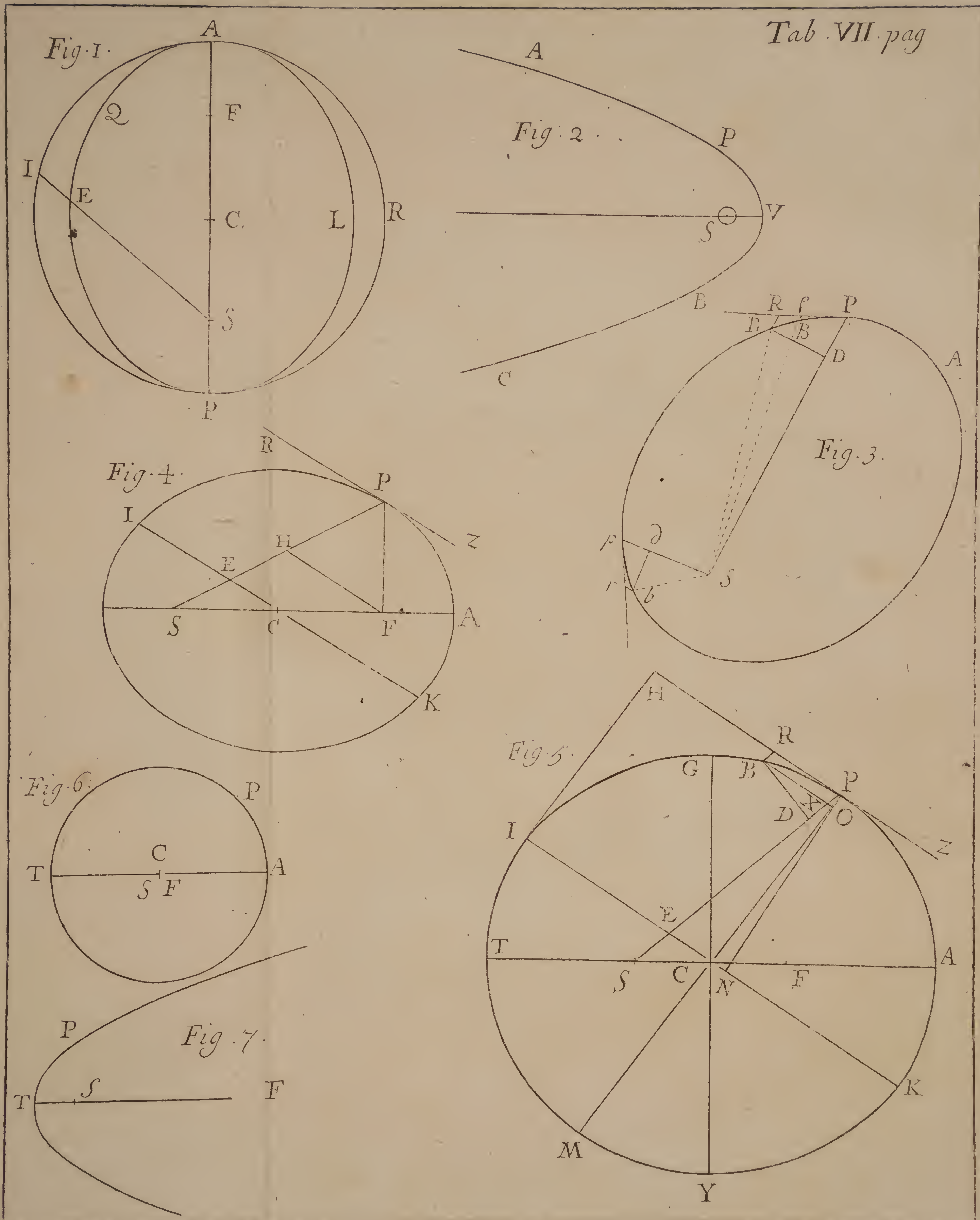
COROLLARIUM I.

Tab. VII. Fig. 6. Si Ellipſis focus S, ad quem Vis tendit, una cum vertice proximo T maneat; alter vero F, ad hunc appropinquando, tandem cum illo coincidat: Corpus P, eodem modo quo prius in perimetro Ellipſis, nunc in Circuli perimetro detinebitur à Vi centripeta ad S tendente, & eâdem quâ prius lege urgente. Et ſicut Circulus poteſt à corpore deſcribi, urgente Vi quâlibet centripetâ tendente ad punctum ſitum extra rectam, ſecundum quam ſolâ Vi inſitâ moveretur, (ut Prop. XXIX. dictum;) ita Recta deſcribetur à corpore quod urgetur à Vi nulla tendente ad punctum extra dictam Rectam ſitum: Nam, ſi manente utroque Ellipſis vertice foci ad illos accedant, Ellipſis in Rectam mutabitur. Ad reliquas omnes Lineas, præter Rectam & Circularem, deſcribendas, particulari opus eſt Lege Vis centripetæ.

COROLLARIUM 2.

Fig 7. Si Ellipſis focus S, ad quem ceu centrum Vis dirigitur, una cum vertice proximo T maneat, alter vero focus F magis magiſque elongetur, & tandem in infinitum abeat; corpus P eodem modo quo prius in perimetro figuræ T P detinebitur à Vi centripeta ad S tendente, cujus eadem eſt quæ prius Lex. Atqui in hoc caſu Ellipſis mutatur in Parabolam: Et igitur Lex Vis centripetæ tendentis ad umbilicum Parabolæ, quâ corpus in hujus figuræ perimetro detinetur, ea eſt, ut ſit Quadrato diſtantiæ ab umbilico reciproce proportionalis.

COROL-


Tab . VII . pag
Fig . 1 .
A
F
Q
I
E
C.
L
R
S
P
Fig : 2 .
A
P
S
V
B
C
Fig . 3 .
R
ρ
P
E
B
D
A
p
∂
r
b
S
Fig . 4 .
R
P
Z
I
H
E
S
C
F
A
K
Fig . 5 .
H
R
G
B
P
X
D
O
Z
I
E
T
S
C
N
F
A
K
M
Y
Fig . 6 .
P
C
T
A
S
F
Fig . 7 .
P
T
S
F

Corollarium 3.

Si, reliquis uti prius manentibus, Ellipſis umbilicus alter F ad diſtantiam pluſquam infinitam abeat; (hoc eſt, ſi à tergo redeat verſus T, faciatque nunc vertices A & T inter focos S & F; cum prius fuerint foci S & F inter vertices A & T,) in quo caſu Ellipſis mutatur in Hyperbolam; corpus eâdem Lege Vis centripetæ agitatum quâ prius, (nempe ut Vis illa augeatur in ratione quâ Quadratum diſtantiæ à centro diminuitur,) in perimetro hujus Hyperbolæ moveri perget. *Tab. VIII Fig. 1.*

Corollarium 4.

Quod ſi Ellipſis ſuperioris maneant focus F, eique proximus vertex A, dum interim focus alter S, ad quem Vis dirigitur, magis magiſque elongatus, tandem in infinitum abeat, (hoc eſt, ſi Ellipſis vertatur in Parabolam;) Vis centripeta, quæ dirigitur ad punctum S infinite diſtans, ſive ſecundum rectas Parabolæ axi A F parallelas, quâque urgetur corpus in perimetro motum, evádet æquabilis: Nam diſtantiæ à centro infinite diſſito, quarum intervalla ſunt finita, æquales ſunt. Adeoque Vis, quæ eſt reciproce ut Quadratum illius diſtantiæ, æquabilis eſt. Et è converſo, corpus quod urgetur à Vi æquabili tendente ad centrum infinite diſſitum, quæque proinde dirigitur ſecundum rectas datæ cuidam parallelas, motu ſuo deſcribet Parabolam, cujus axis prædictæ rectæ parallelus eſt. Atque hoc eſt celebre *Galilæi* Theorema de Projecti ſemita. *Fig. 2.*

Corollarium 5.

Reliquis ut in Corollario præcedente manentibus, ſi focus S (ſcil. centrum ad quod Vis dirigitur) ad diſtantiam abeat pluſquam infinitam, ut in Corol. 3. foco F contigit; tum Ellipſis vertetur in Hyperbolam, & corpus detinebitur in perimetro figuræ ſic mutatæ, per Vim quæ *Fig. 3.*

ſecundum rectas S P quidem dirigitur, & quæ Quadrato diſtantiæ loci à centro S eſt reciproce proportionalis; ſed quæ reſpectu puncti S eſt centrifuga, quia Curva A P eſt verſus illud convexa.

Sicut Ellipſis deſcribitur à corpore quod urgetur à Vi ad focorum alterutrum (quia internum) tendente, & ſecundum legem Propoſitionis præcedentis agente; & Hyperbola, dum Vis centripeta ejuſdem Legis ad focum internum tendit, vel dum dicta Vis centripeta mutatur in centrifugam tendentem à foco exteriore: Ita Parabola, inter ſectiones dictas quaſi intermedia, naturam utriuſque etiam hic participat; deſcribiturque urgente Vi centripetâ ejuſdem Legis ad focum internum tendente, (ut in utraque præcedentium.) & etiam urgente Vi centripetâ ad focum alterum, vel centrifugâ ab illo altero tendente, (ad morem Ellipſis & hyperbolæ reſpective;) prout nimirum focus iſte alter ad partes Curvæ cavas vel convexas poſitus cenſetur: Poteſt namque utrolibet modo conſiderari, cum ſit infinite diſſitus.

Corollarium 6.

Vide Figuras præcedentes. Ex hac Propoſitione cum ſuis Corollariis ſequitur, quod ſi corpus quodvis ſecundum lineam quamvis rectam P R quacunque cum Velocitate exeat de loco quolibet P, & ſimul urgeatur à Vi centripeta, quæ ſit reciproce proportionalis Quadrato diſtantiæ loci à centro S, extra prædictam rectam ſito; movebitur hoc corpus in aliqua Sectionum conicarum, umbilicum habente in centro ad quod Vis tendit. Nam in nullam Lineam præter Rectam & coni Sectiones poterit (per motum alterutrius foci in axe eove producto) præcedentis Propoſitionis Ellipſis mutari. Et Sectionis hujus latus rectum principale (ad axem majorem pertinens) ſive L, ex ipſius Propoſitionis demonſtratione (in qua oſtenſum eſt $L \times BR = BDq$) eſt tertia proportionalis ipſis B R & B D naſcentibus.

PRO-

PROPOSITIO XL.

Si corpora plura revolvantur circa centrum commune, & Vis centripeta ſit reciproce ut Quadratum diſtantiæ à centro; dico quod Quadrata Temporum periodicorum in Ellipſibus ſunt ut Cubi tranſverſorum axium.

Sint duæ quævis Orbitæ A P T, *a p t* circa communem focum S, in quibus ſuperior conſtructio manere ſupponatur. Harum latera recta, ſive L & *l*, (per Corol. 6. Propoſitionis præcedentis,) æquantur $\frac{BDq}{RB}$, $\frac{bdq}{rb}$ reſpective; coeuntibus nempe B & P, item *b* & *p*. Sed R B eſt ad *r b* (cum ſimul generentur) ut Vis centripeta in P ad Vim centripetam in *p*; hoc eſt, ex hypotheſi, ut S *p q* ad S P *q*: Et igitur L . *l* :: $(\frac{BDq}{Spq}.\frac{bdq}{SPq}::)$ B D *q* × S P *q*. *b d q* × S *p q*. Et B D × S P eſt ad *b d* × S *p* ut ipſorum ſemiſſes; hoc eſt, ut areæ à corporibus P & *p* ſimul deſcriptæ: Et igitur L & *l* ſunt ut Quadrata arearum quas corpora, radiis ad commune centrum S ductis, eodem tempore deſcribunt; hoc eſt, dictæ areæ ſimul deſcriptæ ſunt in ſubduplicata ratione laterum rectorum. Cumque integræ Ellipſium areæ ſint ut harum particulæ ſimul deſcriptæ, ductæ in reſpectiva tempora periodica; erunt areæ illæ integræ inter ſe in ratione compoſita ex ratione ſubduplicata laterum rectorum, & ratione temporum periodicorum. Porro, (per *Prop.* CXCI. *Lib.* 4. *Gregorii à S*[to]. *Vincentio*,) Ellipſis A G T Y eſt ad *a g t y ut* A T × G Y ad *a t* × *g y*: Adeoque etiam rectangula ſub axibus Ellipſium ſunt in ratione compoſita ex ratione ſubduplicata laterum rectorum, & ratione temporum periodicorum; hoc eſt, ut $L^{\frac{1}{2}}$ × tempus periodicum in A P T ad $l^{\frac{1}{2}}$ × tempus periodicum in *a p t*. Porro, ex natura Ellipſis, G Y eſt media geometrica inter L & A T,

Tab. VIII. Fig. 4.

A T, & $g\,y$ inter l & $a\,t$; ſive $GY = L^{\frac{1}{2}} \times AT^{\frac{1}{2}}$, & $g\,y = l^{\frac{1}{2}} \times a\,t^{\frac{1}{2}}$. Unde $L^{\frac{1}{2}} \times AT^{\frac{3}{2}} . l^{\frac{1}{2}} \times a\,t^{\frac{3}{2}}$: : ($GY \times AT . g\,y \times a\,t$: :) $L^{\frac{1}{2}}$ × tempus periodicum in A P T . $l^{\frac{1}{2}}$ × tempus periodicum in *a p t*. Applicando ergo antecedentes ad $L^{\frac{1}{2}}$, & conſequentes ad $l^{\frac{1}{2}}$, & quadrando terminos inde reſultantes, fiet A T Cubus ad *a t* Cubum ut Quadratum Temporis periodici in Ellipſi A P T ad Quadratum Temporis periodici in Ellipſi *a p t*. Quod erat demonſtrandum.

Tab. VIII. Fig. 4.

COROLLARIUM I.

Quoniam Circulus eſt Ellipſis ſpecies; nempe ubi focus uterque cum centro coincidit, & axis major æqualis cuivis diametro; patet Quadrata Temporum periodicorum corporum in Ellipſi & Circulo circa idem centrum revolventium eſſe ut Cubos tranſverſorum axium: Adeoque ſi axes illorumque Cubi fuerint æquales, Temporum periodicorum Quadrata, ipſaque proinde Tempora periodica, æquabuntur: hoc eſt, cum idem eſt centrum Virium, Tempora periodica in Ellipſibus eadem erunt atque in Circulis, quorum diametri æquantur majoribus axibus Ellipſium.

COROLLARIUM 2.

Ex demonſtratione Propoſitionis patet, quod Orbium quorumcunque à corporibus circa commune centrum revolutis, & à Vi centripeta, quæ eſt reciproce in duplicata ratione diſtantiæ à centro, agitatis, deſcriptorum latera recta ſunt in duplicata ratione arearum quas corpora, radiis ad centrum ductis, eodem tempore deſcribunt: Hoc enim oſtenſum eſt univerſaliter de quibuſvis Orbibus, ſive Ellipticis, ſive Parabolicis, ſive Hyperbolicis, antequam ad Ellipſes ratiocinatio eſt reſtricta; in quibus ſolis Tempus periodicum locum habet.

PRO-

PROPOSITIO XLI.

Manente eâdem Lege Vis centripetæ; dico quod corporum, circa commune centrum revolventium, Velocitates in quibuſvis punctis ſunt inter ſe in ratione compoſita ex ratione ſubduplicata laterum rectorum principalium, pertinentium ad Lineas quas deſcribunt, & ratione inverſa perpendiculorum à communi centro demiſſorum in rectas tangentes ad puncta ubi verſantur corpora.

Revolvantur corpora P & *p* circa commune centrum S in Lineis quibuſvis P B, *p b*. Quoniam corpora, ex hypotheſi, urgentur à Vi centripeta, quadrato diſtantiæ loci à centro reciproce proportionali; erunt (per Corol. 6. Prop. XXXIX.) Lineæ hæ Sectiones coni, quarum focus eſt S. Vocentur illarum latera recta principalia L & *l*. Ab S demittantur S N, S *n* normales in rectas P R, *p r* in P & *p* tangentes. Dico velocitatem corporis P eſſe ad velocitatem corporis *p* in ratione compoſita ex ratione $L^{\frac{1}{2}}$ ad $l^{\frac{1}{2}}$, & ratione S *n* ad S N; ſive ut $L^{\frac{1}{2}} \times Sn$ ad $l^{\frac{1}{2}} \times SN$. *Tab. VIII. Fig. 5.*

Sumantur arcus P B, *p b* eodem minimo tempore deſcripti; & per B ducatur B X ad R P parallela, & B D ad S P normalis; ſimileque fiat ad *b*. Velocitates in P & *p* ſunt ut naſcentes arcus P B, *p b*; quippe viæ ſimul percurſæ: hoc eſt, ut hiſce æquales P R, *p r* rectæ. Porro, ob triangula rectangula B D X, S N P habentia angulos B X D, S P N æquales propter parallelas B X, N P; eſt S N. S P :: B D. B X; & ideo B X vel huic æqualis $PR = \frac{SP \times BD}{SN}$. Et, propter ſimiles rationes, $pr = \frac{Sp \times bd}{Sn}$. Sed S P × B D, S *p* × *b d* ſunt inter ſe ut eorum ſemiſſes, nempe trilinea S P B, S *p b*; hoc eſt, ſicut areæ à corporibus P & *p* ſimul deſcriptæ, quæ rurſus (ex Cor. 2. Prop. præc.) ſunt in ſubduplicata ratione laterum recto-

Tab. VIII. Fig. 5. rum L & l; ſive ſicut $L^{\frac{1}{2}}$ ad $l^{\frac{1}{2}}$. Et igitur PR eſt ad pr, ſive Velocitas corporis in P ad Velocitatem corporis in p ſicut $\frac{L^{\frac{1}{2}}}{SN}$ ad $\frac{l^{\frac{1}{2}}}{Sn}$: : $L^{\frac{1}{2}} \times Sn \,.\, l^{\frac{1}{2}} \times SN$: hoc eſt, in ratione compoſita ex ratione ſubduplicata laterum rectorum ad figuras PB, pb pertinentium, & ratione inverſa perpendiculorum à centro virium S in tangentes demiſſorum. Quod erat demonſtrandum.

COROLLARIUM I.

Hinc Velocitates corporum, in maximis & minimis ab umbilico communi, circa quem gyrantur, diſtantiis, ſunt in ratione compoſita ex ſubduplicata ratione laterum rectorum, & ratione inverſa diſtantiarum à dicto communi umbilico. Nam, in maxima vel minima diſtantia ab umbilico, perpendicularis in tangentem eſt ipſa diſtantia. Si diſtantiæ hæ à centro fuerint æquales, Velocitates, in iſto temporis articulo, erunt in ſubduplicata ratione laterum rectorum; alterâ iſtâ diſtantiarum inverſâ in rationem æqualitatis mutatâ. Et ſi figurarum altera ſit Circulus, erit Velocitas in Sectione conica, in maxima vel minima ab umbilico diſtantia, ad velocitatem in Circulo in ſubduplicata ratione lateris recti ſectionis ad diſtantiam duplicatam.

COROLLARIUM 2.

In eadem figura, & etiam diverſis, quarum latera recta ſunt æqualia, Velocitas corporis eſt reciproce ut perpendiculum demiſſum ab umbilico, ſive virium centro, ad tangentem: Nam ſubduplicata ratio laterum rectorum eſt in hoc caſu ratio æqualitatis. Adeoque Velocitates corporis in Ellipſi gyrantis, in maxima & minima ab umbilico diſtantia, ſunt inverſe ut diſtantiæ. Nam, in hoc caſu, diſtantiæ ſunt ipſa perpendicula in tangentes Orbitam.

COROL-

Corollarium 3.

Motus apparentes corporis in Orbitæ verticibus principalibus A & P, è centro virium S ſpectati, ſunt in reciproca duplicata ratione diſtantiarum S A, S P. Sumantur enim ad vertices A & P arcus minimi A *a*, P *p*, à corpore circa S revoluto æqualibus temporibus minimis deſcripti; & jungantur S *a*, S *p*. Erunt corporis motus ex S apparentes, anguli A S *a*, P S *p*. Angulorum A S *a*, P S *p* ratio componitur ex ratione A *a* ad P *p* (cum arcus hi minime differant ab arcubus circularibus centro S deſcriptis) & ratione S P ad S A; nempe inverſa radiorum. Sed quoniam A *a*, P *p* æqualibus temporibus deſcribuntur, erunt illi ut Velocitates in A & P; quæ (per præced. Corol.) ſunt ut S P ad S A. Et igitur A S *a* eſt ad P S *p* ut S P *q* ad S A *q*. *Tab. VIII. Fig. 6.*

Corollarium 4.

Et hinc rurſus ſequitur, ſi Orbita ad Circulum proxime accedat, eſſe motus corporis apparentes ex centro S ſpectatos in ratione reciproca duplicata diſtantiarum ab eodem quam proxime. Nam, in iſto caſu, rectæ ab S in Orbitam cadentes ſunt omnes proxime ad Orbitam perpendiculares.

Corollarium 5.

Ex Corollario 2. ſequitur quod ſi corpus, in quavis Sectione conica A D P (ut dictum eſt) motum, Velocitate quam habet in quovis puncto P, relictâ curvâ, progrederetur uniformiter in recta P Q curvam in P tangente; area S P Q, quam radio ad S ducto deſcriberet, æqualis eſſet areæ S A D, quam (eodem vel æquali tempore) in Sectione conica retentum deſcribit idem vel aliud corpus. Sumantur lineolæ A *a*, P R, eodem minimo tempore à duobus mobilibus deſcriptæ; & à Sectio- *Fig. 7.*

 nis

Tab. VIII. Fig. 7. nis umbilico S ad tangentes A H & P Q demittantur perpendiculares S H, S N. Per Corollarium 2, Velocitas in A eſt ad Velocitatem in P ut S N ad S H: Sed ut Velocitates in A & P, ita ſpatia eodem tempore à mobilibus percurſa; nempe A *a* & P R. Et igitur A *a* eſt ad P R ſicut S N ad S H. Unde triangulum S A *a* triangulo S P R eſt æquale. Cumque iſtud ubique obtineat in triangulis minimis trilinea S A D & S P Q conſtituentibus, & porro ſpatia S A D, S P Q ex æqualibus numero triangulis conflentur, quia æqualia inſumuntur tempora in percurrendis lineis A D & P Q; patet triangulum S P Q æquale eſſe areæ S A D.

PROPOSITIO XLII.

Planetæ primarii & Cometæ hâc lege circa Solem moventur, ut motus cujuſlibet ex illis componatur ex æquabili ſecundum rectam tangentem Orbitam, & altero ad Solis centrum tendente, in quo Vis acceleratrix eſt quadrato diſtantiæ à dicto centro reciproce proportionalis.

QUilibet è Planetis primariis (per Prop. XIII.) urgetur à Vi tendente ad Solis centrum, & (per XXXIV.) deſcribit perimetrum Ellipſis, cujus umbilicus eſt Sol; quæ de Cometarum quolibet (per Propoſitiones XIV. & XXXV.) etiam vera ſunt; vel ſaltem Cometa quivis, dum urgetur à Vi tendente ad Solem, aliam quandam eodem foco gaudentem coni Sectionem deſcribit. Et igitur (per Prop. XXXIX. ejuſque Corollaria) horum quilibet urgetur à Vi æquabili ſecundum rectam tangentem Orbitam impreſſa, & ab alia, quâ à dicta tangente retrahitur & in Orbita curvilinea retinetur, quæ ad Solis centrum in ſectionis umbilico poſitum tendit, & eſt quadrato diſtantiæ ab illo reciproce proportionalis. Quod erat demonſtrandum.

Concipiendi igitur ſunt Planetæ primarii & Cometæ quaſi

quaſi totidem Projecta, quæ nempe à duabus Viribus urgentur: Nam hoc modo, eoque ſolo Orbitas deſcribunt, quales obſervata produnt. Et Vis, quæ Projectilia hæc à motibus rectilineis retrahit, hæc eſt Lex, ut augeatur prout minuitur quadratum diſtantiæ projecti Planetæ vel Cometæ à centro Solis: quam eſſe legem quâ Planetæ ad Solem tendunt, etiam aliunde quam ex figura ſemitæ, Prop. XXVIII. oſtenſum eſt.

PROPOSITIO XLIII.

Orbium Planetariorum Nodi & Apſides quieſcunt.

QUoniam per Prop. XI. Planeta quilibet in plano immoto revolvitur, binorum quorumvis planorum communis ſectio etiam immota manet: Sed cujuſlibet interſectio cum plano Orbis Telluris eſt Linea Nodorum iſtius Planetæ. Iſtius igitur, ſimiliter que omnium, Nodi quieſcunt. Porro, Planeta quilibet deſcribit, in plano immoto, Ellipſin perpetuo eandem ſive immotam, (per Prop. XXXIV.) & proinde ejus Apſides etiam quieſcunt. Quod erat demonſtrandum.

Corollarium.

Cum ſtellæ Fixæ cujuſvis ſimile ſit officium (quantum hominibus conjicere datur) atque ipſius Solis; nempe ut circa illius corpus immenſum alia minora corpora tanquam Planetæ circumrotentur; ſimiles erunt & affectiones aliæ: nimirum illarum, ſicut & noſtri Solis, nullus aut inſenſibilis erit motus; quod ex earum conſtanti & perpetuo eadem diſtantia mutua ulterius liquet. Unde idem erit ſitus Nodorum Apſidumque Orbium Planetariorum ad Fixas.

Scholium.

Propoſitio hæc vera eſt, ſi ſpectetur ſola Vis centripeta Planetarum in Solem, ut hucuſque factum: Verum

 ſi con-

ſi conſiderentur actiones Planetarum & Cometarum in ſe mutuo, paulo ſecus res ſehabere deprehenditur; ut ſuo loco manifeſtum fiet. At actionum iſtarum effectus propter virium producentium parvitatem exigui admodum, & quaſi nulli ſunt; ideoque hoc loco negligendi. Immo tam parvi ſunt motus Nodorum & Apſidum Planetarum primariorum, ut etiam in calculo Aſtronomico à magni nominis Viris penitus ſit neglectus, & Nodi Apſideſque pro immotis habiti.

PROPOSITIO XLIV.

Planetæ & Cometæ in Cœlis quam liberrime moventur; & proinde eorum motus diutiſſime conſervari poteſt.

NAm, Prop. XXXIX. (ubi determinatur Lex Vis centripetæ, quâ urgetur corpus, quod revolvitur in perimetro Ellipſis aut alterius Sectionis coni, cujus focorum alter eſt centrum ad quod Vis tendit) ſuppoſuimus motum utrumque, ex quibus componitur motus in curva Elliptica, Parabolica vel Hyperbolica, omnino liberum, nec illi quicquam obſtare aut reſiſtere. Cum igitur Planetæ perfectas Ellipſes, quarum communis umbilicus eſt Sol, motu ſuo deſcribant, & Ellipſes has denuo repetant; patet è converſo Planetarum motus ab omni reſiſtentia eſſe prorſus immunes; hoc eſt, Planetas quam liberrime in Cœlis moveri. Porro, ſi Planetæ abſque reſiſtentia quam liberrime moventur, idem & Cometis contingit; quippe per regiones Planetarum, quamdiu à Terricolis videntur, motis, in viis quæ ſunt vel Ellipſes veræ, vel Ellipſium ſpecies; Parabolæ nimirum vel Hyperbolæ, quarum umbilicus eſt Sol; quibus deſcribendis eâdem opus eſt immunitate ab omni reſiſtentia. Et medii reſiſtentiam in regionibus Syſtematis Solaris ultra Planetas, non eſſe majorem quam in regionibus Planetariis veriſimillimum eſt. Si enim vel minima ſenſibilis foret in Cœlis reſiſtentia,

certe

certe eædem viæ à Planetis circa Solem, projectorum more latis, non deſcriberentur, quæ ipſis liberrime motis competere demonſtratæ ſunt: Sed prorſus ſicut, in aere noſtro, ſemita projecti valde diverſa deprehenditur à Parabolica quæ demonſtrata eſt illi competere, ſi nulla foret medii reſiſtentia; ita Planetarum viæ, ſaltem in pluribus revolutionibus, immane quantum ab Ellipſibus diſcrepare deprehenderentur; neque Ellipſes magnitudine & poſitione eædem cum deſcribendis à Planetis, per ſpatia libera motis, illorum locis tam olim quam recenter obſervatis adeo exacte congruerent, atque calculo rite ſubducto fieri compertum eſt. Nulla ergo eſt: Sed Planetæ & Cometæ quam liberrime in Cœlis moventur, & propterea eorum motus diutiſſime conſervari poteſt. Quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO XLV.

Planetæ ſecundarii circa Primarios ſuos hâc lege moventur, ut, præter Vim omnem acceleratricem quâ Primarius urgetur, motus cujuſlibet ex illis componatur ex æquabili ſecundum rectam Orbitam tangentem, & altero ad Primarii centrum tendente, in quo vis acceleratrix eſt quadrato diſtantiæ à centro reciproce proportionalis.

SEpoſitâ Vi omni acceleratrice quâ primarius urgetur, (ut Prop. XX. factum eſt,) quilibet Planeta ſecundarius (ex Prop. XXXVI.) circa ſuum Primarium revolvitur in perimetro Ellipſis umbilicum in Primarii centro habentis, ad quod (per dictam Prop. XX.) tendit vis centripeta, quâ à motu rectilineo retrahitur: (deformitas enim Ellipſis à motu Apſidum vel aliunde tantilla eſt, ut hic ſit negligenda:) Et igitur (per Prop. XXXIX.) lex vis centripetæ tendentis ad Primarii centrum ea eſt, ut dicta vis ſit quadrato diſtantiæ à centro reciproce proportionalis: hâc enim ſolâ corpus à motu rectilineo in

tan-

tangente à vi inſita orto retrahitur, & in Orbitâ Elliptica retinetur. Hi ergo duo motus, (nimirum alter in tangente æquabilis, alter vero verſus Primarii centrum tendens, & auctus in ratione quâ quadratum diſtantiæ ſatellitis ab illo diminuitur,) inter ſe compoſiti, Planetam ſecundarium (projecti inſtar) Orbitam Ellipticam deſcribere cogunt.

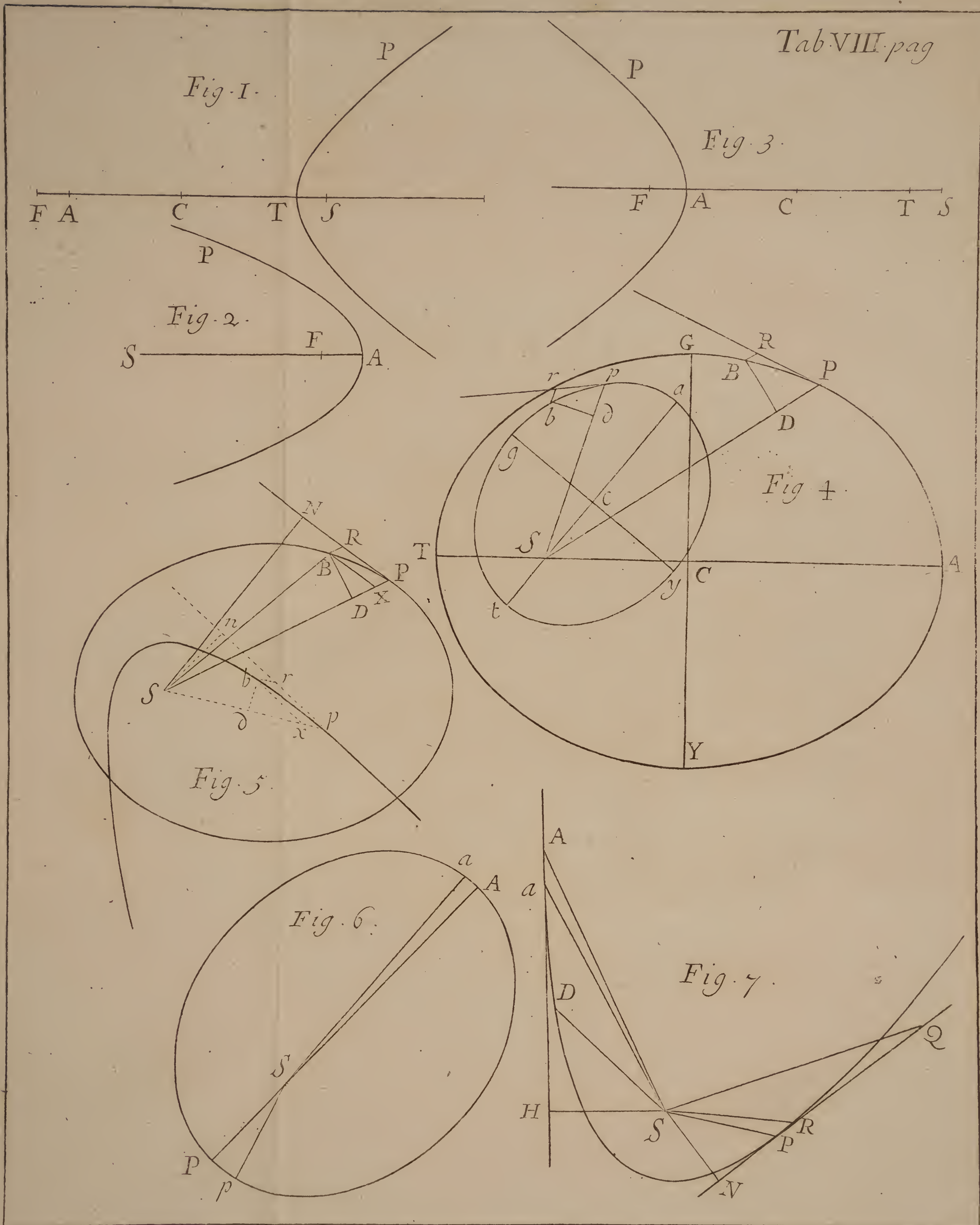
SECTIO VII.

Planetæ & Cometæ in Orbitis suis retinentur per Gravitatem, eadem lege per universum Systema Solare propagatam.

PROPOSITIO XLVI.

Vis, quâ Luna ad Terræ centrum tendit, quâque in Orbita ſua retinetur, eadem eſt cum vi Gravitatis, quâ corpora terreſtria quævis ad idem centrum tendunt.

Tab. IX. Fig. 1. DEſignet R A E Terram, cujus centrum T, V L orbitam Lunæ, cujus pars L C à Luna percurritur ſpatio unius ſcrupuli horarii. Quoniam (ex Prop. XV.) Luna periodum ſuam ſive integrum circulum conficit ſpatio dierum 27, horarum 7, ſcrupulorum 43; hoc eſt, ſcrupulis horariis 39343; patet L C eſſe $\frac{1}{39343}$ integræ peripheriæ, ſive 33 ſcrupulorum ſecundorum gradûs. Porro, ambitus Terræ (ſecundum nuperam *D. Picart.* menſuram) eſt pedum Pariſienſium 123249600; ejuſque proinde ſemidiameter T A pedum 19615800: quare T L ſemidiameter orbitæ Lunaris eſt pedum 1176948000; nempe (ex prædicta Prop. XV.) ipſius T A ſexagecupla: & arcûs L C, 33″ ſinus verſus L D, & huic æqualis B C eſt pedum Pariſienſium $15\frac{1}{12}$ quam proxime. Igitur vis, quâ Luna verſus Terræ centrum, tendit, (quâque à motu rectilineo ſecun-


Tab VIII. pag
Fig. 1.
P
F A C T S
Fig. 2.
P
S F A
Fig. 3.
P
F A C T S
Fig. 4.
G R B P r p a b ∂ D g c S T C A t y Y
Fig. 5.
N R B P X D n S b r ∂ x p
Fig. 6.
a A S P p
Fig. 7.
A a D H S Q R P N

ſecundum tangentem L B retrahitur, & in orbita ſua retinetur,) talis eſt quæ ſpatio ſcrupuli unius horarii Lunam verſus Terræ centrum impellit per pedes Pariſienſes $15\frac{1}{12}$. Cumque (per Prop. præc.) vis hæc in Luna augeatur in eadem ratione, quâ Quádratum diſtantiæ à centro Terræ diminuitur; ſi deſcendatur ad ſuperficiem Terræ, ubi quadratum diſtantiæ à centro minuitur vicibus 60×60, augebitur illa vicibus 60×60, & ideo ſpatio ſcrupuli horarii Lunam apud nos in ſuperficie Terræ poſitam verſus centrum impelleret per longitudinem pedum $60 \times 60 \times 15\frac{1}{12}$. Sed Gravitatis ea eſt vis, quæ corpus quodvis in Terræ ſuperficie poſitum, ſpatio ſcrupuli ſecundi horarii, verſus centrum impellit per longitudinem pedum Pariſienſium $15\frac{1}{12}$, ut ex accuratiſſimis experimentis definit Celeb. *Hugenius Prop. ultima Part.* IV. *Horol. Oſcill.* Et ideo eadem iſta Gravitatis vis, ſpatio ſcrupuli horarii, corpus impellit verſus centrum per longitudinem pedum $60 \times 60 \times 15\frac{1}{12}$; quia ſpatia à gravi cadente percurſa ſunt in ratione duplicata temporum quibus percurruntur. Quoniam igitur vis, quâ Luna in orbita ſua retinetur, & vis Gravitatis paria præſtant, eoſdemque in iiſdem circumſtantiis producerent effectus, & verſus idem punctum (nempe Terræ centrum) tendant, eædem erunt; id eſt, vis quâ Luna retrahitur à motu rectilineo, & in orbita ſua coercetur, illa ipſa eſt quam nos Gravitatem dicimus. Quod erat demonſtrandum.

Tab. IX, Fig. 1.

Lunæ diſtantia à Tellure paulo major quam ſexagecupla ſemidiametri Terræ calculo præcedenti melius congrueret, puta ſexagecupla ſeſqui-tertia; cui etiam rationes Aſtronomicæ melius reſpondent. Nos rem in numeris rotundis æſtimare ſatis habuimus.

Scholium.

Eodem modo quo Luna revolvitur in orbem circa Tellurem, aliud quodvis grave ex puncto extra Telluris ſuperficiem,

L

Tab. IX. Fig. 2. perficiem, ſecundum Horizontalem rectam, vi ſatis validâ projectum Orbitam deſcriberet, & Terrâ intactâ (Planetæ inſtar) gyrum compleret; atque hoc continuo. Circulus A B C D referat Terram, cujus centrum T. Sumatur punctum aliquod extra Terræ ſuperficiem, (nempe G,) ex quo, ſecundum directionem rectæ G H ad T G normalis, projiciatur grave quodvis. Patet, ſi corpus hocce minimâ aut nullâ vi projiciatur, (hoc eſt, ſi libere demittatur,) caſurum illud ad A, directe infra G; ſi aliquâ vero, grave attinget Terram ad punctum B ab A verſus H diſtans; ſi adhuc majore, corpus projectum ultra B ut ad C Terræ occurret. Si augeatur vis projiciens eouſque, ut Terram non attingat donec ultra E punctum ipſi A oppoſitum perveniat, tum rurſus verſus G aſcendens Ellipſin G K M F complebit; atque eandem rurſus perpetuo non impeditum deſcribet, & Planeta fiet. Si in ſemitæ puncto M ipſi G oppoſito, projectum minus diſtet à Terra, quam cum in G; tum centrum Terræ T eſt Ellipſis umbilicus à vertice G remotior. Si augeatur vis projiciens, donec puncta M & G æqualiter à T diſtent, ſemita fiet Circulus; auctâque adhuc vi projiciente (reliquis manentibus) fiet Ellipſis, in qua T eſt focus vertici G vicinior, alter vero focus longius à T removebitur pro vis projicientis augmento, donec tandem in Parabolam, poſteaque in Hyperbolam mutetur. Atque eadem obtinebunt quamvis H G non ſit ad T G normalis, præterquam quod in hoc caſu G non eſt Orbitæ vertex principalis. Quo altius eſt punctum G ſupra Terram, eo minori opus eſt vi ad projectum in Planetam mutandum; & quo humilius, eo majori: adeo ut ſi Luna eâdem celeritate quâ nunc in Orbita ſua fertur, ex altitudine mille tantum paſſuum ſupra Terram projiceretur ſecundum directionem horizontalem, circa Tellurem non revolveretur; ſed, Planetæ naturam exuens, vulgaris projecti inſtar in Terram impingeret, antequam diſtantiam quindecim

cim mille paſſuum attingeret. Nam arcus, quem Luna viginti ſcrupulis ſecundis horariis percurrit, minor eſt quam 15000 paſſus, & grave prope Terram viginti iſtis ſcrupulis ſecundis cadendo percurrit 20. × 20 × 15 $\frac{1}{12}$, ſive 6033 pedes; hoc eſt, plus quam mille paſſus: unde Luna prius Terram attingeret quam ad diſtantiam 15000 paſſuum projiceretur. Si vero, eâdem manente gravitatis actione, Terra annihilaretur, projecta omnia (Planetarum more) deſcriberent Ellipſes, aliaſve Sectiones conicas, quarum communis focus eſſet punctum quod nunc eſt Terræ centrum.

PROPOSITIO XLVII.

Planetæ ſecundarii Jovis gravitant in Jovem, ſatellites Saturni in Saturnum, & Planetæ primarii & ſecundarii graves ſunt in Solem; omneſque vi Gravitatis ſuæ retrahuntur à motibus rectilineis, & in Orbitis ſuis retinentur.

PRopter Naturæ ſimplicitatem rerum naturalium non plures admittendæ ſunt cauſæ, quam quæ earum Phænomenis explicandis ſufficiunt; & effectuum naturalium ejuſdem generis eædem agnoſcendæ ſunt cauſæ: igitur cum revolutiones Stellarum Medicearum circa Jovem, Saturni comitum circa Saturnum, & Planetarum primariorum circa Solem, Phænomena ſint ejuſdem generis cum revolutione Lunæ circa Terram; eædem etiam erunt illarum cauſæ. Vires enim, quibus Jovis & Saturni ſecundarii, & Planetæ primarii retrahuntur à motibus rectilineis & in Orbibus ſuis retinentur, reſpiciunt Jovis, Saturni & Solis centra reſpective, ſimiliter atque vis, quâ Luna in Orbita ſua retinetur, reſpicit centrum Telluris; & Vires, quibus illi urgentur, eâdem lege augentur minuunturque pro diverſa diſtantia à Jovis, Saturni & Solis centris reſpective, quâ vis Lunam urgens, dum in variis à Terræ

centro diſtantiis conſtituitur; prout ſuperius fuſe eſt oſtenſum. Unde cum vis hæc in Luna eadem ſit oſtenſa (in Prop. Præc.) cum vi illa quam Gravitatem dicimus; eadem etiam erit vis, quâ prædicti iſti Planetæ, tum primarii cum ſecundarii, verſus Solem & ſuos primarios reſpective tendunt. Porro, ſecundarii omnes graves etiam ſunt in Solem, & illorum gravitas in Solem eſt vis illa acceleratrix ſecundario cuilibet & ſuo primario communis; de qua Prop. XX. & XLV. Quod erat demonſtrandum.

COROLLARIUM

Hinc patet dari Gravitatem in Solem & Planetas omnes primarios. Cum enim Luna & terreſtria omnia gravia ſint in Terram, Comiteſque Jovis & Saturni in Jovem & Saturnum reſpective; cumque tres reliqui Planetæ primarii, Mercurius, Venus & Mars ſint corpora ejuſdem generis cum Saturno, Jove & Terra, (quod etiam ex illorum Gravitate verſus Solem ſuperius probata liquet;) conſtat ex prius ſtabilita ſimilitudine cauſarum ſimilium effectuum, & in illos etiam dari Gravitatem, cujus vis acceleratrix eſt quadrato diſtantiæ à centro reciproce proportionalis. Et, quoniam actioni cujuſvis generis contraria eſt reactio, Sol viciſſim in Planetas omnes primarios & ſecundarios gravis eſt. Porro, quoniam experimentis exactiſſime inſtitutis conſtat corpora quævis, in eadem diſtantia, æquali tempore, æqualia ſpatia cadendo verſus Terram percurrere, & momenta corporum inæqualium æqualiter acceleratorum eſſe ut ipſa corpora; corpora omnia cujuſcunque naturæ, in æqualibus diſtantiis, gravia ſunt in Terram in ratione materiæ quam continent. Cumque nullum ſit dubium naturam Gravitatis verſus Solem & Planetas eandem eſſe atque verſus Terram, (quod ex prædictis abunde conſtat, & hinc etiam quod Planetæ primarii eorumque ſatellites, corpora ſc. valde inæqualia, æquali vi acceleratrice verſus Solem deſcendant, prorſus ut corpora

corpora magnitudine & denſitate inæqualia æque velociter verſus Terram cadunt ;) patet corpora omnia in Solem & Planetas ſingulos gravitare , & pondera eorum in quemvis, paribus ab ejuſdem centro diſtantiis, proportionalia eſſe quantitati materiæ in ſingulis. Et quoniam omnis actio eſt mutua, Sol & Planetæ in corpora quævis, corporaque proinde omnia in ſe invicem, eâdem lege gravitant.

PROPOSITIO XLVIII.

Virtutis omnis à centro, vel ad centrum, in lineis rectis undiquaque per regiones in circuitu propagatæ Vis, ſive efficacia, in diverſis locis eſt quadrato diſtantiæ loci à centro reciproce proportionalis.

SIt S centrum à quo vel ad quod Virtus propagatur, circa quod deſcribantur duæ ſuperficies ſphæricæ T E, M A in quibuſcunque diſtantiis S T, S M. Dico Virtutis Vim, ſive efficaciam, in T eſſe ad ejuſdem vim in M ut S M *q* ad S T *q*. *Tab. IX. Fig. 3.*

Virtus eadem, in ſpatium duplo majus æqualiter diffuſa & ſparſa, duplo minor erit in qualibet data parte ; quippe duplo minus conſtipata : & ſi in ſpatium triplo majus diffundatur, triplo minor erit: &, univerſaliter, efficacia Virtutis eſt reciproce ut ſpatium, in quod data Virtus diffunditur ; quippe directe ut Virtutis conſtipatio. Sed Virtus omnis, quæ in diſtantia S T à centro æqualiter diffunditur per ſuperficiem ſphæricam T E, in diſtantia S M ſimiliter diffunditur per ſuperficiem ſphæricam M A. Quare Virtutis iſtius efficacia in diſtantia S T eſt ad ejuſdem efficaciam in diſtantia S M ſicut ſuperficies ſphærica M A ad ſuperficiem ſphæricam T E ; id eſt, ſicut S M *q* ad S T *q*. Quod erat demonſtrandum.

Hujuſmodi ſunt Virtutes Lucis, Caloris, &c. & ex ſuperius oſtenſis etiam Gravitatis. At Virtutes aliquæ, ut Magnetica & Electrica, ſunt generis alterius.

PROPOSITIO XLIX.

Gravitates acceleratrices verſus diverſa corpora, in paribus diſtantiis, ſunt ut ipſa corpora verſus quæ ſiunt.

Tab. IX. Fig. 4. EXponantur duo quælibet corpora A & B in locis quibuſcunque A & B; erunt hæc (per Corol. Prop. XLVII.) verſus ſe mutuo gravia: & quidem, cum actioni contraria & æqualis ſit reactio, Gravitas ſive vis motrix corporis A verſus B æqualis eſt Gravitati ſive vi motrici corporis B verſus A. Sed vis motrix fit ex quantitate materiæ ſive maſſa ducta in vim acceleratricem, prorſus ut quantitas motûs ex quantitate materiæ ducta in celeritatem: Et igitur maſſa corporis A ducta in ejus vim acceleratricem verſus B æqualis eſt maſſæ corporis B ductæ in hujus vim acceleratricem verſus A. Unde vis acceleratrix corporis A verſus B eſt ad vim acceleratricem corporis B verſus A ſicut maſſa corporis B ad maſſam corporis A: Vires vero (de quibus hic agitur) ſunt Gravitates, & maſſæ corporum ſunt quantitates materiæ ſive ipſa corpora: Et igitur Gravitas acceleratrix corporis A verſus B eſt ad Gravitatem acceleratricem corporis B verſus A ſicut corpus B ad corpus A. Sed (ex ſuperius oſtenſis) omnia corpora in æquali diſtantia à corpore B poſita in qua eſt A, æqualem habent verſus B Gravitatem acceleratricem atque ipſum A; & omnia corpora in æquali diſtantia à corpore A poſita in qua eſt B, æqualem habent verſus A Gravitatem acceleratricem atque B corpus; & diſtantia corporis A à corpore B æqualis & diſtantiæ corporis B ab A, & ſumpta ſunt hæc corpora & diſtantia utcunque. Et igitur Gravitates acceleratrices verſus diverſa corpora, in paribus diſtantiis, ſunt ut ipſa corpora. Quod erat demonſtrandum.

COROL-

COROLLARIUM.

Hinc ſi Gravitas conſideretur tanquam vis attractiva corporis verſus quod dirigitur, propagata ut in præcedente Propoſitione; vires abſolutæ corporum attrahentium ſunt ut ipſa corpora quorum ſunt vires. Nam abſoluta vis atractiva corporis A eſt ad abſolutam vim attractivam corporis B ut attractio acceleratrix corporum omnium verſus A ad attractionem acceleratricem corporum omnium verſus B, in paribus diſtantiis. Sed, in paribus diſtantiis, attractio acceleratrix corporum omnium eadem eſt cum attractione acceleratrice corporis cujuſvis, & attractiones hæ acceleratrices (ex hac Prop.) ſunt ut corpora verſus quæ fiunt; hoc eſt, ut ipſa corpora attrahentia: Et igitur, ex æquo, vires abſolutæ corporum (ut dictum eſt) attrahentium ſunt ut ipſa corpora quorum ſunt vires. Tab. IX. Fig. 4.

Et hinc rurſus, & ex præcedentibus (per Prop. XXIII. El. 6.) colligitur vim acceleratricem corporis A verſus B gravis eſſe ad vim acceleratricem corporis C verſus D gravis in ratione compoſita ex ratione corporis B ad corpus D, & duplicata ratione diſtantiæ inter C & D ad diſtantiam inter A & B: & porro, rationem ponderis corporis A ad pondus ipſius C componi ex prædicta ratione compoſita, & inſuper ratione corporis A ad corpus C.

SEC.

SECTIO VIII.

De Motu Corporum se mutuo attrahentium, hujusque symptomatibus; quæ omnia ad Systema Solis & Planetarum primariorum applicantur.

PROPOSITIO L.

Corpora duo ſe invicem trahentia, & circum ſe invicem revoluta, deſcribunt & circum ſe mutuo, & circum commune centrum gravitatis, figuras ſimiles.

PRop. XXXIX. & ſequentibus expoſuimus Motus corporum attractorum ad centrum immobile: decet enim à ſimplicioribus ordiri. Verum, quoniam attractiones fiunt ad corpora, & hæc viciſſim attrahuntur; ut ſuperius oſtenſum eſt: Cum corpus circa aliud revolvitur, attrahens ipſum quieſcere nequit; ſed ambo attractione mutuâ agitata circa gravitatis commune centrum revolvuntur. Et ſi plura fuerint corpora, quæ ſe mutuo attrahunt, hæc inter ſe ita movebuntur, ut gravitatis centrum commune vel quieſcat vel uniformiter progrediatur in directum. Geometris enim notum eſt commune gravitatis centrum ab actione corporum inter ſe non mutare ſtatum ſuum motûs vel quietis; ſicut à celeberrimis Viris D. D. *Wrennio* & *Hugenio* demonſtratum proſtat. Ordo igitur poſtulat, ut motus corporum ſe mutuo (ut dictum eſt) trahentium conſideremus; nempe Orbitas ab iis deſcriptas, reliquaque generalia, quibus differt corporum in ſe mutuo agentium ſyſtema à ſyſtemate prius ſuppoſito; & quidem primo univerſaliter, quæcunque tandem ſit Lex attractionis mutuæ.

Sint duo corpora S & P ſe invicem trahentia, quæ circum ſe mutuo revoluta deſcribunt curvas S *ſ*, P *p* dum interea illorum centrum gravitatis C vel quieſcit, vel

Tab. IX. Fig. 5.

(quod

(quod demonſtrationem haud turbat) movetur uniformiter in directum : Dico figuras quatuor, nempe S ſ C, P *p* C, illam quam S deſcribit circa P ſpectatum tanquam immotum, & illam quam P circa S ſimiliter ſpectatum deſcribit, eſſe inter ſe ſimiles. *Tab. IX. Fig. 5.*

Quoniam S & P eadem manent, manebit (durante motu) ratio inter C P & C S; quippe, ex natura centri Gravitatis, eadem cum ratione corporum S & P : cumque anguli P C *p*, S C ſ ſint ubique æquales, (quia C eſt in recta jungente corpora,) erunt figuræ S ſ C, P *p* C ſimiles. Figuræ enim P *p* C, S ſ C ſimiles omnio ſunt, quas recta *p* C ſ, circa punctum C motu angulari lata, deſcribit ſeu verrit, dummodo quovis momento eadem ſit ratio inter C *p* & C ſ quæ inter C P & C S. Rurſus, quoniam ubique datur ratio inter ſ C & C *p*, componendo datur ratio inter ſ *p* & C *p*, & linea *p* C ſ recta manet: & igitur (per hactenus dicta) recta C *p* circa punctum C, & recta ſ *p* circa punctum ſ ſpectatum tanquam immotum, ſimiles deſcribunt figuras. Porro figuræ, quarum una deſcribitur à *p* circum ſ habitum pro immoto, altera ab ſ circa *p* pariter pro immoto ſpectatum, ſimiles & omnino æquales ſunt, (ut in Opticis demonſtratur,) quia ſ *p* tum magnitudine tum poſitione eadem eſt cum *p* ſ. Quare quatuor figuræ propoſitæ ſimiles ſunt. Q. E. D.

PROPOSITIO LI.

Si corpora duo S *&* P *viribus quibuſvis ſe mutuo trahant, & interea revolvantur circa gravitatis centrum commune* C; *dico figuris, quas corpora ſic mota deſcribunt circum ſe mutuo, poſſe figuram ſimilem & æqualem circum corpus alterutrum immotum, viribus iiſdem, deſcribi.* *Fig. 6.*

Poſito enim Orbitas P R, S Q primo circa immotum C deſcribi, & puncta ſ & *p* eſſe loca quævis ad libitum, ad quæ corpora S & P ſimul perveniunt. Intelligatur

Tab. IX. Fig. 6. gatur recta *ſ* C *p* ſibi parallela moveri, donec punctum *ſ* congruat cum S, atque hoc fieri in omnibus punctis correſpondentibus curvarum S Q, P R. Patet, appulſo *ſ* ad S, alterum rectæ *ſ p* ſic parallelos motæ extremum perventurum ad punctum in curva P π, quam corpus P circa S deſcriberet, ſi (S immoto manente) P circa illud revolveretur, attractum eâdem vi, quâ prius corpora ſe mutuo petebant: Nam latio parallela rectæ *ſ p* nullam in viribus, quibus corpora ſe mutuo attrahunt, mutationem inducit. Sed eadem P π eſt linea, quam P circa S tanquam immotum ſpectatum deſcribit: ſic enim revera immotum permanet, & rectæ S π eadem eſt longitudo, eademque inclinatio ad S P, quæ ipſius *ſ p*. Cum igitur figuræ illæ congruunt, æquales ſunt & ſimiles. Quodque de figurâ, quam P circa S deſcribit, eſt oſtenſum, de figura, quam S circa P pro immoto habitum deſcribit, utpote æquali & ſimili, verum eſt.

Verum ſi centrum Gravitatis C progrediatur uniformiter, ſuperinducendo ſyſtemati corporum S & P motum æqualem & in plagam contrariam factum, reducentur omnia ad caſum priorem: ſed motu hoc uniformi ſecundum rectas parallelas nihil mutatur in viribus corporum S & P. Igitur conſtat propoſitum in utroque caſu. Quod erat demonſtrandum.

COROLLARIUM I.

Corpora duo viribus quibuſvis ſe mutuo trahentia, & circa Gravitatis centrum gyrantia, radiis ad centrum illud & ad ſe mutuo ductis deſcribunt areas temporibus proportionales.

COROLLARIUM 2.

Quia corpus circa aliud immotum revolvens, & ad illud vi quadrato diſtantiæ reciproce proportionali attractum, deſcriberet (per Prop. XXXIX.) Ellipſin vel aliam

liam Sectionem coni, cujus umbilicus alter coincidit cum centro corporis immoti; ſequitur ex hac Propoſitione, quod corpora duo viribus quadrato diſtantiæ reciproce proportionalibus ſe mutuo trahentia deſcribunt, & circum commune Gravitatis centrum & circum ſe mutuo, Sectiones conicas umbilicos habentes in centro, circa quod figuræ deſcribuntur. Et è converſo, ſi tales figuræ deſcribuntur, vires centripetæ ſunt quadrato diſtantiæ reciproce proportionales.

PROPOSITIO LII.

Si corpora duo viribus quibuſvis ſe mutuo trahentia circa ſe mutuo revolvantur, motus eorum iidem erunt, ac ſi non traherent ſe mutuo, ſed utrumque à corpore tertio, in communi Gravitatis centro conſtituto, viribus iiſdem traheretur. Et virium trahentium eadem erit Lex reſpectu diſtantiæ corporum à centro illo communi, atque reſpectu diſtantiæ totius inter corpora.

Nam vires, quibus corpus P tendit ad S, diriguntur ad quodvis punctum in recta P S ad partes S producta. Et ſimiliter vires corporis S diriguntur ad quodvis ejuſdem rectæ ad partes P productæ punctum. Sed C eſt rectæ S P utrinque productæ punctum unicum, quod in omni corporum ſitu immotum manet: & ideo C eſt punctum illud, ad quod tendunt corpora P & S iiſdem viribus, quibus ſe mutuo attrahunt. *Tab. IX. Fig. 5.*

Rurſus, quoniam dantur corpora revolventia, datur ratio diſtantiarum centri gravitatis à corporibus; & conſequenter ratio diſtantiæ corporis utriuſvis à centro iſto communi ad diſtantiam corporis ejuſdem à corpore altero. Et proinde datur ratio cujuſvis poteſtatis diſtantiæ unius ad ſimilem poteſtatem diſtantiæ alterius; ut & ratio quantitatis cujuſvis, quæ ex una diſtantia & quantitatibus datis utcunque componitur, ad quantitatem aliam,

quæ ex altera diſtantia & quantitatibus totidem datis, datamque illam diſtantiarum rationem ad priores habentibus ſimiliter componitur. Proinde ſi vis, quâ corpus unum ab altero trahitur, ſit directe vel inverſe ut diſtantia corporum ab invicem, vel ut quælibet hujus diſtantiæ poteſtas, vel denique ut quantitas quævis ex hac diſtantia & quantitatibus datis quomodocunque compoſita; erit eadem vis, quâ corpus idem ad commune gravitatis centrum trahitur, directe itidem vel inverſe ut corporis attracti diſtantia à centro illo communi, vel ut eadem diſtantiæ hujus poteſtas, vel denique ut quantitas ex hac diſtantia & analogis quantitatibus datis ſimiliter compoſita: Adeoque vis trahentis eadem erit Lex reſpectu diſtantiæ à centro gravitatis, quæ reſpectu diſtantiæ corporum. Quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO LIII.

Corporum duorum S *&* P, *circa commune gravitatis centrum* C *revolventium, tempus periodicum eſt ad tempus periodicum corporis alterutrius* P *circa alterum immotum* S *(viribus iiſdem trahens) gyrantis, in ſubduplicata ratione corporis* S *ad aggregatum corporum* S *&* P.

Tab. IX. Fig. 7. Concipiatur corpus *p*, ipſi P ſimile & æquale, deſcribere circa immotum *ſ*, ipſi S ſimile & æquale, Orbitam *p d r*. Figuræ C P D R, *ſ p d r* (per Prop. L.) ſunt ſimiles: & vires, quibus corpora in punctis quibuſvis ſimiliter poſitis (ut D & *d*) verſantia ad centra C & *ſ* tendunt, ſunt æquales; quia (per Prop. LI.) vis quâ corpus D tendit ad E æqualis eſt vi quâ corpus *d* tendit ad *ſ*. Et (per præcedentem Propoſitionem) corpus D tendit ad C eâdem vi quâ ad E. Et igitur (per Corol. 2. Prop. XXVI. & Schol. Prop. XXVII.) quadratum temporis periodici corporis P in Orbita P D R moti eſt ad quadratum temporis periodici corporis *p* in Orbita

Orbita *p d r* ſicut recta C P ad rectam homologam *ſp*; hoc eſt, ſicut C P ad S P; hoc eſt, (ob naturam centri gravitatis,) ſicut corpus S ad S + P. Unde ipſum tempus periodicum corporis P in Orbita P D R (vel corporis S in Orbita S E L) eſt ad tempus periodicum corporis *p* in Orbita *p d r* in ſubduplicata ratione corporis S ad aggregatum corporum S & P. Quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO LIV.

Si corpora duo S *&* P, *viribus quadrato diſtantiæ ſuæ reciproce proportionalibus, ſe mutuo trahentia revolvantur circa gravitatis centrum commune; dico quod Ellipſis, quam corpus alterutrum* P *hoc motu circa alterum* S *deſcribit, (modo Prop.* L. *deſcripto,) axis major erit ad axem majorem Ellipſis, quam corpus idem* P *circa alterum* S *quieſcens, (ut Prop.* LI.*) eodem tempore periodico deſcribere poſſet, in ſubtriplicata ratione ſummæ corporum* S *&* P *ad corpus quieſcens* S. *Tab. IX. Fig. 7.*

SI Ellipſes, circa mobile & quieſcens S, à corpore P deſcriptæ forent æquales, tempora periodica in hiſce (per Prop. LI. & LIII.) eſſent in ſubduplicata ratione corporis S ad aggregatum corporum S & P. Mutari intelligatur hæc ultima Ellipſis, donec corporis P (hanc circa quieſcens S deſcribentis) periodicum tempus æquale fiat tempori periodico corporis P circa mobile S revolventis; (ut in hac Propoſitione ſupponimus;) hoc eſt, donec tempus periodicum in illa diminutum ſit in dicta ſubduplicata ratione corporis S ad ſummam corporum S & P. Quoniam vero, (per Prop. XL.) in caſu præſenti, quadrata temporum periodicorum ſunt ut Cubi tranſverſorum axium, ipſa periodica tempora erunt in dictorum majorum axium ratione ſeſquiplicata. Axis igitur major poſterioris Ellipſis minutus eſt in ratione, cujus ſeſqui-

Tab. IX. Fig. 7. plicata eſt ſubduplicata ratio s ad s + p; hoc eſt, in ratione ſubtriplicata s ad s + p: (Nam $\frac{3}{2}$ de $\frac{1}{3}$ = $\frac{1}{2}$:) Et proinde eſt ad invariatum Ellipſis alterius, circa mobile corpus s deſcriptæ, axem (huic antequam diminueretur æqualem) in ratione ſubtriplicata s ad s + p. Et igitur inverſe, axis major Ellipſis, circa corpus s mobile deſcriptæ, eſt ad axem majorem Ellipſis, eodem vel æquali tempore deſcriptæ circa quieſcens s, in ſubtriplicata ratione ſummæ corporum s + p ad corpus quieſcens s. Quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO LV.

Fig. 8. *Manente eâdem attractionis lege, dico corporis* p *Orbitam* p r *propius accedere ad Ellipſin, cujus focus eſt* c *commune centrum gravitatis corporum* s *&* m, *quam ad Ellipſin, cujus focus eſt centrum ipſius* s; *& quod areæ radiis ad* c *ductis deſcriptæ ſunt temporibus magis proportionales, quam areæ radiis ad centrum ipſius* s *ductis deſcriptæ.*

Nam corporis p attractiones verſus s & m componunt ipſius attractionem abſolutam, quæ magis dirigitur verſus c commune illorum gravitatis centrum, quam verſus ipſum maximum s; quæque quadrato diſtantiæ p c magis eſt proportionalis reciproce, quam quadrato diſtantiæ p s: Nam ultimum hoc tum tandem præciſe obtineret, ſi nullum prorſus eſſet m; & hæc eadem vera eſſent de m, ſi illud creſceret, donec immenſum excederet s. Quare conſtat vires (in caſu præſenti) in punctum aliquod inter s & m intermedium & majori propius dirigi, quale eſt commune illorum centrum gravitatis c; quod etiam punctum illud eſt, ubi gravium circumcirca poſitorum vires quælibet Phyſicæ uniuntur & concentrantur: ibi enim jure cenſetur ex gravibus pluribus aggregatum, ubi eſt illorum commune centrum gravitatis; ut Philoſo-

Philoſophis notum eſt. Conſtat igitur propoſitum. Quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO LVI.

Poſitis iiſdem attractionum legibus, dico corpus exterius P *circa interiorum* S *&* M *commune gravitatis centrum* C, *radiis ad centrum illud ductis, deſcribere areas temporibus magis proportionales; & orbem ad formam Ellipſis umbilicum in centro eodem habentis magis accedentem, ſi corpus intimum & maximum* S *his attractionibus, perinde atque cætera, agitetur, quam ſi vel non attractum quieſcat, vel multo magis vel multo minus attractum aut multo magis aut multo minus agitetur.* *Tab. IX. Fig. 8.*

EX præcedente liquet centrum, ad quod corpus exterius P urgetur, proximum eſſe centro gravitatis interiorum S & M. Si coincideret centrum illud cum hoc centro communi, & quieſceret commune gravitatis centrum trium S, M & P; deſcriberet P ex una parte, & ipſorum S & M commune centrum ex altera, Ellipſes accuratas circa commune trium centrum gravitatis quieſcens tanquam umbilicum communem, per Corol. 2. Prop. LI. Et proinde minima erit dicti (in Ellipſibus) motûs perturbatio, ubi prædictum commune centrum gravitatis trium S, M & P quieſcit: Quieſcit vero illud, ſi corpus S perinde atque cætera agitetur; ut ſuperius dictum eſt. Et igitur minima erit perturbatio, ubi S lege cæterorum attrahitur. Quod erat demonſtrandum.

COROLLARIUM.

Eodem modo, ſi corpora plura minora revolvantur circa maximum, colligere licet quod Orbitæ deſcriptæ propius accedent ad Ellipticas, & arearum deſcriptiones fiunt magis æquabiles, ſi corpora omnia viribus acceleratricibus, quæ ſunt ut eorum maſſæ directè & quadrata

diſtantiarum inversè, ſe mutuo trahant, (nam hoc eſt agitari perinde atque cætera, poſitâ lege attractionum, quæ in Propoſitione ponitur;) & Orbitæ cujuſque umbilicus collocetur in communi centro gravitatis corporum omnium interiorum, quam ſi corpus maximum quieſcat, & ſtatuatur communis umbilicus Orbitarum omnium.

PROPOSITIO LVII.

Corpora plura, quorum vires acceleratrices ad ſe mutuo ſunt inverſe in duplicata ratione diſtantiarum ab eorundem centris, moveri poſſunt in Ellipſibus circa magnum, & radiis ad illud ductis areas deſcribere temporibus proportionales quamproxime.

Tab. IX. Fig. 9. SUpponantur corpora plura minora P, *p*, π circa magnum aliquod S revolvi: & quoniam omnium commune centrum gravitatis, ab actionibus corporum horum in ſe mutuo, non mutat ſtatum ſuum motûs vel quietis; (ut ſuperius explicatum,) & illa ab omni externa agitatione aut impedimento immunia ſupponimus; quieſcere poterit illud centrum. Si jam ponamus corpora minora P, *p*, π tam parva eſſe reſpectu magni S, ut hoc nunquam diſtet ſenſibiliter à dicto communi gravitatis centro, tum magnum illud S quieſcet quam proxime; minora autem revolventur circa hoc magnum in Ellipſibus, in quorum umbilico communi magnum iſtud locatur: atque ideo, radiis ad illud ductis deſcribent areas temporibus proportionales; niſi quatenus errores inducuntur, vel per aberrationem maximi à communi iſto gravitatis centro, vel per attractiones minorum corporum ad ſe mutuo. Diminui autem poſſunt corpora minora, donec aberratio iſta & attractiones mutuæ ſint datis quibuſvis minores. Et igitur corpora plura moveri poſſunt circa magnum in Ellipſibus, & radiis ad illius centrum ductis areas deſcribere temporibus proportionales, ita ut errores commiſſi

(quomi-

(quominus ſc. iſta exacte fiant,) ſint datis quibuſvis minores; hoc eſt, quamproxime. Quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO LVIII.

Ex actione mutua Solis & cujuſvis Planetæ primarii, Planeta deſcribit Ellipſin, cujus umbilicus eſt commune centrum gravitatis Solis & dicti Planetæ. Ex actione vero Planetarum primariorum in ſe mutuo, cujuſque Orbita eſt quamproxime Ellipſis, cujus umbilicus eſt commune centrum gravitatis Solis omniumque Planetarum ſe inferiorum.

SI Planetæ primarii graves eſſent in Solem; non autem Sol in Planetas, Planeta quiſque deſcriberet Ellipſin circa immotum Solis centrum, ceu umbilicum deſcriptam; ut Prop. XLII. oſtenſum eſt. Et, ſi Planetarum maſſæ prorſus eſſent inſenſibiles reſpectu maſſæ Solis, idem obtineret quamproxime, per præcedentem: & hunc eſſe fere caſum ſyſtematis Solaris liquet ex Prop. XXXIV. Quoniam vero (per Corol. Prop. XLVII.) non tantum Sol gravis eſt in Planetam, ſed etiam Planeta in Solem, & porro Planeta non eſt maſſæ prorſus minimæ reſpectu Solis; Planeta quivis (per Corol. 2. Prop. LI.) deſcribit Ellipſin, cujus umbilicus eſt commune centrum gravitatis Solis & dicti Planetæ: & (per Prop. LIV.) major hujus Ellipſis axis excedit axem majorem Ellipſis, quam Planeta circa immotum Solem eodem vel pari tempore deſcriberet, in ſubtriplicata ratione ſummæ maſſarum Solis & Planetæ ad maſſam Solis.

Porro, quoniam (per prædictum Corol. Prop. XLVII.) Planetæ etiam graves ſunt in ſe mutuo, & Sol iiſdem attractionibus agitatur quibus Planetæ; Mercurius (per Prop. L.) quam proxime deſcribet Ellipſin umbilicum in centro Solis habentem; Venus Ellipſin, cujus focus eſt in communi centro gravitatis Solis & Mercurii: & ita porro, quiſque Primarius deſcribet Ellipſin, cujus focus eſt in

N communi

communi centro gravitatis Solis & omnium ſe inferiorum. Atque hoc modo actiones Planetarum primariorum in ſe mutuo conſiderantur, & ad normam reducuntur.

SECTIO IX.

De *Motu Systematis corporum circa corpus aliud revolventis; quæ omnia ad systema Solis, & Planetarum primariorum & secundariorum applicantur.*

PROPOSITIO LIX.

Syſtematis gravium duorum vel plurium circa ſe mutuo revolventium in Ellipſibus, commune centrum gravitatis moveri poteſt in Ellipſi, aut alia Sectione coni, circa aliud maximum in Ellipſis umbilico poſitum, &, radiis ad umbilicum ductis, areas deſcribere temporibus proportionales quamproxime.

Tab. IX. Fig. 10. Ponamus Syſtema corporum duorum circum ſe mutuo (ut in Cor. 2. Prop. LI.) revolventium, aliudve corporum minorum L, *l*, λ, (modo Prop. LVII. deſcripto) circa magnum P revolventium Syſtema progredi uniformiter in directum, quod fieri poſſe palam eſt; (hoc eſt, ejus centrum gravitatis commune progredi ſecundum rectam puta P R;) & interea vi corporis alterius maximi, & ad magnam diſtantiam poſiti (puta S) urgeri ad latus, & à recta P R retrahi & in curvam P H cogi. Et quoniam æquales vires acceleratrices ſecundum rectas parallelas impreſſæ non mutant ſitum corporum ad ſe invicem; ſed ut Syſtema totum, ſervatis partium motibus inter ſe, ſimul transferatur, efficiunt: manifeſtum eſt quod, ex attractionibus in corpus maximum S, nulla prorſus orietur mutatio motûs attractorum inter ſe, niſi ex attractionum acceleratricium inæqualitate, vel ex inclinati-

clinatione linearum ad ſe invicem, ſecundum quas attractiones fiunt. Augeri vero poteſt corporis maximi diſtantia, donec rectarum ab illo ad corpora Syſtematis moti (nempe magnum P, & minora L, *l*, λ) ductarum differentiæ, reſpectu ipſarum ductarum, & inclinationes ad ſe invicem, minores ſunt quam datæ quævis. Cumque attractiones omnes acceleratrices verſus S, ex hypotheſi gravitatis, ſint reciproce ut quadrata diſtantiarum; hæ (in hoc caſu) differunt à viribus æqualibus, differentiâ minore quâlibet datâ: & ideo perſeverabunt motus partium Syſtematis P cum ſuis L, *l*, λ, inter ſe eodem tenore quo prius, antequam maximum S Syſtema iſtud attraheret; ſaltem errores erunt quibuſlibet datis minores; totumque Syſtema ad modum corporis unius attractum, ſui centro gravitatis, (in quo totum Syſtema gravium P & L, *l*, λ, ut in aliis caſibus phyſicis, unitum & contractum intelligitur;) deſcribet Sectionem conicam, cujus umbilicus eſt S; & radio ad maximum illud ducto areas deſcribet temporibus proportionales: Et errores qui adhuc ſuperſunt, per auctam corporis S diſtantiam, poſſunt pro libitu minui. Moveri ergo poteſt centrum gravitatis Syſtematis corporum P & L, *l*, λ in Ellipſi quamproxime, Q. E. D. *Tab.IX. Fig.10.*

Corollarium I.

Cum Syſtema corporum duorum circum ſe mutuo revolventium, vel corporis magni cum minoribus revolventibus, circa maximum movetur; eo magis turbabitur motus partium Syſtematis inter ſe, quo propius accedit corpus maximum ad dictum Syſtema: propterea quod linearum à corpore maximo ad partes iſtas ductarum major eſt inclinatio, majorque rationis inæqualitas; &, uno verbo, quia magis receditur à caſu ubi perturbatio eſt nulla; nempe quando corpus S infinite diſtat.

Corollarium 2.

Tab. IX. Fig. 10. Unde è contrario, ſi Syſtematis corporis P & minorum revolventium L, *l*, λ partes in Ellipſibus vel Circulis ſine perturbatione inſigni moveantur; manifeſtum eſt, quod eædem à viribus acceleratricibus, ad alia corpora tendentibus, aut non urgentur niſi leviſſime, aut urgentur æqualiter, & ſecundum rectas parallelas quamproxime.

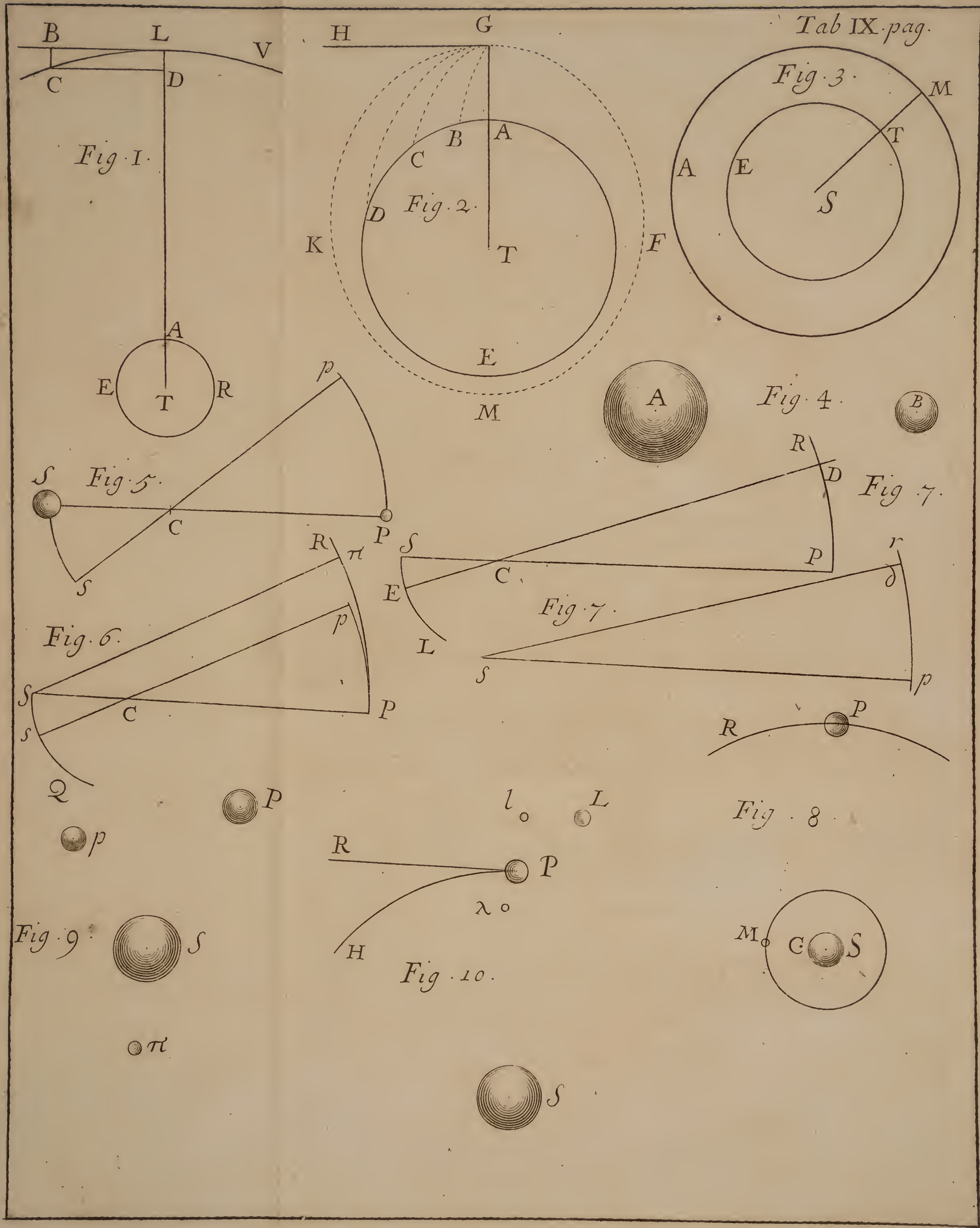
PROPOSITIO LX.

Tab. X. Fig. 1. 2. 3. *Si corpus minus* L *circa magnum* T *revolvatur, (ut in Corol. 2. Prop.* LI. *) & horum Syſtema revolvatur circa maximum* S, *(ut in præcedente,) &, in tribus hiſce corporibus, attractiones acceleratrices binorum quorumcunque in tertium ſint inter ſe reciproce ut quadrata diſtantiarum ab eodem; propoſitum ſit generatim oſtendere Errores à corpore* L *commiſſos, horumque cauſas & rationes; nempe quominus corpus* L, *radio ad* T *ducto, areas deſcribat temporibus proportionales exacte, & percurrat perimetrum Ellipſis, cujus focus alter* T.

QUoniam corpus L nunc magis nunc minus diſtat à corpore S, ſit SK ejus mediocris diſtantia; quæ etiam exponat attractionem acceleratricem corporis L verſus S in iſta media diſtantià. Aſſumatur ad libitum L locus corporis minimi in ſua orbita BCGD: ſumaturque in SL, eave producta, recta SA talis, ut hæc ſit ad SK in duplicata ratione ipſius SK ad SL, quæ proinde exponet attractionem acceleratricem corporis L verſus S, dum in puncto aſſumpto L verſatur; quia, ex hypotheſi, vis acceleratrix in L eſt ad vim acceleratricem in K in duplicata ratione ipſius SK ad SL; hoc eſt, (per conſtructionem,) ut SA ad SK. Jungatur TL, & per A huic parallela ducatur AM, rectæ ST occurens in M.

Corpo-

Tab IX. pag.


Fig. 1.
B L V C D A E T R
Fig. 2.
H G A B C D K T F E M
Fig. 3.
M T A E S
Fig. 4.
A B
Fig. 5.
S C P p s
Fig. 6.
R π p S C P s Q
Fig. 7.
R D S C P E L
Fig. 7.
r ∂ s p
Fig. 8.
R P
Fig. 9.
P p S π
Fig. 10.
l L R P λ H S
M C S

Corporis in L verſus S attractio S A reſolvitur (ut notum eſt) in attractiones A M, M S. Quare corpus L urgebitur vi acceleratrice triplici : unâ tendente ad T, & oriundâ à mutua attractione corporum L & T; hâc vi ſolâ, corpus L, radio L T ad centrum corporis T ducto, deſcriberet areas temporibus proportionales, & percurreret Ellipſin, cujus umbilicus alter eſt in dicto centro. Vis altera, quâ L urgetur, exponitur per A M, eſtque ejus directioni L T parallela; quæ, quoniam tendit ab L ad T, adjuncta vi priori unam cum illa conficiet, quâ fiet, ut areæ radio ad T ducto etiamnum temporibus proportionales deſcribantur, per Corol. I. Prop. LI. At quoniam vis hæc ut A M non eſt quadrato diſtantiæ L T reciproce proportionalis, vis compoſita ex illa & priori talis non erit; ſed ab hac proportione abludet, idque eo magis (cæteris paribus) quo major eſt vis hæc nova per A M repræſentata, quæ priori ſuperadditur. Proinde corpus L quod à compoſita hac vi urgetur, non deſcribet perimetrum Ellipſis, cujus focus eſt T : (ad hoc enim requiritur vis ad T tendens, quæ ſit quadrato diſtantiæ ab illo reciproce proportionalis, per Prop. XXXIX.) ſed faciet ut orbis L G B aberret ab Ellipſi, cui umbilicus T; idque eo magis quo magis aberrat vis hæc compoſita, (quâ L urgetur,) à vi quadrato diſtantiæ à T reciproce proportionali; id eſt, (ut hactenus oſtenſum,) quo major eſt, cæteris paribus, vis ſuperaddita quam refert A M, reſpectu vis primæ quâ L à T attrahitur. Rurſus vis tertia quâ urgetur corpus L, quam exponit recta M S, ſecundum hujus directionem; (nempe ſecundum L F ad M S parallelam) agens, viribus prioribus ſuperaddita componet vim quæ non dirigitur ab L verſus T; ſed ſecundum rectam inde verſus F declinantem magis aut minus, pro ratione tertiæ hujus vis ad ſummam virium priorum. Et ideo, vis integra (ex tribus compoſita) Tab. X. Fig. 1. 2. 3.

Tab. X. Fig. 1. 2. 3

quâ L urgetur, cum ad T non tendat; (per Prop. XI.) faciet ut corpus L, radio L T, areas temporibus non proportionales deſcribat. Atque aberratio ab iſta ſimilitudine rationum inter areas deſcriptas & tempora quibus deſcribuntur tanto erit major, quanto major eſt ratio tertiæ hujus vis ſecundum L F agentis ad vires priores. Porro, ſuperadditio vis hujus tertiæ deformitatem etiam in figuram Ellipticam orbitæ duplici de cauſa inducet, cum quod non dirigitur ab L ad T, tum quod non eſt reciproce proportionalis quadrato diſtantiæ; deformitaſque tanto eſt major, quanto, cæteris paribus, vis hæc M S major eſt. In recta S T (ab S verſus T) ſumatur S N, quæ ſit ad S K in duplicata ratione ipſius S K ad S T; exponetur corporis T attractio acceleratrix verſus S per rectam S N. Si attractiones acceleratrices S M, S N æquales ſint, (ut in fig. 2,) hæ, agendo in corpora T & L æqualiter & ſecundum rectas parallelas, nil mutabunt eorum ſitum ad ſe invicem: ſed, corporibus S & T factis propioribus, ipſorum T & L iidem erunt motus inter ſe, ac ſi iſtæ attractiones prorſus abeſſent. Verum ſi attractio acceleratrix S N minor ſit attractione acceleratrice S M, (ut in fig. 1,) illa, hujuſque pars illi æqualis ſe mutuo (ut in caſu præcedente dictum eſt,) ad eum ſtatum reducent, ac ſi abeſſet utraque, & maneret harum differentia, ſive vis acceleratricis S M pars per M N expoſita; quæ proinde arearum & temporum proportionem, & orbitæ G C B D figuram Ellipticam perturbat. Sin S N excedat S M, (ut in fig. 3,) illarum intervallum M N denotat differentiam illam virium acceleratricium, quâ dictæ arearum deſcriptarum & temporum deſcribendi proportio, & orbitæ G C B D forma Elliptica perturbantur. Et igitur, per attractionem N S, attractio tertia S M ſemper reducitur ad M N, quæ ab M ad N, ſive ab L verſus F, vires ſuas exerit, prioribus viribus prorſus immutatis. Atque hæ ſunt vires generatrices Errorum corporis L Q. E. I.

PRO-

PROPOSITIO LXI.

Iiſdem poſitis, propoſitum ſit corporis minoris L *circa magnum* T *revolventis, non in eodem plano in quo* T *circa maximum* S *revolvitur, Errores quoſdam, ex dictorum planorum inclinatione ortos, eorumque cauſas & rationes exponere.* Tab. X. Fig. 4. 5.

EX Prop. præc. demonſtratione patet Errores omnes corporis L ex viribus per rectas A M, M N repræſentatis oriri. Quia autem harum altera A M agit ſecundum rectam L T, quæ in plano Orbis corporis L jacet, vis ſecundum illius directionem agens motum ipſius L in latitudinem nunquam perturbat.

Porro, ſi talis fuerit orbitæ corporis L ſitus, ut corpus S reperiatur in communi illius ſectione cum plano orbis E T E, quem T deſcribit circa S; (hoc eſt, in phraſi Aſtronomica, ſi Nodi orbitæ ipſius L fuerint in Syzygiis corporis S;) M N etiam in plano orbis corporis L jacet; quippe in communi ſectione: ac proinde vis ſecundum illius directionem agens motus hos non perturbat.

Reliquis manentibus, ſupponatur corporis L orbitæ planum G C B D ad planum S E T inclinatum, ita ut ejus pars C G D ſupra illud elevetur, pars vero C B D infra idem deprimatur; eodem centro T & æquali ſemidiametro, intelligatur circulus C *b* D *g* deſcriptus in plano S E T, & Nodi erunt C & D: ſupponantur hi, ex T ſpectati, aſpectum quadratum cum corpore S obtinere; hoc eſt, ſupponantur anguli S T D, S T C recti. In caſu motûs corporis L per ſemicirculum C G D, (vid. fig. 4.) corporis L vis ut M N, cum directione M N (hoc eſt, ab L ad F) agens trahit corpus ex ſua orbita C G D verſus C *g* D; id eſt, Latitudinem corporis L (à plano C *g* D computatam) minuit: & corpus L, recedendo perpetuo verſus plagam S à plano C G D, uſque dum

Tab. X. Fig. 4. 5. dum perventum fuerit ad Nodum proximum, non tranſit planum E T S ſive C *g* D in puncto in quo illud prius tranſierat, ſed paulo citra illud; Nodumque orbitæ, à ſe nunc deſcriptæ, efficit paululum in antecedentia reſpectu Nodi D orbitæ C G D, quam abſque hâc vi M N deſcripſiſſet. Similiter in tranſitu à Nodo D ad nodum C per ſemicirculum D B C, (cui caſui fig. 5. eſt accommodata,) vis ut M N agens ſecundum directionem M N, ſive ab L verſus F, facit ut corpus L perpetuo recedat ab orbita D B C, aliamque deſcribat ad D *b* C in minori angulo inclinatam, & ut planum D *b* C tranſeat citius quam in C; hoc eſt, quam feciſſet ſi vis M N non adfuiſſet; & hoc pacto fiet novus Nodi locus in antecedentia vergens rurſuſque peragrando orbitæ ſuæ partem C G D verſus conjunctionem cum corpore S, Nodus proximus in antecedentia recedet ut prius.

Fig. 6. Porro, deſignet (oculo nempe in linea Nodorum producta collocato,) S *g* T *b* planum orbis corporis T circa S revolventis, G D B planum orbis corporis L, dum hoc angulo minimo, nempe G D *g* vel B D *b*, ad illud inclinatur; quod contingit (ut hactenus eſt oſtenſum) ubi corpus L ex T viſum eſt in Syzygiis corporis S. Cumque etiam hactenus ſit oſtenſum Nodos orbitæ corporis minimi L vergere in antecedentia; orbita quam corpus L, diſcedens à G ubi ex T viſum conjungebatur cum S, porro deſcribit, occurret ipſi *g* D *b* citra D reſpectu ipſius S, eritque linea G *d*. Et orbita quam deſcribit idem L, diſcedens à B ubi ipſi S opponebatur, nempe B *δ* linea, occurret plano *g* D *b* in *δ*; ſc. ultra D reſpectu ipſius S. Patetque G *d* vel B *δ* lineam angulum majorem cum *g* D *b* continere ad *d* & *δ*, quam eſt ille quem G D vel B D cum eodem *g* D *b* continet; æqualem circiter illi, quem continebat corporis L orbita cum *g* D *b*, quando L proxime in Nodo verſaretur. Nodi igitur in Quadraturis poſiti recedunt, in Syzygiis vero quieſcunt; adeo-

adeoque, ſemper vel retrogradi vel ſtationarii, ſimpliciter recedunt: At in locis intermediis, conditionis utriuſque participes recedunt tardius; & quidem eo tardius quo propiores ſunt Syzygiis. Ubi vero Nodi ſunt in Quadraturis, inclinatio plani orbis corporis L minuitur in tranſitu corporis L à Quadraturis ad Syzygias, & viciſſim augetur in ejuſdem tranſitu à Syzygiis ad Quadraturas: (Nam linearum G *d*, B *δ* partes verſus *d* & *δ* majori angulo inclinantur ad *g* D *b*, quam earum partes verſus G & B; & corporis Orbita ad quodvis momentum cenſenda eſt lineola, quam illud eo momento deſcribit; & Orbis planum illud eſt quod per dictam lineolam, & corporis T centrum traducitur.) Et ideo, corpore L in Syzygiis exiſtente, orbis inclinatio evadit omnium minima, reditque ad priorem magnitudinem circiter, ubi corpus ad Nodum proximum accedit. Atque hi ſunt præcipui Errores ex planorum inclinatione oriundi. Q. E. I. *Tab X. Fig. 6.*

SCHOLIUM.

Hæc eadem obtinent licet L non revolvatur circa T; ſed utrumque T & L circa S tanquam centrum. Nam in hoc caſu extimum T effectus edit corporis S; & S una cum L circum illud revoluto, vices gerit ipſius T & circum-revoluti L in præcedentibus. Demonſtratio enim eadem eſt ſive corpus perturbans moveatur ſive non. *Fig. 7.*

COROLLARIUM.

Iiſdem legibus, quibus corpus L circum T revolvitur, fingamus corpora plura circa idem T ad æquales ab illo diſtantias ferri; deinde ex his multiplicatis & tandem contiguis factis conflari Annulum rotundum & rigidum C B D G corpori T concentricum: & ſingulæ Annuli partes motus ſuos omnes (qui à rigiditate non impediuntur,) ad legem corporis L peragent. Et ideo

O Annuli

Tab. X. Fig. 7. Annuli C B D G Nodi C & D quieſcunt, quando ſunt in Syzygiis corporis S: & extra has movebuntur in antecedentia, velociſſime quidem in Quadraturis, tardius aliis in locis: & Annuli inclinatio mutabitur, (oſcillante ejus axe,) prout de Orbita G C B D oſtenſum eſt in Propoſitione.

Si jam Globus T (eundem habens axem cum Annulo C B D G, & gyros ſuos circa illum axem iiſdem temporibus complens,) concipiatur eouſque auctus, vel Annulus (cæteris manentibus) eouſque diminutus, ut Globus ſuperficiem Annuli contingat interius, eique inhæreat; quippe illo arcte cinctus: Globus T (quem ad impreſſiones omnes ſupponimus prorſus indifferentem) participabit motum Annuli, & utriuſque compages oſcillabitur, & Annuli Nodi (ſive interſectiones ejuſdem cum plano Orbis corporis T circa S) regredientur.

PROPOSITIO LXII.

Fig. 4. 5. *Corpus* L, *radio ad* T *ducto, deſcribet areas temporibus magis proportionales, & figuram ad formam Ellipſis, cujus umbilicus* T, *magis accedentem; ſi* T *eâdem lege, quâ* L, *verſus* S *attrahitur, quam ſi multo minus aut multo magis attrahatur.*

NAm, per præcedentem, perturbatio proportionalitatis arearum & temporum, & deformitas figuræ Orbitæ oriuntur præcipue à vi per M N repræſentata. Et igitur areæ ac tempora ad proportionalitatem, & Orbita G C B D ad figuram Ellipticam tum maxime accedunt, ubi M N vel nulla eſt, vel quam fieri poteſt parva: hoc eſt, ubi corporum L & T attractiones acceleratrices S M, S N (quarum differentia M N) ſunt fere æquales; ſive, quod non multum abludit, ubi corporum L & T attractiones acceleratrices factæ verſus S accedunt, quantum fieri poteſt, ad æqualitatem: (Nam etiam

etiam altera pars attractionis acceleratricis corporis L ad S per S A expoſitæ, nempe A M, quamvis dictam proportionalitatem omnino non turbat, tamen Ellipticam figuram deformem reddit;) id eſt, ubi S N, attractio acceleratrix corporis T verſus S, non eſt nulla; (nam ex ſuperius oſtenſis attractio S M ad minorem M N reducitur per S N attractionem,) neque minor minimâ attractionum omnium S M, (alias M N eſſet in omni ſitu corporis L magna nimis,) ſed inter omnium S M maximam & minimam quaſi media; hoc eſt, non multo major neque multo minor attractione S K. Itaque corpus L radio ad T ducto deſcribet areas temporibus magis proportionales, & figuram ad formam Ellipſis magis accedentem, ſi T eâdem lege, quâ L, verſus S attrahitur, quam ſi multo minus aut multo magis attrahatur. Quod erat demonſtrandum. *Tab. X. Fig. 4. 5.*

Hæc eadem obtinent ſi, reliquis manentibus, corpus L non revolvatur circa T; ſed utrumque T & L circa S. Nam, ut in præcedente dictum eſt, demonſtratio eadem eſt ſive corpus perturbans moveatur ſive non.

SCHOLIUM.

Similiter colligetur quod, ſi Syſtema corporum P & L, *l*, λ circa S revolvatur; (ut in Prop. LIX.) Orbitæ deſcriptæ propius accedent ad Ellipticas, ſi corpora omnia iiſdem attractionum legibus agitentur, quam ſi quovis modo dictæ leges non obtineant: & commune gravitatis centrum corporum P, L, *l*, λ Orbitam deſcribet, cujus umbilicus eſt in communi centro gravitatis corporum omnium interiorum; ut in Corol. Prop. LVI. *Tab. IX. Fig. 10.*

PROPOSITIO LXIII.

Ex actione mutua Telluris & Lunæ, illarum commune centrum gravitatis in Orbe magno circa Solem movetur. Similiter commune centrum gravitatis Jovis ejuſque ſatellitum, & Saturni comitumque Saturniorum, in Orbitis Jovis & Saturni, Prop. LVIII. *definitis, feruntur.*

QUoniam (per Propoſitiones XLVI. & XLVII.) Luna gravis eſt in Terram, & viciſſim Terra in Lunam; Jovis ſatellites in Jovem, & viciſſim Jupiter in ſatellites; Saturni comites in Saturnum, & viciſſim hic in illos; propoſitum patet ex Prop. LIX. Et quoniam (per Corol. Prop. XLVII.) Sol, Planeta quiſque primarius, ejuſque ſecundarii iiſdem attractionum legibus agitantur, ſecundarii cujuſque Orbita eſt proxime Ellipſis umbilicum in primarii centro habens, per præcedentem. Perturbantur autem ſatellitum motus, ut in Propoſitionibus LX. & LXI. oſtenſum eſt, variiſque afficientur inæqualitatibus de quibus infra locis propriis agetur.

PROPOSITIO LXIV.

Tab. X. *Fig.* 8. *Propter Telluris figuram, puncta Æquinoctialia regrediuntur; & Axis Terræ, ſingulis revolutionibus annuis, bis mutat inclinationem ad Eclipticam, & bis redit ad inclinationem priorem.*

PRopoſitione XXXIII. axem Terræ conſideravimus quaſi ſibi perpetuo quam exactiſſime parallelum; quia tunc unius tantum annuæ revolutionis Phænomena erant explicanda, quo temporis ſpatio paralleliſmum ſuum quamproxime conſervat. Verum, propter Telluris figuram Sphæroidem prolatam, ex cauſis Prop. XXXI. indicatis ortam, res paulo aliter ſe habebit. Sit ♈ ♋ ♎ ♑ Orbita Telluris circa Solem ☉, A E B Q ipſa Tellus, cujus

cujus poli A & B, Æquator E Q. Et quoniam (per Prop. XXXI.) Terra eſt figuræ Sphæroideos prolatæ, (depreſſæ ad polos A & B, & verſus æquatorem E Q elevatæ,) erit hæc inſtar Globi Annulo inhærentis: ſupplet enim vicem Annuli iſte materiæ exceſſus in regionibus Æquatoris. Et igitur (per Corol. Prop. LXI.) Annuli hujus Nodi regredientur: hoc eſt, Tellus digreſſa à ♎, (ubi communis interſectio Eclipticæ & terreſtris Æquatoris verſus Solem ☉ dirigitur, ac proinde Sol in Æquatore cœleſti viſus Æquinoctium efficit,) per ♑ verſus ♈, prius ad Nodum ♈ pertinget, quam ad ♈ punctum ipſi ♎ oppoſitum pervenerit: & Tellus ab ♈ per ♋ verſus ♎ progreſſa prius ad novum Nodum ♎ perveniet, quam ad ♎, ubi in priore revolutione erat Nodus: id eſt, Æquatoris Terreſtris planum productum per Solem prius tranſibit, quam Telluris centrum ad ♎ pertingat. Sed tum celebratur Æquinoctium, cum Sol in plano Æquatoris Terreſtris reperitur; (ut fuſe ſupra ad Prop. XXXIII. oſtenſum eſt;) illaque pro punctis Æquinoctialibus recte habentur, in quibus Sol videtur tempore Æquinoctiorum. Quare patet puncta Æquinoctialia, & cum his omnia Eclipticæ puncta quatenus nominibus inſigniuntur, (quippe ab Æquinoctialibus pendentia & inde numerata,) regredi videri, ſive in antecedentia moveri; ſi Stellæ Fixæ pro immotis habeantur. Verum ſi Eclipticæ puncta pro immotis habeantur, Fixæ tantundem in conſequentia moveri cenſebuntur. Tab. X. Fig. 8.

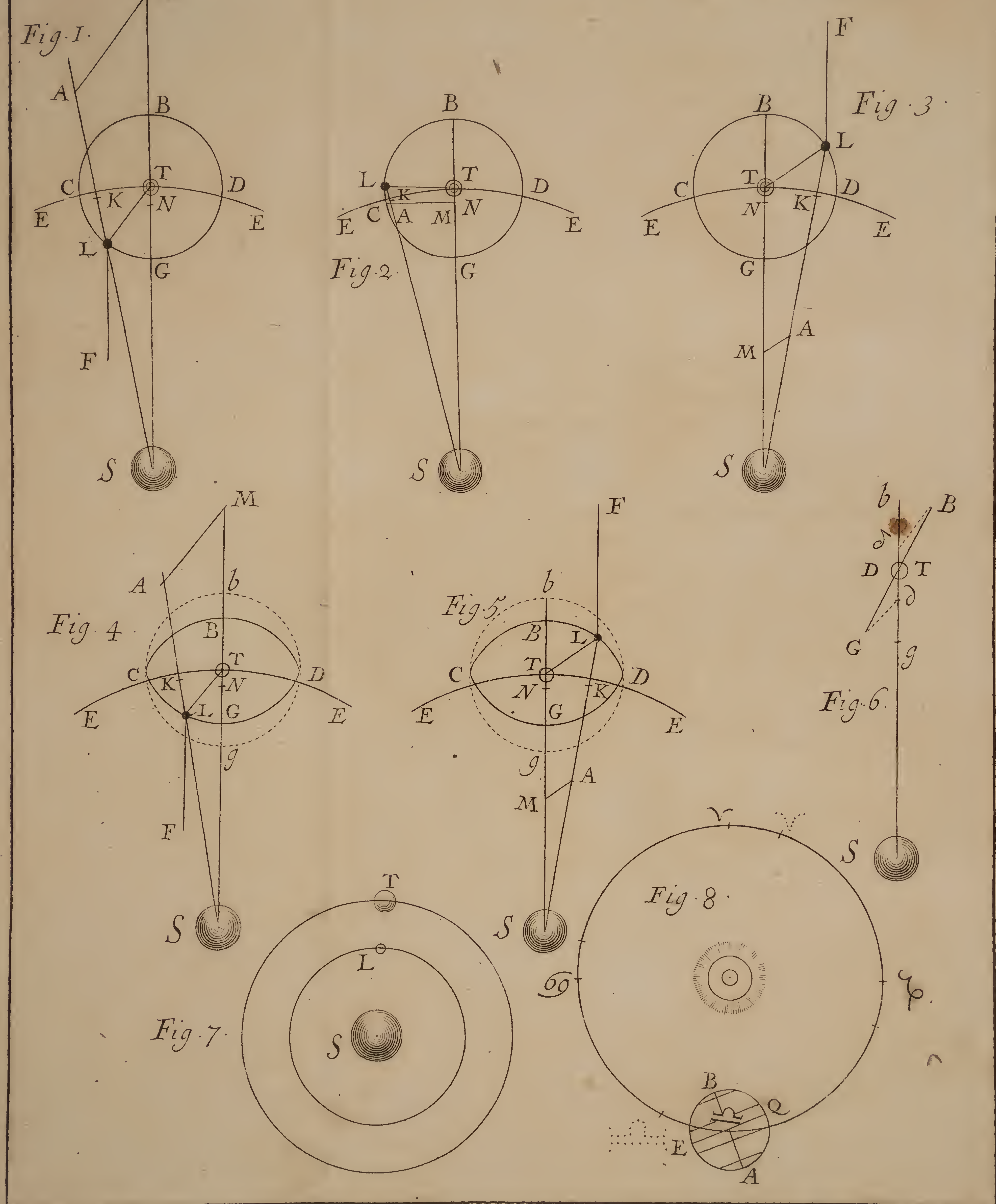
Punctorum Æquinoctialium regreſſus hactenus explicatus ab actione Solis in Annulum Telluri ad Æquatorem circundatum, ſive materiam ad Æquatorem redundantem, procedit; ut Corol. Prop. LXI. oſtenſum eſt: Sed & Lunæ etiam in eundem Annulum magnæ ſunt vires, ut ex Scholio dictæ Prop. LXI. ejuſque Corol. liquet; nam cum hæc in Eclipticæ plano aut non procul ab eo perpetuo hæreat, in eundem cum Sole conſpirabit effectum.

 Porro,

Porro, in ſemi-revolutione Telluris circa Solem à ♎ per ♑ ad ♈, inclinatio Æquatoris ad Eclipticam per Solis actionem minor eſt quam cum Tellus erat in ♎: Eſtque hæc minima cum Terra eſt in ♑, (per Prop. LXI.) Nodis Annuli in Solis Quadrato verſantibus. Et cum Tellus ad ♈, & Nodi ad Solis Syzygias pervenerunt, rurſus reſtituitur præcedens inclinatio: & in tranſitu ab ♈ per ♋ ad ♎, ſimilis dictæ inclinationis imminutio rurſus accidit; ſimulque cum Æquatore Telluris Axis oſcillatur. Axis igitur Terræ, ſingulis revolutionibus annuis, bis mutat inclinationem ad Eclipticam, & bis redit ad inclinationem priorem; quod & ſingulis menſibus periodicis, bis quoque ex actione Lunæ fiet. Oſcillatio vero hæc vix erit ſenſibilis, dum interim regreſſus punctorum Eclipticæ eſt omnibus notus, licet ab iiſdem viribus ortus. Nam, in ſingulis Æquinoctiis, Axis Terræ inclinatio ad Eclipticam redit ad priorem magnitudinem, & decurſu annorum ſenſibilior non evadit: regreſſus vero punctorum Eclipticæ continuo fit verſus anteriora, nec unquam in priſtinum locum reſtituuntur Æquinoctialia puncta, niſi poſt perfectum integrum circulum. Et quæ in uno anno, aut ſemiſſe anni, (quo temporis ſpatio tota inclinationis Axis Terræ mutatio finitur,) inſenſibilis prorſus eſt mutatio, plurium annorum decurſu ſatis fit ſenſibilis; cum ſemper ad eaſdem partes fiat. Propter Telluris igitur figuram, puncta Æquinoctialia regrediuntur, & Axis Terræ ſingulis annis bis mutat inclinationem ad Eclipticam, & bis redit ad inclinationem priorem. Q. E. D.

PRO-

Tab. X. pag.



PROPOSITIO LXV.

Commune centrum gravitatis Solis omniumque Planetarum & Cometarum quieſcit; quod proinde pro centro Syſtematis Solaris, ipſiuſque adeo Mundi, habendum eſt.

DEmonſtratum eſt à Philoſophis Prop. L. citatis, commune gravitatis centrum, ab actionibus corporum in ſe invicem, non mutare ſtatum ſuum motûs vel quietis: ſed Syſtematis corporum plurium eandem eſſe legem atque corporis ſolitarii, quoad perſeverantiam in dicto ſtatu; cum tam illius quam hujus motus progreſſivus per motum centri gravitatis ſit æſtimandus. Syſtematis igitur Solaris commune centrum Gravitatis vel quieſcit, vel movetur uniformiter in directum; ſiquidem, excludendo vim externam, hic eſt ſtatus corporis ſolitarii. Poſterius dici nequit, cum ſic circumjectarum Fixarum aliæ fierent viciniores quam prius, aliæ remotiores; earumque proinde ſitus & ordo decurſu temporis ſenſibiliter mutaretur, contra obſervata. Cumque in præcedentibus oſtenſum ſit Solem, Planetas, & Cometas omnes graves eſſe in ſe mutuo, & proinde perpetuo agitari, (ſolo communi illorum centro gravitatis quieto manente,) patet illorum cujuſvis centrum mobile pro Syſtematis Solaris centro haberi non poſſe, ſed prædictum commune centrum Gravitatis immobile.

Quod ſi non punctum inviſibile prædictum, ſed corpus aliquod inſigne illi maxime propinquum, pro iſtius Syſtematis centro ſit habendum, erit illud Sol; quippe qui, propter ingentem materiæ quantitatem quam præ cæteris continet, à prædicto communi Gravitatis centro vix unquam diſtat ſenſibiliter.

Porro, ſi univerſæ corporum omnium compagi (ſive Mundo) figura competat, limiteſque ſtatuantur; aliud nullum Syſtema potiori jure ejus meditullium vendicat,

quam

quam Solare noſtrum: aliudque igitur nullum centrum, quam ſupra definitum, Mundo convenit. Quod erat demonſtrandum.

SECTIO X.

De Causis & Ratione motus Planetarum a Philosophis adductis.

EXpoſito hactenus Mundi Syſtemate, generatim quidem & quatenus propoſito noſtro hucuſque ſufficit, & motuum magnorum Mundi corporum Causâ explicatâ, analogâ vel potius eâdem (uti decet) cum illa quam apud nos quotidie experimur; Gravitate nempe omnium corporum verſus omnia, cujus eadem eſt Lex atque Gravitatis noſtræ, vel alterius Virtutis cujuſvis naturalis per rectas lineas in uno puncto concurrentes propagatæ; hoc eſt, jactis præcipuis Aſtronomiæ Phyſicæ fundamentis, Ordo poſtulat, ut eorundem effectuum Cauſas & Rationes Phyſicas ab aliis adductas etiam conſideremus, ſimul & diſpiciamus num illæ, æque ac ſuperius explicatæ, quæſito ſatisfaciant. Per cauſas vero, de quibus hic eſt ſermo, non intelligimus ultimas illas, quarum nullæ rurſus ſunt cauſæ; ſed quales apud nos experimur, quarumque vires calculo æſtimare valemus, earumque proprietates, ſicut & aliarum quarumvis quantitatum, geometrice inveſtigare; qualis eſt Lux, ex cujus conſideratione variæ ortæ ſunt ſcientiæ, Optica nempe, Catoptrica & Dioptrica; Gravitas, cujus ſymptomata conſiderat Statica, omniſque ferme Mechanica: quamvis neque Lucis neque Gravitatis rationes ultimas norint iſtarum ſcientiarum cultores, neque olim noſcent.

Duæ ſunt celebriores Sectæ Philoſophiæ hujus Cœleſtis, quæ motûs corporum Mundanorum cauſas explicare conatur; *Kepleriana* nempe & *Carteſiana*: Nam de illa, quæ ſolidos orbes in cœlos invexit & intelligentias illis rotandis

rotandis præfixit, non opus eſt nunc verba facere, cum & parum Philoſophica ſit & à ſuperioris ſæculi Aſtronomis plus ſatis confutata. Utramque breviter deſcribemus, & rationes ſubnectemus cur neutra ſit Cœleſtis, oſtendendo quod corporum, ut Philoſophi illi volunt, motorum non erunt eædem Leges quæ in corporibus Cœleſtibus obtinere deprehenduntur. Et primo quidem *Keplerianam Phyſicam*, *Lib.* IV. *Epit. Aſtr. Copernicanæ* traditam, breviter ſuis plerumque verbis explicabimus.

PROPOSITIO LXVI.

Kepleri *Phyſicam Cœleſtem; ſive Cauſam & Rationem, cur Planetæ in orbibus circa Solem deferuntur, quam adduxit* Jo. Keplerus, *ſummatim & breviter explicare.*

SUmmus hic Aſtronomus vult Solis ingens corpus, cætera immotum, in ipſo rerum exordio ab Omnipotentia creatrice fuiſſe in gyrum actum circa axem poſitione datum; & ne ex inertia materiæ paulatim langueat hic motus, illum perpetuâ vel Creatoris vel Animæ ad hoc deſtinatæ Curâ ſuſtentatum eſſe: quod etiam in Telluris & aliis univerſi globis circa proprios axes rotatis obtinere vult. Sol, gyratione hâc corporis ſui, circumferens ſpeciem ſui Corporis immateriatam per ampliſſima Mundi ſpatia, Planetas illâ prehenſos, more vectis, una circumfert. Species hæc eſt Solis virtus per lineas rectas in omnem Mundi amplitudinem emiſſa, quæ, eo ipſo quod ſpecies eſt corporis, una cum corpore Solis rotatur inſtar rapidiſſimi vorticis, totam illam circuitûs amplitudinem, ad quantamcunque pertingit, æque celeriter pervagans atque Sol circa axem ſe convertit; & proinde Planetam flumini huic quaſi immerſum ſecum vehit. Advertendum porro, præter hanc vim in Sole vectoriam, eſſe etiam naturalem inertiam in Planetis ipſis ad motum, quâ ſit ut inclinati ſint, materiæ ratione, ad manendum

in loco ſuo. Pugnant igitur inter ſe potentia Solis vectoria, & inertia Planetæ materialis. Utraque ſuam partem habet victoriæ; illa Planetam ſede ſua emovet, hæc ſuum, hoc eſt Planetæ corpus, nonnihil eripit è vinculis illis, quibus à Sole erat prehenſum, ut ab alia atque alia circularis hujus virtutis parte apprehendatur: ab ea ſc. quæ proxime ſuccedit illi, ex qua Planeta ſe modo extricaverat. Et quia virtus iſta Planetam vehens, ex corpore Solis effluens, eoſdem imbecilitatis gradus habet in diverſis intervallis quos habet ipſa Lux; potentia hæc vectoria, more illuminationis, decreſcit creſcente diſtantia à Sole: unde Planetam ad majorem à Sole diſtantiam poſitum tardius circumvehet, & proinde illius tempus periodicum, ex hoc capite, majus conſtituet. Porro, cum ſimilis potentia vectoria ex corpore Planetæ cujuſvis, circa axem proprium moti, etiam propagetur; fiet ut hæc Planetas ſecundarios, quos in flumine hoc vorticis immateriati offendit merſos, etiam ſimiliter deferat; qui Primarium ſuum rurſus non deſerent, quippe qui à ſpecie corporis Solaris circa Solem, æque ac primarii, & una cum illis, deferuntur. Atque hiſce ſolis poſitis, patet primarios Planetas circa Solem deferendos in circulis Soli concentricis, in plano circuli in Sole maximi inter Polos medii, & ſecundarios ſimiliter circa ſuos Primarios.

PROPOSITIO LXVII.

Modum, quo ex allatis principiis Keplerus *deducit periodica Planetarum tempora reperiri exactiſſime in proportione ſuorum orbium ſeu circulorum ſeſquialterâ, explicare.*

PRoportionem hanc in corporibus Cœleſtibus obtinere primus obſervavit *Keplerus*, magno Aſtronomiæ veræque Phyſicæ commodo; quod nempe, in rotatione Planetarum primariorum circa Solem, & ſecundariorum circa

circa Primarium quemque, Quadrata temporum periodicorum eandem habeant proportionem quam Cubi ſemidiametrorum ſuorum orbium ſive diſtantiarum à Sole; ſumendo nempe diſtantias mediocres, & abſtrahendo ab excentricitate. Hanc autem ex ſuis principiis modo ſequenti deduxit. Cum Solis potentia vectoria (quâ Planetæ circumducuntur à vortice immateriato ſive flumine ſpeciei Solaris,) more illuminationis decreſcat creſcente diſtantiâ à fonte ſive Sole, (hoc eſt, in ratione duplicata diſtantiæ,) & vires ſuas ſecundum unam dimenſionem (nempe in longum) tantum exerat; Potentia hæc vectoria in hoc effectu producendo (Planetam nempe circumducendo) minuetur in ſimpla tantum ratione diſtantiæ à Sole auctæ: Cumque (ex rationibus archetypicis) ponat moles corporum Planetariorum eandem habere rationem quam habent illorum diſtantiæ à Sole; potentia Solis vectoria æquales vires in unumquemque Planetam circumducendum impendet; nempe tanto majores ob majorem Planetæ molem ſive magnitudinem, in quam ſpecies motoria incurrit, quanto imbecillior eſt virtus motoria in iſta diſtantia, & in eadem ratione; diſtantiæ nimirum à Sole. Rurſus, concinnitate Geometricâ adductus, ſtatuit quantitatem materiæ in Planetis invicem comparatis eſſe in ſubduplicata ratione molis ſive magnitudinis; (atque ita denſitas erit in eadem ſubduplicata magnitudinis ratione inverſa,) hoc eſt, ut ſuperius dictum, in ſubduplicata ratione diſtantiæ à Sole. Cum ergo tempus periodicum in Planeta à Sole remotiore majus ſit quam in viciniore, propter majus iter, (id eſt, majorem Orbitam,) & etiam propter majorem materiæ copiam tranſportandam, (cætera vero æquale, quia æquales vires motorias in illos impenſas eſſe ſupra eſt oſtenſum,) & iter majus ſit in ratione diſtantiæ à Sole, & copia materiæ etiam major in ejuſdem diſtantiæ ratione ſubduplicata; ob utramque ſimul cau-

P 2 ſam,

ſam, remotioris Planetæ majus erit tempus periodicum in ratione ex hiſce compoſita : Sed ratio compoſita ex ſimpla & ſubduplicata eſt ratio ſeſquialtera aut ſeſquiplicata : Quare remotioris Planetæ majus erit tempus periodicum quam vicinioris, in ratione ſeſquiplicata diſtantiarum à Sole; hoc eſt, Quadrata temporum periodicorum ſunt ut Cubi diſtantiarum à Sole. Quæ de ſecundariis circa primarium rotatis ſimiliter intelligenda ſunt.

PROPOSITIO LXVIII.

Cauſas, cur Planetarum Orbitæ Excentricæ ſunt, à Keplero *allatas explicare.*

CUm Planeta quivis ſit corpus Solis corpori cognatum, cujus pars altera (Magnetis more) Soli eſt amica, altera inimica; converſo Solis corpore, convertitur ſimul Virtus etiam illa Solis, quâ Planetam trahit vel repellit, prout pars ejus amica vel inimica Soli obvertitur; quemadmodum Magnete converſo, vis tractoria vel repellens in plagas mundi alias atque alias transfertur. Cumque Sol illâ virtute ſui corporis arripuerit Planetam, ſeu trahens illum, ſeu repellens, ſeu dubius inter utrumque, ſecum etiam circumducit illum; trahendo quippe & repellendo retinet, retinendo circumducit. E Magnetibus quidem noſtris quilibet duas habet plagas diverſæ virtutis, quarum unâ Magnes magnetem alterum ſecundum datam plagam attrahit; alterâ vero eundem repellit. In cœlo res paulo aliter eſt comparata. Sol enim, non unâ plagâ, ſed omnibus ſui corporis partibus, facultatem hanc activam & energeticam poſſidet attrahendi vel repellendi Planetam. Itaque credibile eſt centrum corporis Solaris reſpondere uni extremitati vel plagæ Magnetis; ſuperficiem vero totam alteri Magnetis plagæ, cum totâ hâc & non unâ tantum plagâ Planetam ſecundum datam plagam attrahat vel repellat

Hiſce

Hiſce ſtabilitis, palam eſt Planetæ corpus non in eadem ubique à Sole diſtantia circa Solem delatum iri; ſed dum plagam amicam Soli obvertit, toto illo tempore verſus Solem accedere propius, donec rectæ ſecundum plagam hanc ductæ, (hoc eſt, fibræ ſecundum quas virtus iſta trahens propagatur à Sole,) ſibi fere ubique parallelæ, non amplius ad Solem inclinantur, ſed recta à Sole ad Planetam ducta eſt fibris hiſce normalis: in quo caſu, cum Sol non amplius trahit, attractionis effectus (nempe Planetæ verſus Solem acceſſus) ceſſabit, & Planeta tum in maxima ad Solem propinquitate eſt ſive in Perihelio. Circumducto interim per ſuperius deſcriptam Solis potentiam vectoriam Planetâ, ejus plaga oppoſita & Soli inimica paulatim verſus Solem dirigitur, unde continuo repellitur planeta à Sole; idque tamdiu fiet, donec neutra plaga verſus Solem inclinetur, ſed recta jungens Solem & Planetam fiat iterum ad fibras virtutis normalis; & tunc Planeta in Aphelio reperietur, quippe in maxima diſtantia, ad quam vis Solis repellens Planetam interim circumductum removere poteſt. Atque ope harum fibrarum ſic libratus Planeta, ut in altera Orbitæ ſuæ parte à Sole trahatur, in oppoſita vero inde pellatur, deſcribit Orbitam, circa Solem quidem, at non ut circa ſuum centrum; ſed Soli Excentricam. Rurſus, quia ſpecies corporis Solaris, motum Planetæ concilians, in ampliori circulo tenuior & imbecilior eſt in ratione diſtantiæ à Sole, quatenus hunc effectum producit, (ut in Præc. Prop. oſtenſum eſt,) & interim Planeta ejuſdem maneat molis & denſitatis; quippe idem Planeta: patet celeritatem Planetæ diminui, cæteris paribus, in eadem ratione cum conſtipatione & denſitate virtutis vectoriæ Solis; hoc eſt, in inverſa ratione diſtantiæ à Sole. Porro, virtus Solis Planetam extrudens & trahens, quæ fit ſecundum lineas virtuoſas ex centro Solis exeuntes, & una cum Sole circumeuntes, (ut fit in reliquis ope-

Vide Tab. XI. Fig. 1.

ribus naturalibus,) fortis eſt in ratione ſinûs complementi anguli, quem radius Solis continet cum fibra per quam admittitur virtus Solaris intra Planetam: Et igitur Orbita hæc Excentrica non erit perfectus Circulus, ſed à lateribus paulo anguſtior & compreſſior Ellipſis evadit, cujus umbilicus alter eſt ipſe Sol. Sed & ex iiſdem principiis oſtendit Ellipſin circa Solem in umbilico poſitum ita deſcribi, ut æquales Areæ temporibus æqualibus deſcribantur per radium ad Solem ductum, quem *Vectorem* nuncupat; & univerſaliter areas, quas verrit radius vector, eſſe proportionales temporibus quibus deſcribuntur.

Verum cum fibræ hæ libratoriæ, quarum ope Planetæ in altum librantur, ſibi ſemper in omni Planetæ circumductione quaſi parallelæ maneant, & (per ſupra oſtenſa) ita reſpectu univerſi totius inclinentur, ut cujuſque Planetæ Linea Apſidum perpendicularis ſit fibris hiſce, vel in plano orbis Planetæ vel in ſitu huic parallelo poſitis; cumque nullius è primariis Planetis axis, circa quem motu quaſi diurno rotatur, hanc habeat poſitionem, & nulla alia præter axem hunc, eique parallelas rectas, ſitum eundem reſpectu univerſi conſervet, ſi Planetæ Globus totus ſit ſolidus & unitus; patet *Keplero* neceſſe fuiſſe intra cruſtam hanc Planetæ exteriorem, (cujus axis ſitum datum retinet, quippe circa quem Planeta motu ſuo diurno revolvitur,) globum à cruſta prorſus ſeparatum & diviſum, & ejus motui diurno minime obſequentem ponere, cujus axis & rectæ illi parallelæ fibrarum dictarum *Libratoriarum* vices ſuſtinerent, & ſitum ad hoc opus neceſſarium modo deſcriptum conſervarent; dum interim cruſta exterior, pro Planetæ cujuſque indole, motu diurno ſibi peculiari circumrotatur.

PRO-

PROPOSITIO LXIX.

Cauſas, cur Planetarum Orbitæ ſint ad Eclipticam inclinatæ, à Keplero *adductas explicare.*

IN Phyſica hac *Kepleriana*, in qua nunc verſamur, ſi nullæ ineſſent Planetis fibræ (quales Prop. præc. deſcripſimus) quibus in altum librantur, vel ſi fibræ hæ latus Soli obvertant ; (hoc eſt, neque plagam Soli amicam neque inimicam ;) Planeta quivis in eadem à Sole diſtantia manens perfectum circulum Soli concentricum deſcriberet. Pari modo, Planetæ (viribus hinc ſolummodo ortis agitati) omnes in eodem plano, uniformi & directiſſimo flumine, medio quaſi alveo (ſive circulo inter polos convolutionis Solis medio, *Viâ Regiâ* dicto) circumirent. Cum vero varie hinc inde ab hac Regia via divagentur, oportet effectus hujus cauſam non eſſe abſimilem illi, quâ fit ut navis vento impulſa paulatim ad latus detrudatur, reſpectu lineæ ſecundum quam, per ſolum ventum, moveretur ; per remum ſc. oblique ad puppim religatum, vel gubernaculum obliquo ſitu detentum. In quovis Planeta ſunt fibræ (quas ab officio appellat *Latitudinis*) in plano orbis ſui, vel huic parallelo, perpetuo conſtitutæ, quæque in omni Planetæ converſione aut motu ſibi ipſis ubique parallelæ manent, ita ut, dum Planeta in nodo ſive communi interſectione plani viæ Regiæ cum plano orbis verſatur, fibra Latitudinis media, quæ per Planetæ centrum tranſit, Orbitam tangat ; adeoque fibrarum omnium pars una ad unam viæ Regiæ partem, altera vero ad alteram, extra planum iſtud emineat, inclinata ad illud eodem angulo, quo Planetæ orbis ad viam Regiam. Cum igitur ſpecies corporis Solaris incurrit in fibræ medietatem inſequentem exſtantem, Planetam expellet quorſum tendit an ecedens medietas ; hoc eſt, ſecundum planum Orbitæ Planetæ

dicto propriæ : Cum autem interim fibræ hæ Latitudinis maneant in ſitu ſibi ipſis parallelo per omnem ambitum, hinc fit ut in Planeta, in limite ſive maxima à via Regia remotione poſito, neuter fibrarum terminus antecedat, ſed fibræ velut in profundum hujus fluminis (id eſt, verſus Solem) porrectæ, & impetum latere rectà objecto excipientes, cauſam nullam præbeant ejectionis ulterioris in ullam plagam; quoad in his Limitum punctis permutatio fiat, ut ille fibrarum terminus, qui ante Planetæ appulſum ad Limitem anteceſſiſſet, jam poſt inſequatur, antecedente altero, eoque Planeta rurſum ad viam Regiam accedere incipiat. Loco enim facultatis gubernaculi in nave, vis alia fibrarum multo convenientior Planetæ ineſt; quod, ſicut fibræ, quibus Planeta in altum libratur, naturalem habent potentiam ad retinendum ſitum parallelum in tranſportatione corporis, ſic etiam ineſt fibris Latitudinis, præter ſimilem vim retinendi ſitum parallelum, etiam naturalis potentia agilitatis, ſeu tuendi lineam plane eandem, & ſecundum eam derivandi motum ſibi illatum, in quantum quidem tendit motus in eandem plagam cum altero fibræ extremo. Quoniam vero fibræ hæ Latitudinis diverſæ prorſus ſunt à prius deſcriptis fibris quibus Sol Planetam attrahit & repellit, cum quoad naturam & officium, tum quoad ſitum; quia Latitudinis fibræ ubique ſint parallelæ rectæ Orbitam in nodo cum via Regia tangenti, aliæ vero iſtæ (ex Prop. præced.) parallelæ ſint rectæ eandem Orbitam in Aphelio tangenti: oportet fibras haſce ſecundum *Keplerum* in corporibus diverſis reperiri, dummodo (ex *Kepleri* ſententia) apſides progrediantur & nodi regrediantur, utut lente in Planetis primariis, & extra dubium ſit hoc revera contingere in ſecundariis. Quare neceſſum habuit præter Cruſtam exteriorem fibris inſtructam, quibus axis, circa quem Planeta motu ſuo diurno revolvitur, ſibi in toto Planetæ circuitu circa Solem parallelus conſervatur, & in-

& interiorem Cruſtam (quæ, reſpectu exterioris, nuclei inſtar ſit) ab hac prorſus ſeparatam aliiſque viribus agitatam ponere ; in qua nempe reſideant fibræ, quibus Planeta in altum & profundum libratur : & intra hunc nucleum, ſive potius Cruſtam, alium adhuc interiorem ponere nucleum à ſuperiore media ſeparatum, & aliâ gaudentem periodo, in quo fibræ Latitudinis repanduntur ; cum impoſſibile ſit in eodem ſolido compacto hærere intertextas fibras haſce diverſas, quarum diverſæ ſunt periodi.

PROPOSITIO LXX.

Quæ in ſupra explicata Phyſica Cæleſti Kepleriana *falſa reperiuntur, breviter indicare & refellere.*

CUm *Kepleri* Phyſicam Cœleſtem impugnandam ſuſcipimus, non eo animo illud facimus, quaſi Virum hunc immortalis famæ inter Syſtematum fabricatores & Cauſarum Phyſicarum indagatores vulgares numeremus. Etenim tantum abfuit, ut è contra pene ſolus fuerit (ſi forte Antiquiſſimos quoſdam, ut *Pythagoram* &c. excipias) qui Phyſicam Cœleſtem more Mathematicorum tractavit. Ejus *Rationes Archetypicæ, Concinnitates Geometricæ*, & *Proportiones Harmonicæ* eam oſtendunt ingenii vim, qualem in Scriptoribus Aſtronomiæ Phyſicæve ante illum fruſtra quæras: Adeo ut harum rerum judex idoneus & æſtimator æquus *Jeremias Horoccius*, à *Keplero* ſub ſtudiorum ſuorum Aſtronomicorum initio licet alienus, poſt alios fruſtra tentatos *Kepleri* Doctrinam & Rationes Phyſicas ambabus ulnis amplexus, ſic lectorem ſuum alloquatur: *Licet mihi* Keplerum *ſupra mortales admirari ; licet egregium, diviniſſimum, aut ſi quid majus appellare ; licet denique ſupra totam Philoſophantium ſcholam vel unicum* Keplerum *æſtimare. Hunc ſolum canite Poetæ — Hunc ſolum terite Philoſophi ; de illo certi, habere iſtum omnia,*

qui habet Keplerum. Quid enim majus, quid divinius in hiſce rebus homini accidere potuit, quam ex ſpeculationibus harmonicis proportionem Orbium Planetariorum exactiſſime determinare, quam veriſſimam Planetarum viam circa Solem (Ellipticam nempe) primum detegere, denique quam modum veriſſimum indicare, quo Planeta in ſemita hac incedit; ſc. ut radio ad Solis centrum in Ellipſis umbilico poſitum ducto areas deſcribat temporibus proportionales? Quæ vero in *Kepleri* Mechanica motuum cauſa diſplicent, hæc fere ſunt.

1. Si neque Planetæ plaga amica neque inimica Soli obverſa fuerit, aut ſi Planeta (ob debilitatem fibrarum, quibus in altum & profundum libratur) ita comparatus fuerit, ut à Sole nec attrahatur nec expellatur,) ut in Venere accidit ex *Kepleri* ſententia,) tum à circumrotata Solis ſpecie vult Planetam perfectum deſcribere circulum; cum tamen conſtet corpus, quod non urgetur à vi ad centrum tendente, circuli peripheriam non deſcribere, ſed rectam. Cum ergo Planetarum orbitæ etiam in hoc caſu circulares ſint, patet illas ab alia vi, præter illam ab obverſa plaga amica oriundam, verſus centrum trudi.

2. Dum Planeta à perihelio ad aphelium à Sole aſcendit, plaga Soli inimica ad Solem obvertitur, unde & à Sole repellitur, & in hoc caſu urgetur hâc ſolâ vi, quæ in recta Solem & Planetam jungente dirigitur. In Mechanicis vero notum eſt tantum abeſſe ut Planeta hâc ſolâ vi agitatus deſcribat Ellipſin cui umbilicus eſt Sol, ut curvam è contra deſcriberet verſus Solem convexam. Quare neceſſe eſt ut Planeta, cujus ſemita eſt Ellipſis cui Sol eſt umbilicus, urgeatur, etiam dum à perihelio ad aphelium aſcendit à Sole, à vi ad Solem tendente, cum Ellipſis ſit verſus utrumque umbilicum cava. Toto ergo cœlo aberrat *Keplerus*, dum Planetam vult à Sole repelli in aſcenſu ad aphelium, aut dum Planetam vult neque trahi neque repelli, dum circulum perfectum

Soli

Soli concentricum deſcribit: Niſi enim in utroque caſu trahatur vel alias impellatur verſus Solem, curvam verſus illum cavam non deſcribet: Nam retineri abſque tractione omnino non poteſt.

3. Dum in proportionem orbium Planetariorum inquirit, quædam aſſumit obſervationi plane contraria, utut rationibus archetypicis, quas ſibi imaginatus eſt, ſatis congrua: Nempe quod corporum Planetariorum magnitudines ſunt ut ipſorum diſtantiæ à Sole; quodque eorundem denſitates ſunt inverſe in ſubduplicata ratione magnitudinum. Unde ſequitur quantitatem materiæ in Planetis eſſe directe in ſubduplicata ratione diſtantiarum à Sole: Quippe materiæ quantitas eſt ut magnitudo & denſitas conjunctim. Vulgo autem notum eſt Martem eſſe mole minorem Venere, qui tamen ſecundum *Keplerum* deberet eſſe Veneris duplus; quippe duplo magis à Sole diſtans. Obſervationes produnt Jovis Globum eſſe Saturno majorem, qui tamen fere duplo minor eſſet per prædictam regulam. Potuiſſet tamen ex ſibi notis & à ſe primum detectis, (nempe quod Planetæ via eſt perimeter Ellipſis cujus umbilicorum alter eſt in Solis centro, quam ita percurrit ut radius vector areas verrat temporibus proportionales,) abſque conſideratione magnitudinis & denſitatis Planetarum, geometrice deducere tempora periodica Planetarum, circa commune centrum revolventium, eſſe in ſeſquiplicata ratione majorum axium, ſive diſtantiarum mediocrium à Sole. Verum proportionem Orbium Planetariorum horumque numerum, ex intervallis ad interpoſitionem quinque Corporum Regularium neceſſariis, deduxiſſe *Keplerum* credibile eſt; & tales poſtea magnitudines & denſitates Planetis tribuiſſe, unde eandem hanc proportionem alio ordine exſtrueret.

4. Ut taceam virtutem parum Mechanicam, & Animali vi proximam, quam tribuit Planetarum fibris, quibus in altum librantur, & illis, quibus in latum excurrunt; (hiſ-

ce quidem naturalem potentiam agilitatis, illis vero, in una plaga totius corporis Solaris appetentiam, in altera fugam;) & hinc oriundam Planetæ cujuſvis diviſionem in Corticem, & Nucleum à cortice ſeparatum, & in illius cavitate diversâ periodo libratum, & in quibuſdam Nucleum rurſus hunc interiore nucleo ſimiliter gravidum: Ut inquam ſupradicta parum Mechanica, & à Naturæ more aliena taceam; Syſtema *Kepleri* de modo quo Sol Planetas circumagit, attrahit & repellit, ita conſtitutum eſt, ut primæ fere motûs & Naturæ legi adverſetur, quâ cautum eſt, ut actioni contraria ſemper ſit & æqualis reactio. Nam ſecundum *Keplerum* in Epit. Lib. IV. *Non Planetis ipſis, ſed Soli tantum ineſt Virtus iſta expulſionis & attractionis. Et licet vis Solis tractoria & repulſoria porrigatur ad Planetas, Planetæ vis ſimilis non porrigitur ad Solem.* Si enim hoc fieret, agnoſcit quod *Sol à Planetis in proportione corporum converſa, ſitu ſuo, quem habet in centro mundi, emoveri, vel ſaltem titubare deberet, jam huc jam illuc protractus, prout multi Planetæ ab uno latere, ſimili inter ſe facultate, in Solem ingruerint. Hoc vero modis omnibus effugit, negatâ mutuâ attractione & expulſione.* Oblitus erat *Keplerus* veræ doctrinæ de Gravitate, quam ante XI. annos in *Introductione ad Commentarios in Stellam Martis* ſtabilivit, hiſce axiomatibus fultam: *Quod gravitas eſt affectio corporea mutua inter cognata corpora ad unitionem ſeu conjunctionem. Duo corpora non impedita coirent loco intermedio, quodlibet accedens ad alterum tanto intervallo, quanta eſt alterius moles in comparatione; adeoque ſi Luna & Terra non retinerentur; quælibet in ſuo circuitu, Terra aſcenderet ad Lunam quinquageſimâ quartâ parte intervalli; Luna deſcenderet ad Terram 53. circiter partibus intervalli, ibique jungerentur; poſito tamen quod ſubſtantiâ utriuſque ſit ejuſdem denſitatis. Quod Luna prolectat aquas terreſtres; unde ſit fluxus, ubi ſunt latiſſimi alvei Oceani, aquiſque ſpacioſa reciprocandi libertas.*

libertas. Et ſi Terra ceſſaret attrahere ad ſe aquas ſuas, aquæ marinæ elevarentur & in corpus Lunæ influerent. Neque ſe audivit reſpondentem & obviam euntem incommodis ſupra recenſitis titubationis Solis ejuſque emotionis à centro mundi, dum ſic ait: *Nam tanta eſt moles, tanta denſitas in materia corporis Solaris, tanta ejus vis attrahendi pellendique, tanta viciſſim exilitas & Planetæ, & renitentiæ ejus, ut Sol de ſtatu ſuo nihil periclitetur.*

Ex ſupra traditis patet, quam parùm abſuerit inclytus hic Philoſophus & Aſtronomus à veræ Phyſicæ Cœleſtis inventione, (qui etiam in *Epit. Aſtr. Lib.* v. §. 1. dixerat, *Ut Sol trahit Planetam, ſic Terra trahit corpora; ob quem tractum corpora dicuntur gravia,*) quantaque ad hanc auxilia contulerit, quamque recte vaticinatus fuerit, dum ait, *Veriſſimæ cauſæ, & quantitates, & plagæ motuum Apſidum, & Nodorum Planetarum, & reliqua hujuſmodi latent in pandectis ævi ſequentis, non ante diſcenda, quam librum hunc Deus Arbiter ſeculorum recluſerit mortalibus.*

PROPOSITIO LXXI.

Carteſii *Phyſicam Cœleſtem, ſive Cauſam & Rationem cur Planetæ in orbibus circa Solem deferuntur, quam* Renatus Des Cartes *commentus eſt, ſummatim & breviter explicare.*

QUi Phyſicas motuum Cœleſtium cauſas eruere ſunt conati, ad unum fere omnes illas à Sole petunt. Nam numeros fere omnes probabilitatis implent Solis in ſuo ſpatio rotatio circa axem immobilem, in plagam eandem in quam omnes Planetæ ſequuntur, & periodo quidem breviore quam illi proximus Mercurius, ſed Planeta quivis periodo majori quo à Sole remotior; & Planetarum etiam primariorum rotatio circa proprios axes; & ſecundariorum circa hos rurſus primarios, ſicut primario-

rum circa Solem: omnes verſus eandem plagam, & in eodem fere plano. Phænomena enim hæc altâ velut voce exclamant, vel omnem hunc primariorum Planetarum motum à motu Solis oriri, vel ſaltem tam hunc quam illum ab una communi cauſa dependere. Hinc factum eſt, ut Philoſophorum multi Planetas ab æthere, circa Solem ad modum Vorticis ſive turbinis agitato, deferri exiſtimarint; idque diu ante *Carteſii*, immo ante *Epicuri*, tempora. Verum *Keplerus*, qui Aſtrorum motus perſpectiores habebat, ſatis videbat illos ab hujuſmodi Vorticibus corporeis non deferri: Quippe ſi Planetæ, materiæ Vorticis innatantes & in illa quaſi quieti, ſimul cum partibus Vorticis circumferrentur; videbat illos perfectos deſcripturos circulos, aliaſque ſortituros periodos, pro ratione diſtantiæ à centro, quam quæ illis ex obſervatis competunt. Maluit ergo ſpeciem corporis Solaris immateriatam loco materiæ in Vorticem circumrotatæ ſubſtituere, hanc ipſam interim *Vorticis & Fluminis Cæleſtis* nomine indigitans. Poſtea vero *Carteſius*, minutias & obſervationes Aſtronomicas ſuſque deque habens & Mundum ſuo more condere certus, Vortices poſtliminio reduxit; popularem utique & Philoſopho aptum modum ſtellarum motus repræſentandi. Et quamxis Vortices fuerint ab aliis ante *Carteſium* in Cœlos introducti, & à multis poſt illum adhibiti & in alios uſus detorti, *Carteſii* tamen nomen retinent. Hocce ergo ſyſtema, quatenus propoſitum noſtrum attingit, ex ipſius *Carteſii* verbis, *Parte tertia Principiorum Philoſophiæ*, breviter deſcribemus.

Supponit *Carteſius* omnem illam materiam, ex qua hic mundus aſpectabilis eſt compoſitus, fuiſſe initio à Deo diviſam in particulas quamproxime inter ſe æquales, & magnitudine mediocres, & æqualiter fuiſſe motas, tum ſingulas circa propria ſua centra, & ſeparatim à ſe mutuo, ita ut corpus fluidum componerent; tum etiam plures circa alia quædam puncta æque à ſe mutuo remota, ſicque

que varios Vortices componerent. Poſtea particulas haſce æquales, inteſtino motu attritas, reſolvit in globulos diverſæ magnitudinis, quas omnes ſecundi elementi vocat; & fluidum quoddam ex partibus irregularibus minutiſſimis ab angulis globulorum detritis & maximâ celeritate in omnes partes motis conſtans, quod materiam primi elementi dicit. Cumque hujus major ſuppeteret copia, quam quæ interſtitiis globulorum implendis ſufficeret, reliqua verſus centrum detrudebatur à globulis à centro, ex motu circulari, recedentibus, ibique in corpus ſphæricum collecta corpus Solis cujuſdam in cujuſvis Vorticis centro conſtituit. Præter motum æqualem, particulis circa centrum Vorticis primitus impreſſum, Sol, modo in Vorticis centro genitus, & in eandem partem cum reliqua Vorticis materia circa ſuum axem revolutus, & ſemper aliquid ſui per anguſtos meatus qui ſunt inter globulos ſecundi elementi verſus Eclipticam, ſive circulum inter polos medium, emittens, (tantundem à vicinis Vorticibus ad polos recipiens,) vim habet ſecum rapiendi globulos iſtos; viciniores quidem celerius, remotiores autem tardius. Cum autem inferiores globuli materiæ cœleſtis celerius moveantur quam ſuperiores, debent etiam eſſe minores. Si enim eſſent majores vel æquales, hoc ipſo haberent plus virium, ideoque ex vi centrifuga ſuperiores evaderent. Atque hæc omnia in quovis Vortice ita ſe habebunt (ut dictum eſt) uſque ad certum terminum, ultra quem globuli ſuperiores inferioribus celerius moventur, & quantum ad magnitudinem ſunt æquales. Terminum hunc in Solis Vortice circa Saturni orbem aut paulo ultra conſtituit.

Hiſce poſitis, ſi contingat ſidus aliquod, quod in centro ſui Vorticis poſitum Solis vicem gerit, maculis obvolutum atque ſic debilitatum à Vortice Solis vicino devictum abripi; ſi ſidus hoc minoris agitationis ſit capax, ſive minus habeat ſoliditatis, quam globuli ſecundi elementi,

menti,

menti, qui ſunt verſus circumferentiam noſtri Cœli, ſed tamen aliquanto plus quam aliqui ex iis qui ſunt verſus Solem; intelligemus ſidus illud, ſtatim atque à Vortice Solis abreptum eſt, continuo verſus ejus centrum deſcendere debere, donec devenerit ad eos globulos Cœleſtes, quibus in ſoliditate, ſive in aptitudine ad perſeverandum in ſuo motu per rectas lineas, eſt æquale. Cumque tandem ibi erit, non amplius ad Solem magis accedet, neque etiam ab eo recedet, niſi quatenus ab aliquibus aliis cauſis inferius recenſendis nonnihil hinc inde propelletur; ſed inter iſtos globulos Cœleſtes libratum, circa Solem aſſidue gyrabit, & erit Planeta. Horum igitur unuſquiſque quieſcit in ea Cœli regione, in qua verſatur: Et omnis variatio ſitûs, quæ in illis obſervatur, ex eo tantum procedit, quod omnis materia Cœli, quæ illos continet, moveatur. Secundum hoc igitur Syſtema nihil vetat quo minus arbitremur ſpatium, in quo jam unicus Vortex Solis continetur, initio in ſeptemdecim pluresve Vortices fuiſſe diviſum; eoſque ita fuiſſe diſpoſitos, ut ſidera, quæ in centris ſuis habebant, multis paulatim maculis tegerentur, & deinde iſti Vortices alii ab aliis deſtruerentur, unus citius, alius tardius, pro diverſo eorum ſitu. Adeo ut cum illi quatuor, in quorum centris erant Sol, Terra, Jupiter & Saturnus, cæteris eſſent majores, ſidera quæ in centris quinque minorum Saturnum circumſtantium verſabantur, verſus Saturnum delapſa ſint; & quæ in centris quatuor aliorum Jovi vicinorum verſus Jovem; & ſimiliter Luna Telluri vicina verſus Terram; & poſtea Mercurius, Venus, Terra cum Luna, & Mars (quæ ſidera etiam ſingula ſuum Vorticem prius habuerunt) verſus Solem; ac tandem etiam Jupiter & Saturnus, una cum minoribus ſideribus iis adjunctis, confluxerint verſus eundem Solem ipſis multo majorem, poſtquam eorum Vortices fuerunt abſumpti: Sidera autem reliquorum Vorticum, ſi unquam plura fuerint

quam

quam ſeptemdecim in hoc ſpatio, in Cometas abierint, in recta fere linea de Vortice in Vorticem trajicientes, & nunquam in orbem revertentes. Sicque jam videntes primarios Planetas ad diverſas diſtantias circa Solem deferri, judicabimus id ex eo contingere, quod eorum qui Soli viciniores ſunt, ſoliditas ſit minor quam remotiorum: Atque hinc etiam fieri, quod ſemper eadem pars Lunæ ſit Terræ obverſa, vel certe non multum ab ea deflectat, quia alia ejus pars, à Terra averſa, aliquanto eſt ſolidior, & ideo Terram circumeundo majorem ambitum debet percurrere. Et videntes inferiores ex iſtis Planetis altioribus celerius in orbem ferri, putabimus id ex eo fieri, quod materia primi elementi, quæ Solem componit, celerrime gyrando viciniores cœli partes, iiſque innatantes & in iis relative quieſcentes Planetas, magis ſecum abripiat quam remotiores. Jupiter autem, Terra &c. circa proprios axes vertuntur, quia antea erant ſidera lucida in aliquorum Vorticum centris conſiſtentia, & ibi proculdubio noſtri Solis inſtar gyrantia; & nunc materia primi elementi in eorum centris congregata ſimiles adhuc motus habet, ipſoſque impellit.

Denique non putandum eſt omnia centra Planetarum accurate in eodem plano ſemper conſiſtere, nec circulos, quos deſcribunt, eſſe omnino perfectos; ſed ut in omnibus aliis rebus naturalibus contingere videmus, iſta tantum præterpropter talia eſſe, ac etiam labentibus ſæculis continuo mutari. Cum enim omnia corpora, quæ ſunt in univerſo, contigua ſint, atque in ſe mutuo agant, motus uniuſcujuſque à motibus aliorum omnium dependet, atque ideo innumeris modis variatur. Unde quamvis omnes Planetæ motus circulares ſemper affectent, nullos tamen perfectos circulos unquam deſcribent; ſed modis omnibus tam in longitudinem quam in latitudinem ſemper aliquantulum aberrabunt.

PROPOSITIO LXXII. LEMMA.

Si circa eundem axem revolvantur corpora duo in eadem ab axe diſtantia, atque etiam alia duo ſimiliter in alia quavis diſtantia; dico rationem differentiæ motûs angularis priorum corporum ad differentiam motûs angularis poſteriorum componi ex ratione tranſlationis corporum priorum à ſe invicem ad tranſlationem poſteriorum à ſe invicem, & ratione diſtantiæ poſteriorum ab axe ad diſtantiam priorum ab eodem.

M*Otus angularis* dicitur is, quo conficitur angulus ad axem circa quem fit motus: Unde illa dicuntur habere eundem vel æqualem motum angularem, quæ, in quantumvis inæquali diſtantia ab axe poſita, æquales angulos ad axem eodem tempore vel temporibus æqualibus conficiunt: Et differentia motuum angularium eſt differentia angulorum ad axem à mobilibus ſimul confectorum.

Tab. XI. Fig. 2. Sint in eadem diſtantia ab S axe motûs bina corpora contigua A & B; item alia bina C & D. Moveantur poſtea utcunque, & à ſe invicem ſeparentur; nempe A in α, & eodem tempore B in β, C in γ, & D in δ. Patet jam (ex Prop. XXXIII. Elem. 6.) differentiam motuum angularium binorum corporum A & B (nimirum angulum α S β) eſſe ad differentiam motuum angularium binorum C & D (hoc eſt, angulum δ S γ) ſicut tranſlatio priorum duorum à ſe invicem (ſive via, quâ alterum ab altero transfertur, nempe $\alpha\,\beta$) ad $\delta\,\gamma$ tranſlationem duorum poſteriorum; hoc eſt, ſi diſtantiæ ſint æquales, tranſlationes ſunt ut differentiæ motuum angularium. Rurſus, ſi in diſtantiis ab axe S utcunque inæqualibus, corpora contigua bina A & B, atque alia bina E & F, ita moveantur in loca α, β, & ϵ, φ, ut differentiæ motuum angularium (ſc, anguli α S β, ϵ S φ) ſint

ſint æquales; erunt (per Prop. XXXIII. Elem. 6.) tranſlationes α , ε φ ut diſtantiæ S A, S E. Adeoque (per Prop. XXIII. Elem. 6.) ſi neque diſtantiæ ab axe, neque differentiæ motuum angularium fuerint æquales; ratio tranſlationum componetur ex ratione differentiarum motuum angularium, & ratione diſtantiarum ab axe: Et ideo (auferendo ab utraque parte rationem diſtantiarum ab axe) ratio differentiarum motuum angularium componitur ex directa ratione tranſlationum corporum à ſe invicem & inverſa ratione diſtantiarum ab axe motûs. Q. E. D.

PROPOSITIO LXXIII. LEMMA.

Si curva D C E *ſit ita verſus rectam* A E, *infinite verſus* E *productam, relata, ut demiſſa ex quovis curvæ puncto ad* A E *recta perpendicularis* C B *ſit reciproce ut cubus rectæ* A B *interceptæ inter* B *&* A *punctum in recta* E A *datum; erit ſpatium interminatum* B C E E, *inter rectas* C B, B E *& curvam* C E *comprehenſum, inverſe ut quadratum rectæ* A B. Tab. XI. Fig. 3.

VOcetur A B, X; B C, Y: & quoniam Y eſt ut $\frac{1}{X^3}$; erit Y $=$ $\frac{1}{X^3}$ ductæ in conſtantem quandam ſive invariatam quantitatem; ſit hæc a^4, ut obſervetur lex homogeneorum: hoc eſt, $Y = \frac{a^4}{X^3}$; ſive $Y = a^4 X^{-3}$. Adeoque ſumma omnium Y (ſive quantitas fluens cujus fluxio eſt Y, ejuſve valor $a^4 X^{-3}$) erit $-2 a^4 X^{-2}$: hoc eſt, ut Geometris notum, area ad alteras rectæ B C partes jacens, nempe area B C E E, æqualis eſt $\frac{2a^4}{X^2}$. Et, quia $2a^4$ eſt quantitas data, eſt area B C E E ut $\frac{1}{X^2}$; hoc eſt, inverſe ut quadratum rectæ A B: ſive area B C E E ad aream *b c* E E ſicut A *b q* ad A B *q*. Q. E. D. R 2

PROPOSITIO LXXIV. LEMMA.

Si Corporum duorum contiguorum unum ſuper alterum gliſcat, & idem fiat in aliis duobus corporibus, eâdem Vi atque priora verſus ſe invicem preſſis; dico impreſſionem factam à frictione priorum in ſe mutuo eſſe ad ſimilem impreſſionem poſteriorum in ratione compoſita ex ratione tranſlationis priorum ad tranſlationem poſteriorum, & ratione ſuperficiei, quâ priora ſe mutuo contingunt, ad ſuperficiem, quâ poſteriora ſe mutuo contingunt; nempe in quibus impreſſiones fiunt.

SI ſuperficies contiguæ eſſent perfecte lubricæ, nulla foret corporum impreſſio in ſe mutuo, dum gliſcunt. Patet vero ſuppoſitionem maxime naturalem eſſe, quod reſiſtentia, quæ oritur ex defectu lubricitatis partium, eſt (cæteris paribus) proportionalis velocitati quâ partes ſeparantur à ſe invicem; hoc eſt, ſi ſuperficies contiguæ æquales fuerint, quod reſiſtentia, & hinc orta impreſſio corporum in ſe mutuo, proportionalis eſt velocitati relativæ; ſive huic, in dato tempore, proportionali tranſlationi corporum. Quod ſi tranſlationes (ſive velocitates quibus corpora ſeparantur ab invicem) fuerint æquales, reſiſtentiæ ſive impreſſiones ſunt inter ſe ut ſuperficies in quibus corpora bina & bina ſe contingunt. Et igitur, cum neque ſuperficies, neque tranſlationes æquantur; ſed reliqua omnia, (ut vis corpora verſus ſe invicem premens, defectus lubricitatis &c.,) erunt impreſſiones, quas corpora bina & bina in ſe mutuo faciunt, in ratione compoſita ex ratione ſuperficierum contiguarum & ratione tranſlationum ab invicem. Q. E. D.

PROPOSITIO LXXV.

Si ſphæra ſolida in fluido uniformi & infinito, circa axem poſitione datum, uniformi cum motu revolvatur, & ab hujus impulſu ſolo agatur fluidum in orbem, perſeveret autem fluidi pars unaquæque uniformiter in motu; dico quod tempora periodica partium fluidi erunt ut quadrata diſtantiarum a centro ſphæræ.

Deſignet A E H ſphæram uniformiter circa axem S rotatam Fluidum infinitum ſphæræ undique circumfuſum diviſum intelligatur in orbes innumeros concentricos ejuſdem craſſitudinis, quorum quivis per ſe ſpectatus ſolidus eſt; hi vero deſignentur per circulos B F K, C G L, D M N, &c. Quoniam fluidum ſic diviſum homogeneum ponitur; (hoc eſt, omnes ejus partes æqualiter compreſſæ;) impreſſiones contiguorum orbium in ſe mutuo factæ erunt (per Lem. præc.) ut eorum tranſlationes ab invicem, & ſuperficies contiguæ in quibus impreſſiones fiunt conjunctim. Si impreſſio in orbem aliquem major eſt vel minor ex parte concava, quam ex parte convexa, prævalebit impreſſio fortior, & velocitatem orbis vel accelerabit vel retardabit, prout in eandem plagam cum ipſius motu, vel in contrariam dirigitur. Proinde, quoniam (ex hypotheſi) fluidum in motu ſuo uniformiter perſeverat, impreſſiones ex utraque parte cujuſque orbis, in plagas contrarias factæ, æquales ſunt; & ideo ratio quæ æqualis eſt rationi impreſſionum (nimirum ratio compoſita ex rationibus tranſlationum & ſuperficierum contiguarum) eſt etiam ratio æqualitatis. Unde tranſlationes ſunt reciproce ut ſuperficies contiguæ; hoc eſt, reciproce ut quadrata diſtantiarum à centro: Sed (per Prop. LXXII.) differentiæ motuum angularium ſunt ut tranſlationes directe, & diſtantiæ à motûs centro inverſe: Et igitur dictæ differen- *Tab. XI. Fig. 4.*

tiæ motuum angularium orbium concentricorum ſunt reciproce ut quadrata diſtantiarum à centro, & reciproce ut diſtantiæ à centro conjunctim; hoc eſt, reciproce ut cubi diſtantiarum à centro. Ergo, ſi ex omnibus punctis rectæ S Z ex centro eductæ, ubi ſuperficies contiguæ orbium concentricorum illam ſecant, (nempe A, B, C, D, &c.) erigantur ad S Z normales A *a*, B *b*, C *c*, D *d*, cubis ipſarum S A, S B, S C, S D, &c. reciproce proportionales; erunt hæ ordinatæ reſpective ut prædictæ differentiæ motuum augularium reſpectivorum orbium concentricorum, & ſummæ harum ordinatarum ut ſummæ dictarum differentiarum; hoc eſt, (cum orbis extimus ſeu infinite diſſitus omnino non moveatur,) ut motus toti angulares. Si jam craſſitudo orbium minuatur in infinitum, (quomodo circumfuſum medium eatenus fit uniformiter fluidum,) ſummæ prædictarum ordinatarum fient areæ A Z *a*, B Z *b*, C Z *c*, D Z *d*, &c. Adeoque motus toti angulares orbium B F K, C G L, D M N, &c. ſunt ut areæ B Z *b*, C Z *c*, D Z *d*, &c. reſpective. In figura vero A Z *a* ordinatæ B *b*, C *c*, D *d*, &c. ſunt reciproce ut cubi rectarum S B, S C, S D, &c. Unde (per Prop. LXXIII.) areæ B Z *b*, C Z *c*, D Z *d*, &c. ſunt inverſe ut quadrata rectarum S B, S C, S D, &c. Et ideo, motus angulares orbium B F K, C G L, D M N, &c. ſunt inverſe ut quadrata ſuarum ſemidiametrorum S B, S C, S D, &c. Sed tempora periodica ſunt motibus angularibus reciproce proportionalia: Ergo tempora periodica orbium B F K, C G L, D M N, &c. ſunt in ratione directa (quippe reciproca inverſæ) quadratorum ſuarum diſtantiarum à centro S; nempe rectarum S B, S C, S D, &c. Adeoque patet propoſitio, ſi medium ſphæræ circumfuſum conſtare intelligatur ex innumeris ſolidis orbibus tenuiſſimis concentricis. Si vero ductæ intelligantur infinitæ rectæ quamplurimæ continentes cum axe angulos æqualibus exceſſi-

Tab. XI. Fig. 4.

bus

bus ſe mutuo ſuperantes, & his rectis circa axem revolutis, & ſuperficies conicas deſcribentibus, concipiantur orbes in annulos innumeros ſecti; annulus unuſquiſque habebit annulos quatuor ſibi contiguos, unum interiorem, alium exteriorem, & duos laterales, ex eodem orbe reſectos. Attritu interioris & exterioris nequit intermedius aliter moveri quam prius ante ſectos orbes: alioquin partes fluidi non perſeverarent in motu ſuo uniformiter; ſed medius iſte in motu ſuo acceleraretur vel retardaretur, (ut prius de orbibus integris oſtenſum,) contra hypotheſin. Et propterea annulorum ſeries quælibet, à ſolida ſphæra centrali in infinitum rectà pergens, & inter duas proximas ſuperficies conicas comprehenſa, movebitur eodem prorſus modo quo hæ ipſæ movebantur ante diviſionem orbium in annulos; niſi quatenus quiſque in hac ſerie annulus impeditur ab attritu annulorum ad latera. Hic vero attritus nullus eſt, quia annuli omnes à media ſphæra ſolida æqualiter diſtantes, (hoc eſt, ex eodem orbe reſecti,) eodem tempore revolvuntur: Nam ſi hoc non fieret, ſed qui verſus polos citius vel tardius circuitus ſuos abſolverent, quam qui ſunt verſus circulum inter polos medium; tardiores ex attritu mutuo incitarentur & velociores retardarentur, contra hypotheſin, quâ ſuppoſuimus fluidum perſeverare in motu ſuo uniformiter. Cum ergo annulorum omnium, in eadem diſtantia à centro, idem ſit tempus periodicum, revolventur ſimiliter ac ſi ex orbe ſolido nondum eſſent reſecti; hoc eſt, abſque attritu: & ideo eadem lex etiam in hoc caſu orbium in annulos reſectorum obtinet, quæ prius obtinebat ante orbium diviſionem; hoc eſt, annulorum ſingulorum tempora periodica erunt ut quadrata diſtantiarum ipſorum à centro mediæ ſphæræ ſolidæ.

Dividatur jam annulus unuſquiſque, ſectionibus tranſverſis, in particulas innumeras conſtituentes fluidum abſolute & uniformiter tale: Et quoniam hæ ſectiones non

ſpectant

ſpectant ad legem motus circularis, ſed ad conſtitutionem fluidi ſolummodo conducunt; perſeverabit motus circularis ut prius. His diviſionibus annuli omnes quam minimi aſperitatem & vim attritûs mutui aut non mutabunt, aut mutabunt æqualiter: & manente cauſarum proportione manebit effectuum proportio; hoc eſt, proportio motuum & temporum periodicorum ut prius. Et igitur partium ſingularum, in ſupra deſcripto Vortice, tempora periodica erunt ut quadrata diſtantiarum à centro Vorticis. Q. E. D.

Corollarium I.

Si major ſit reſiſtentia partium Vorticis in majore à centro diſtantia quam in minore, vel ob majorem craſſitiem vel minorem fluiditatem particularum fluidum conſtituentium, vel ob aliam quamlibet cauſam; tum ſegnius movebuntur partes Vorticis à centro remotiores, quam pro ratione ſuperius in Propoſitione ſtabilita: hoc eſt, tempus periodicum partium Vorticis à centro remotiorum erit ad tempus periodicum partium centro viciniorum in majore quam duplicata ratione diſtantiarum iſtarum particularum à centro.

Corollarium 2.

Si Vortex non extendatur in infinitum, ſed fluidum in Vorticem circumactum contineatur vaſe rigido violenter detento, diverſæ figuræ à ſphærica globo centrali concentrica; movebuntur Vorticis particulæ, non in circulorum peripheriis globo circumagenti concentricis, ſed in lineis fere conformibus vaſis figuræ; & tempora periodica erunt ut quadrata mediocrium diſtantiarum à centro quamproxime.

PRO-

Tab XI. pag.

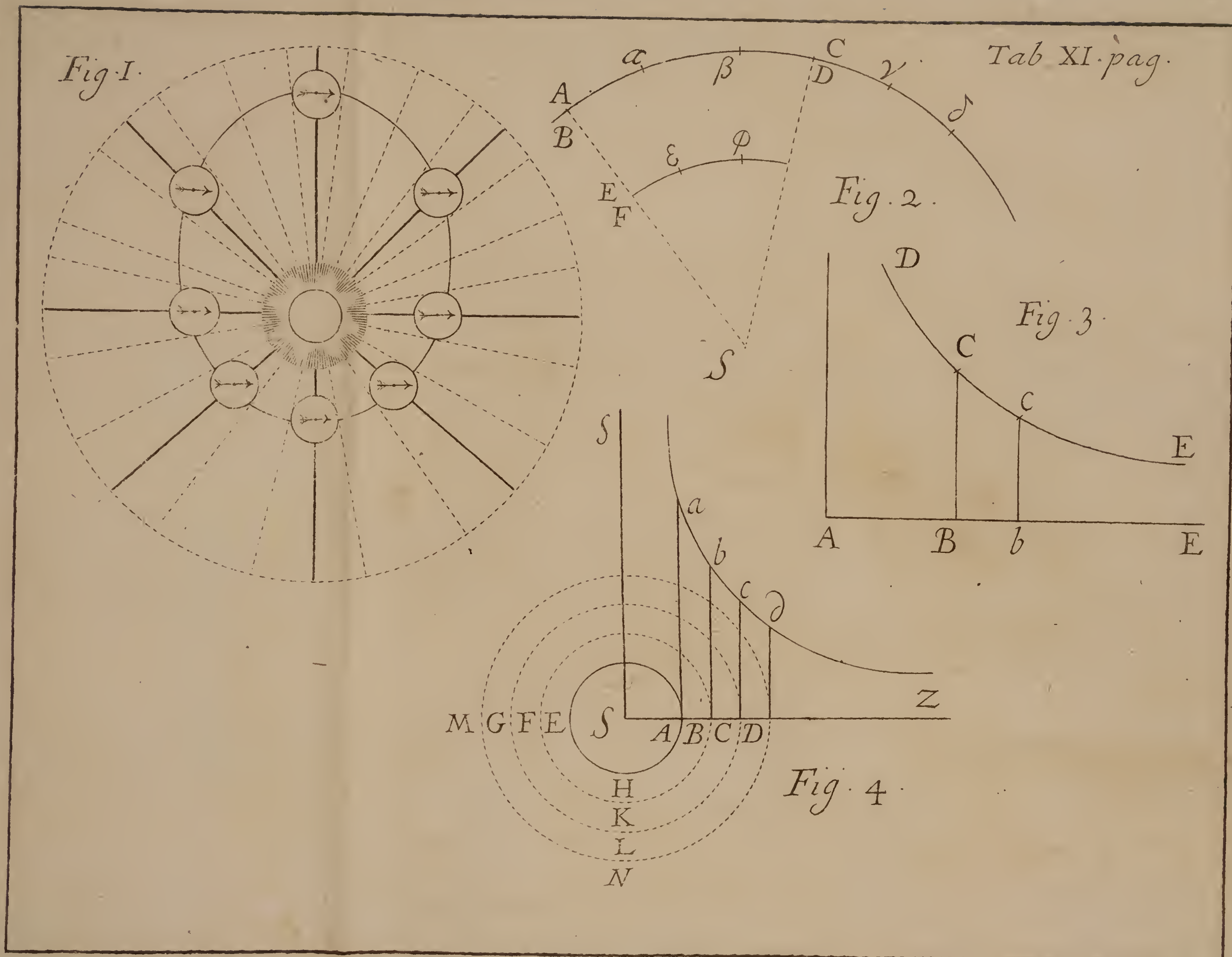


Fig. I.
A
B
α
β
C
D
γ
δ
E
F
ε
φ
S
Fig. 2.
D
C
c
E
A
B
b
E
Fig. 3.
S
a
b
c
∂
Z
M
G
F
E
S
A
B
C
D
H
K
L
N
Fig. 4.

PROPOSITIO LXXVI.

Quæ in ſupra explicata Phyſica Carteſiana *ſunt erronea breviter indicare & refellere.*

1. Cum ex Prop. Præc. pateat Vorticem quemlibet, à ſphæra ſolida circa axem poſitione datum uniformiter revoluta factum, in infinitum propagari, ſi non impediatur; ſi Mundus ex hujuſmodi Vorticibus conſtaret, (ut ex *Carteſii* ſyſtemate fit,) fierent totidem Vortices in infinitum pergentes, quot ſunt Fixæ, quarum quævis (ex mente *Carteſii*) inſtar Solis noſtri Vorticem efficit. Neque *Vortices* definirentur certis limitibus, ſed ſerperent & in ſe mutuo paulatim excurrerent. Atque hoc pacto fluidi infiniti univerſum conſtituentis pars unaquæque eo agitabitur motu, qui ex omnium ſphærarum centralium ſive Solium actionibus reſultat. Quantum vero hæc incertitudo abſit à certo ordine, ſitu & motu Fixarum, quæ arctiſſimis vinculis calculi ſimpliciſſimi connectuntur, Aſtronomiæ periti judicabunt.

2. Porro, quoniam Vorticis ſupradicto modo geniti partes centro propiores (per præced.) celerius motæ urgent exteriores, motumque ipſis eâ actione perpetuo communicant, & exteriores illæ eandem motûs quantitatem in alias adhuc exteriores ſimul transferunt; quia (ex hypotheſi) ea eſt Vorticis conditio, ut unaquæque fluidi pars perſeveret in motu ſuo uniformiter, neque in eadem à centro diſtantia nunc magis nunc minus incitetur: patet quod motus perpetuo transfertur à centro ad circumferentiam Vorticis, & per infinitatem circumferentiæ abſorbetur. Et proinde, ad conſervationem Vorticis in eodem ſtatu requiritur principium aliquod activum, à quo ſphæra centralis (ſive Sol iſtius Vorticis) eandem ſemper quantitatem motûs accipiat quam imprimit in materiam Vorticis. Unde autem tale principium activum in

 Sole

Sole quovis Vorticem ciente reſidens arceſſant *Carteſiani*; non video; cum ipſe *Carteſius paragraph.* 146. *Part. Tert. Princip. Philoſ.* audacter dicat: *Nihil occurret circa phænomena Planetarum, cujus ratio ex jam dictis non facile reddatur.* Neceſſitatem hujuſmodi principii activi in Vorticum centralibus ſphæris ſatis perſpexit oculatiſſimus *Keplerus*: *Adeoque ne paulatim langueat motus*, in illas ab omnipotentia creatrice in ipſo rerum exordio impreſſus, *hunc vel perpetuâ Creatoris curâ, vel animæ ad id deſtinatæ ope ſuſtentatum* vult. Nam abſque tali principio activo, neceſſe eſt ut ſphæræ centrales & Vorticum partes interiores, propagantes ſemper motum ſuum in exteriores, neque novum aliquem motum accipientes, tardeſcant paulatim & in orbem agi deſinant. Adeoque Mundus hic *Carteſianus* abſque principio hoc activo amechanico ad quietem & interitum ſponte ſuâ vergit.

3. Agnoſcentibus *Carteſio* & *Carteſianis*, corpora quæ in Vortice delata in orbem redeunt, ejuſdem ſunt denſitatis cum Vorticis partibus, in quibus verſantur, & eâdem cum ipſis lege quoad velocitatem & curſûs determinationem moventur: in hoc ſolo differunt fluidum deferens & corpus delatum, quod corporum à Vortice ſic delatorum partes datum inter ſe ſitum ſervent, & quod ſint partes Vorticis quaſi congelatæ & ſolidæ, nec motu inteſtino inter ſe cieri & miſceri facile poſſint, ut partes ejus fluidæ; cætera prorſus æquales. Cum igitur Vorticis partes (per præced.) eâ lege revolvantur, ut earum tempora periodica ſint in duplicata ratione diſtantiarum à centro, Planetæ etiam circa Solem delati & in fluida Vorticis materia, cui innatant, relative quieſcentes eâdem lege revolventur. Cum ergo Tellus (*ex. gr.*) periodum ſuam abſolvat uno anno, Saturni, cujus diſtantia à Sole noncupla ſeſquialtera eſt diſtantiæ Terræ, periodus eſſet nonaginta annorum, cum tamen vix ſit 30 annorum; ſimiliter periodus Jovis eſſet 27 annorum, quæ tamen ad

12 non

12 non aſcendit: & omnes ſuperiores periodos haberent veris majores; inferiores autem veris minores. Si Vorticum patroni reſpondeant, Vortices non eſſe uniformiter fluidos, (ut in præcedente ſupponebatur,) ſed partes Vorticem conſtituentes in receſſu à centro eſſe craſſiores, ut *Carteſius paragr.* 82. *Part.* III. ponit; tum (per Corol. 1. Prop. præc.) Planetæ à Sole remotiores erunt adhuc ſegniores, cum tamen hactenus (ex hoc ſyſtemate) nimis ſint ſegnes; patetque ex hac Vorticum conſtitutione *Carteſiana*, longius ab obſervatis recedi quam ſi Vortices eſſent ex fluido uniformi compoſiti. Igitur cum demonſtratum ſit partes Vorticis lege longe aliâ revolvi quam quæ in Planetis obſervatur; nempe tempora partium Vorticis periodica eſſe ut quadrata diſtantiarum à centro, ſi materia Vorticis fuerit homogenea; vel etiam ut altiores quædam dignitates diſtantiarum, ſi materia Vorticis ſit in majori diſtantia craſſior; cum interim (per Prop. XXII.) in Planetis Quadrata temporum periodicorum ſint ut Cubi diſtantiarum; (hoc eſt, Planetarum tempora periodica ut diſtantiarum dignitates quarum exponentes ſunt $\frac{3}{2}$, quæ multo humiliores ſunt quam illæ quæ exponuntur per 2, vel numerum binario majorem;) palam eſt Planetas ab hujuſmodi Vorticibus corporeis non deferri.

4. Si Vortex in infinitum extenderetur, patet (ex Prop. præc.) fluidi partem quamlibet perfectum circulum deſcribere debere, & (ex Corol. 2.) aberrationem à via circulari procedere à vaſe rigido, (vel quod hujus inſtar eſt,) in quo Vorticis materia continetur. Unde clare ſequitur, quo major eſt Vortex reſpectu ſemitæ ab ejus parte fluida (vel à Planeta ſimul delato) deſcriptæ, tanto magis Planetæ ſemitam ad circulum perfectum accedere debere; hoc eſt, Planetæ Soli propioris minorem futuram excentricitatem quam remotioris; cum tamen Obſervationes Aſtronomicæ teſtentur Mercurii orbitam eſſe multo magis excentricam

quam Saturni. Rurſus, quia (per Corol. 2. Prop. præc.) Vorticis particulæ ſimulque delati Planetæ movebuntur in lineis fere conformibus figuræ vaſis, in quo fluidum continetur, Planetarum omnium Aphelia è Sole ſpectata erunt verſus eaſdem Fixas poſita; cum tamen Planetarum Aphelia à ſe mutuo longe diſtent, ut Jovis & Terræ, circuli quadrante; Martis & Terræ, circuli triente; Martis & Veneris ſint fere oppoſita. Porro, materia Vorticis (more fluminis) intra cancellos anguſtos coarctata (per leges mechanicas) velocius moveri debet, quam dum in latiore alveo libere decurrit; idque in ratione inverſa latitudinum alveorum, aut quæ harum inſtar ſunt: Sed in principio ♍, diſtantia inter orbes Martis & Veneris eſt ad eorundem diſtantiam in puncto oppoſito, (nempe in principio ♓) fere ut 3 ad 2; adeoque Vorticis fluidum intermedium, Tellurem deferens, velocius feretur in eadem ratione in principio ♓ quam in principio ♍; utpote intra anguſtiores limites contentum; (nam fluidi Martem & Venerem deferentis ſemitæ cancellorum vel alvei vices gerunt;) hoc eſt, Tellus è Sole viſa in principio ♓ dimidio velocius feretur quam cum eadem è Sole in principio ♍ conſpicitur, vel Sol è Tellure viſus in principio ♍ dimidio velocius inter Fixas moveri videbitur quam in principio ♓: Contrarium tamen accidit, ex obſervatione omnium omnino Aſtronomorum: & Sol in principio ♍ è Tellure viſus motu diurno conficere videtur tantum minuta prima 58, cum in principio ♓ integrum gradum pari tempore confeciſſe videatur.

5. Corpus à Vortice abreptum, & ejuſdem denſitatis cum partibus Vorticis inter quas verſatur, in orbem rediens, ſi alias non impediatur, circulum deſcribit; cujus plano perpendicularis eſt axis ſphæræ centralis, quâ fluidum in Vorticem circumagitur: & ſi corporis ſemita ad hoc planum inclinata ſit, paulatim minuetur iſta inclinatio, tandemque coincident. Etenim ex demonſtratione

Prop.

Prop. præc. patet, quamlibet particulam fluidi Vorticem componentis hujuſmodi circulum deſcribere; quare & Planeta, qui non niſi ab hiſce particulis defertur, inter eas relative quieſcens talem etiam deſcribet, & ſi per vim aliquam exterius ingruentem hinc deflectat, paulatim minuetur inclinatio ab occurſu particularum fluidi prædictos circulos deſcribentium, & hujuſmodi circulum deſcribet ipſe, ſic tandem in Vorticis fluido relative quieſcens & ſimul cum ipſo delatus. Verum ne vel unicus reperitur Planeta, ad cujus orbitæ planum Axis Solis normalis eſt; neque per bis mille annos, quibus obſervationes inſtituuntur, inclinatio orbitæ alicujus Planetæ ad iſtud planum diminuta deprehenditur; neque ullæ ab hiſce Philoſophis Planetis aſſignantur fibræ latitudinis, quibus inclinatio hæc eadem conſervetur. Apologia autem, quam pro Planetarum excentricitate varia, varia etiam orbitarum ad ſe invicem inclinatione, varioque apheliorum ſitu affert *Carteſius. paragr.* 34. *Part. Tert. Princip.* (nempe hæc: *Sed ut in omnibus aliis rebus naturalibus contingere videmus, iſta tantum præterpropter talia eſſe, ac etiam labentibus ſæculis continuo mutari,*) plane oſtendit illum in calculo Aſtronomico prorſus peregrinum. Quamvis enim Cauſas Phyſicas in Syderum motibus locum obtinere non ſit negandum, inæqualitates tamen caſuales penituſque irregulares (quales *Carteſius* innuere videtur) in illis admittendas nullus his aſſuetus cenſebit; quin potius cum acutiſſimo & ad ſpeculationes Aſtronomicas optime comparato *Jer. Horoccio*, adverſam (ut ipſe ait) ſententiam tutari percupiente, dicet, *Mirari nos merito funditores aliquos aut ſclopetarios, qui ex baliſtis & bombardis ſuis incredibili penitus collimationis certitudine tela projiciunt. Sin autem momentaneis illis, quæ per craſſum & inquietum aera moventur, tantam ineſſe certitudinem videamus, annon longe majorem expectabimus in corporibus illis perpetuis in placidiſſimo ac puriſſimo æthere æternâ lege revolutis?*

 6. Cum

6. Cum globuli fluidum Vorticis Solaris componentes ſint prope Solem minores, & proinde illorum maſſa, in dato ſpatio contenta illudque replens, minus denſa quam in majore à Sole diſtantia; ſequitur & Planetas, qui ejuſdem ſunt denſitatis cum Vorticis particulis, quibus innatant, quo propiores ſunt Soli minus eſſe ſolidos; quod & agnoſcit *Carteſius paragr.* 147. *Part. Tert. Princip.* Cujus tamen contrarium inferius, proprio loco, oſtendemus: nempe Planetam quemvis, quo Soli vicinior eſt, eo & ſolidiorem ſive denſiorem eſſe; hoc eſt, plus materiæ ſub æquali magnitudine continere. Quod & melius congruit rationibus archetypicis, concinnitati geometricæ, & cauſis finalibus: ex quibus palam eſt collocaſſe Deum Planetas in diverſis diſtantiis à Sole, ut quilibet pro gradu denſitatis calore Solis majore vel minore fruatur; & proinde denſiorem Planetam eſſe Soli etiam propiorem, cum materia omnis denſior ad operationes naturales obeundas majorem calorem requirat. Et quamvis non ſit ea denſitatis ratio in Planetis, quam poſuit *Keplerus*; nempe reciproca radicum diſtantiarum à Sole; ſed reciproca diſtantiarum à Sole ductarum in radices diametrorum apparentium: tamen hic (ubi maxime erravit) generale illud conſecutus eſt *Keplerus* per rationes archetypicas, quod Planetæ denſiores eſſent Soli viciniores; cum interim tempore poſterior *Carteſius*, ex neglectu (aut potius contemptu) rationum archetypicarum & cauſarum finalium, opiniones foverit cauſis iſtis finalibus & veræ Phyſicæ ſive mechanicæ (quæ plerumque ad idem deducunt) plane contrarias; & inter alias hanc, quod Planetarum Soli viciniorum ſoliditas ſit minor quam remotiorum.

7. *Tycho* olim ex Cometarum motu demonſtravit Planetas in ſolidis orbibus non moveri; quia nimirum Cometæ orbes Planetarios trajiciunt. Iidem Cometæ nunc Planetas à Vorticibus corporeis non deferri æque evidenter oſtendunt; quoniam Cometæ plerumque vias valde obliquas,

quan-

quandoque Zodiaci planum ad angulos rectos ſecantes, & nonnunquam curſui Planetarum directe contrarias ſequuntur, motuſque hoſce liberrimos quidem diutiſſime conſervant, univerſali huic legi obnoxii, quod radio ad Solem ducto areas deſcribant temporibus proportionales; quod prorſus impoſſibile eſſet, ſi integra Vorticis materia circa Solem ageretur vi ſufficienti ad ingentia Planetarum corpora devehenda. Neque *Carteſium* juvat, quod Cometas ultra Saturnum relegat contra obſervationum fidem, (quas *Tycho* & Aſtronomi non detorſerunt, ut hypotheſibus propriis inſervirent, quod innuere vult *Carteſius*;) cum Vorticis Solaris materia ultra Saturnum (ſecundum ipſum) momentum majus habeat ad illos ſecum rapiendos, quam prope Venerem & Mercurium; cum quod globuli Verticem conſtituentes majores ſint illic quam hic; tum præcipue quod multo celerius moveantur, quippe circuitum immenſe majorem *intra paucas hebdomadas* abſolventes; ut habet *Carteſius paragr.* 62. *Part. Tert. Princip.* Ex hiſce ergo omnibus & ſingulis conſtat hanc Vorticum hypotheſin cum phænomenis Aſtronomicis omnino pugnare, & non tam ad explicandos quam perturbandos motus Cœleſtes conducere.

PROPOSITIO LXXVII.

Cauſas Motuum Cœleſtium à celeberrimo D. Leibnitio *adductas recenſere & explicare.*

In quærendis motuum Cæleſtium cauſis adeo pronum eſt eas ab ambiente fluido æthere petere, ut Philoſophi Planetas conſiderarint circa Solem delatos ſimiliter atque paleæ vel feſtucæ innatantes aquæ deferuntur ab aqua, in vorticem acta à baculo, in medio vaſis quieſcentis circa axem ſuum rotato. Sententia hæc vetuſtiſſima neglecta diu jacuit: ſed ſuperiore ſæculo à magnis Viris eſt reſuſcitata; quippe ante *Carteſium*, (de quo ſupra,)

ſupra,) *Torricellio* & ipſi *Galilæo* probata; propter rationes proculdubio ſub initio Prop. LXXI. ſummatim expoſitas.

Tam vehementer autem placuit hæc ſententia, ut acutiſſimus Philoſophus D. *Leibnitius* (etiam poſt edita *Newtoni Princip. Matth. Philoſ. Nat.*) illi nomen ſuum dederit; qui *nihil aliud ſupereſſe judicat, quam ut oſtendatur quomodo cauſæ motuum Cœleſtium à motibus ætheris ſive (Aſtronomice loquendo) ab orbibus deferentibus quidem, ſed fluidis oriantur.* Tam celebre inter Geometras nomen meretur certe, ut ejus *Tentamen de motuum Cœleſtium Cauſis* (quod cum orbe literato communicavit in *Actis Erudit. Lipſiæ* editis *Menſe Februario Anni* MDCLXXXIX.) exactiſſime conſideretur. D. *Leibnitius* enim (ſi quis alius) Vortices motibus Cœleſtibus accommodare valet, & *Legum Cœleſtium à Keplero inventarum rationes reddere.* Præſertim cum *aliqua in eo genere illi lux affulſerit, & inquiſitio commode admodum & naturaliter ſucceſſiſſe* ipſi perſpicaciſſimo videatur, *ut inde in eam ſit erectus ſpem, veris motuum Cauſis à ſe appropinquatum eſſe.* Hujus igitur Philoſophi modum magna hæc opera explicandi paucis & ſuis fere verbis trademus.

Primo, pro certo aſſumit *Leibnitius* omnia corpora; quæ in fluido lineam curvam deſcribunt, (ipſoſque adeo Planetas,) ab ipſius fluidi motu agi. Omnia enim curvam deſcribentia ab ea recedere conantur per rectam tangentem, (ex natura motûs;) oportet igitur eſſe quod coerceat. Nihil autem contiguum eſt niſi fluidum, (ex hypotheſi,) & nullus conatus coercetur niſi à contiguo & moto, (ex natura corporis;) fluidum ergo ipſum in motu eſſe neceſſe eſt.

Cum ex obſervatione exactiſſima conſtet Planetam quemlibet primarium orbitam circa Solem deſcribere, eâ lege motûs, ut radiis à Sole ad Planetam ductis areæ ſemper abſcindantur temporibus proportionales; conſentaneum eſt Ætherem

Ætherem ſeu Orbem fluidum cujuſque Planetæ circulatione circa Solem moveri, quæ dictæ motûs legi congruat. Hoc vero demum fiet, ſi orbium innumerorum circularium concentricorum exiguæ craſſitudinis, in quos orbis Planetæ fluidus cogitatione dividitur, quilibet ſuam habeat propriam circulationem, tanto velociorem proportione quanto quiſque eſt Soli propior; hoc eſt, ſi velocitates circulandi, quæ ſunt in partibus fluidi, ſint radiis ſeu diſtantiis à Sole reciproce proportionales. Unde fit, quod, ſive Planeta magis ſive minus à Sole diſtet, ſectores æqualibus temporibus à radio vectore deſcripti æquales ſint. Nam dicti ſectores ſunt in ratione compoſita ex directa ratione radiorum ſeu diſtantiarum à Sole, & reciproca arcuum ſive circulationum; ideoque (ex hujus circulationis natura) in ratione æqualitatis. Circulationem ſupra deſcriptam (ubi velocitates circulandi ſunt diſtantiis à centro reciproce proportionales) vocat *Harmonicam*, quia poſitis diſtantiis à centro creſcentibus æquabiliter ſeu Arithmetice, circulationes decreſcunt in Harmonica progreſſione; quippe quantitatibus in progreſſione Arithmetica poſitis reciproce proportionales, quam eſſe Harmonice proportionalium proprietatem vulgo notum eſt.

Ponit itaque Vir celeberrimus Planetam moveri motu duplici ſeu compoſito ex circulatione Harmonica orbis ſui fluidi deferentis, & motu *paracentrico* acceſſûs ad Solem & receſſûs ab eodem. Facit autem circulatio ætheris, ut Planeta circuletur harmonice, non velut motu proprio, ſed quaſi tranquillâ natatione in fluido deferente, cujus motum ſequitur. Unde nec impetum circulandi velociorem retinet, quem habuerat in orbe inferiore ſeu propiore, ſed eum elangueſcentem, dum ſuperiores (majori velocitati quam ſuæ reſiſtentes) trajicit, continuo deponit, & ſeſe orbi ad quem accedit inſenſibiliter accommodat; & viciſſim dum à ſuperioribus ad inferiores tendit, impetum eorum accipit. Itaque non tantum in ar-

cubus circuli, ſed & in curva alia quacunque deſcribenda, circulatio harmonica locum habet. Nam area temporis elemento deſcripta, à radiis è Sole ad Planetam in alia quavis curva motum ductis abſciſſa, comparabiliter non differt à ſectore circuli, cujus idem eſt angulus ad centrum, & radius præcedentium alteruter.

Alter motus cum priore motum Planetæ integrum componens (nempe paracentricus) duplici ex cauſa ortum ducit: nempe ex *impreſſione excuſſoria circulationis & attractione Solari* (aut quod hujus inſtar eſt) inter ſe compoſitis. Cum enim omne mobile à linea Curva, quam deſcribit, recedere conetur per tangentem; per hunc motum ſolum, Planeta à Vortice harmonice circulato delatus à Sole recedet. Et ejus conatus centrifugi ab Autore oſtenduntur eſſe in ratione radiorum reciproca triplicata. Altera motûs Planetæ paracentrici pars componens eſt attractio Solaris, ſive, quæ hujus vices gerit, Planetæ Gravitas: & licet hanc vim Attractionem vocet, eam ab impulſu fluidi ambientis derivari (ſicut & ipſas actiones magneticas) nullus dubitat.

Porro, quoniam ex obſervatione conſtat quemlibet Planetam primarium orbitam deſcribere Ellipticam, in cujus altero focorum eſt Sol, ita ut radiis è Sole ad Planetam ductis areæ ſemper abſcindantur temporibus proportionales; nulla autem eſt in Vortice circulationis Lex, quæ ultimam conditionem adimpleat, præter harmonicam. Reliquum eſt ut quæratur Gravitatis lex, quæ, juncta cum conatu centrifugo mobilis harmonice circulantis, motum faciat paracentricum, qui una cum circulatione harmonica mobile in perimetro Ellipſis movere facit; quam (poſt præmiſſum Lemma rationem circulationis in coni Sectione ad velocitatem paracentricam oſtendens) definit, Theorema ſequens demonſtrando: *Si mobile, quod gravitatem habet, feratur in Ellipſi (aut alia Sectione coni) circulatione harmonicâ, ſitque in foco Ellipſeos centrum tam attractionis*

nis quam circulationis; erunt attractiones ſeu gravitatis ſollicitationes ut quadrata circulationum directe, ſeu ut quadrata radiorum ſive diſtantiarum à foco reciproce. Invenit igitur ineſſe Planetis Gravitatem ad Solis centrum tendentem, cujus ea eſt Lex, ut ſit quadrato diſtantiæ à foco reciproce proportionalis. Hanc porro legem antea notam fuiſſe D. *Newtono* ultra agnoſcit; quippe cujus *Princip. Philoſ.* antea edita fuerant, & in hiſce Actis relata.

Poſt ſubnexa Corollaria quædem ex primario ſuo Theoremate pulchre conſequentia, finem *Tentamini* huic Phyſico-Aſtronomico imponit, duo agnoſcens in hoc argumento potiſſimum præſtanda ipſi ſupereſſe: Unum, ut explicet quis motus ætheris Planetas graves faciat, ſeu verſus Solem pellat, & quidem in reciproca duplicata ratione diſtantiarum, ſive (ut ipſe loquitur) in duplicata ratione viciniarum. Deinde, quæ ſit cauſa comparationis motuum inter diverſos Planetas Syſtematis ejuſdem, ita ut tempora periodica ſint in ſeſquiplicata ratione mediarum diſtantiarum. Cumque (ſecundum Autorem) horum utrumque pendere neceſſe ſit à contiguis corporibus, quæ omnia Ætheris nomine indigitat, duo hæc eo collimant, ut diſtinctius explicetur motus Vorticis, ſeu Ætheris Syſtema unumquodque conſtituentis. Sed cum hæc altius repetenda ſint, & propterea brevitati ſchediaſmatis includi non poſſint, quid illi conſentaneum viſum ſit, rectius ſeparatim exponendum ait.

PROPOSITIO LXXVIII.

Quæ in ſupra recenſitis Cauſis Motuum Cœleſtium, à D. Leibnitio *in* Tentamine *aſſignatis, minus Phyſica ſunt indicare.*

Contra modo deſcriptum celeberrimi *Leibnitii Tentamen de Cauſis Motuum Cœleſtium* faciunt quædam ex ſuperius adductis rationibus contra Vortices corporeos

Planetas deferentes : nempe quod Cometarum quorundam viæ ſint ad Zodiacum valde obliquæ , quandoque hujus planum ad angulos rectos ſecent , immo nonnunquam curſui Planetarum directe contrariæ. Cumque Cometæ (dum à nobis obſervantur) areas circa Solem deſcribant temporibus proportionales , pari jure Vorticem harmonice circulantem ponere oporteret , cuivis Cometæ æque ac Planetæ circumvehendo neceſſarium ; hoc eſt , Vorticem Vortici contrarium.

Conſiderando quidem unicum Planetam circa Solem (vel aliud quodvis centrum) rotatum , ſi hic per Vorticem deferendus ſit , nullo proprio motu agitatus , ſed quaſi tranquillâ natatione in fluido deferente , cujus motum ſequitur , (quod Autor ſupponit ;) oportet Vorticem harmonice circulari , ut areæ per radios à Planeta ad Solem ductos abſciſſæ ſint proportionales temporibus. Alia nulla Vorticis conſtitutio rationem inter areas efficiet eandem quam inter tempora. Unde ſi Autoris Vortex Planetarum motibus non ſatisfaciat , certe alius nullus obtinebit. Atque hoc ſemel poſito , reliqua , quæ per Geometriam inde deducit Autor , optime procedunt , ut illi ſolent. Quibus ego addo , hujuſmodi Vorticem (cujus nempe fluidum in plano per centrum , cui axis eſt normalis , harmonice circuletur) mechanice producendum , ſi ſphæra ſolida in fluido uniformi & infinito , circa axem poſitione datum , uniformi cum motu revolvatur , & ab hujus impulſu ſolo agatur fluidum in orbem , & hujus pars unaquæque perſeveret uniformiter in motu ſuo. Atque hoc tertium Authori reſtabat circa motum Vorticis Solaris , ſeu Ætheris , explicandum ; nempe quomodo in circulationem harmonicam impelli & incitari poſſit. Nam , quoniam univerſaliter Tempora percurrendi ſunt ut ſpatia percurſa directe , & velocitates inverſe ; & in motu circulari ſpatia unâ revolutione percurſa ſunt ut radii , & in circulatione harmonica velocitates ſive circulationes recipro-

ce

ce ut radii; patet tempora periodica partium Vorticis harmonice circulantis eſſe in duplicata ratione radiorum: Atqui hanc eandem eſſe proprietatem circulationis in plano per centrum, cui axis eſt normalis in Vortice, per ſphæram centralem ad motum incitato, demonſtravimus Prop. LXXV.

Verum, ſi duorum aut plurium Planetarum motus inter ſe comparentur, apparebit materiam fluidam Vorticis Solaris non moveri circulatione harmonicâ. Nam hactenus demonſtravimus tempora periodica partium fluidi harmonice circulantium (& conſequenter etiam corporum, quæ tranquillâ natatione in fluido deferuntur) eſſe in duplicata ratione radiorum. Verum tempora periodica Planetarum non ſunt in duplicata, ſed tantum in ſeſquiplicata ratione diſtantiarum à centro: Et igitur Planetæ diverſi non moventur circulatione harmonicâ.

Dicet proculdubio Autor ſe non ponere totum fluidum Vorticis Solaris moveri circulatione harmonicâ continuâ, & nullibi interruptâ, à Mercurio uſque ad Saturnum incluſive; ſed fluidum deferens Mercurium moveri circulatione harmonicâ à perihelio uſque ad aphelium; deinde interruptâ hâc harmoniâ rurſus circulari harmonice à Veneris perihelio uſque ad ejus aphelium, ſed non continuatâ harmoniâ cum priore circulatione prope Mercurium; hoc eſt, ita ut circulatio fluidi deferentis Venerem ſit ad circulationem fluidi deferentis Mercurium ut diſtantia Mercurii à Sole ad diſtantiam Veneris ab eodem; atque rurſus (interruptâ priore harmoniâ) fluidum Terram deferens moveri harmonice quidem à Terræ perihelio ad aphelium, ſi ſolitaria ſpectetur hæc harmonia, & non comparetur cum harmonia fluidi ad Venerem vel Mercurium; atque ita in reliquis deinceps Planetis: hoc eſt, per craſſitiem cujuſvis orbis harmoniam obtinere particularem à cæteris ſeparatam & disjunctam; ſimiliterque in Jovis & Saturni ſatellitibus aſcendendo à Jovis & Saturni centro. Fatendum

tamen eſt Autorem circulationem ſuam harmonicam etiam ad diverſos Planetas extendere videri *paragr.* 17. ubi ait: *in diſtantia dupla tantum quarta pars anguli è Sole ſpectati eodem temporis elemento abſolvitur, in tripla tantum nona:* Nam certe hi numeri in eodem Planeta locum non habent. Quod ſi (quod maxime oporteret) de interrupta harmonia pârtium fluidi circulantium expreſſe loquatur, ægre Philoſophis perſuadebit rem ita ſe habere; quod nempe per craſſitiem orbis Mercurii à perihelio ad aphelium circulatio ſit harmonica, ſive fluidi velocitates ut diſtântiæ à centro reciproce: comparando vero circulationem hanc cum circulatione ætheris ad alterum quemvis Planetam, illa ſit ad hanc in reciproca ſubduplicata ratione radiorum: Nam independenter ab omni cauſa phyſica demonſtravimus (Prop. XXVII. & XXVIII.) Planetarum celeritates eſſe reciproce in ſubduplicata ratione diſtantiarum à Sole. Monſtroſus certe futurus eſt Solis Vortex, & hi fluidi orbes deferentes deferentibus ſolidis abſurdiores, ſi per craſſitiem cujuſvis è ſex deferentibus orbibus harmonica circulatio locum habeat, & harmonia interim hæc quinquies interrumpatur; nempe ad interſtitia deferentium. Et contra hanc interruptionem facit, quod Cometa per Zodiacum in conſequentia delatus, & interſtitia hæc orbium Planetas deferentium trajiciens ita moveatur, ac ſi deferretur ab æthere harmonice circulante; id eſt, ita ut areæ à radio vectore deſcriptæ ſint temporibus proportionales. Advertatur porro quam difformiter difformis eſſet Solaris Vortex, in quo Orbis Saturni craſſities, ubi circulatio ætheris harmonica obtinet, major eſt quam diſtantia Mercurii à Venere, vel Veneris à Terra, vel etiam Terræ à Marte, in quorum ſingulis interrumpitur harmonia; & ubi, depoſitâ ratione radiorum reciprocâ quam in harmonia ſervant, circulationes in horum binis quibuſvis inter ſe comparatis ſunt in ſubduplicata ratione radiorum reciproca,

proca, mox reſumpturæ priorem harmoniam. Videtur ipſum celeberrimum Autorem hanc Vorticis harmonice circulantis labem detexiſſe, cum *illud ſupereſſe* agnoſcat, ut *explicet quæ ſit cauſa comparationis motuum inter diverſos Planetas ſyſtematis ejuſdem, ita ut tempora periodica ſint in ſeſquiplicata ratione mediarum diſtantiarum* : Iſtud enim non eſſe circulationis harmonicæ effectum ſatis perſpexit.

Mirum fortaſſe videbitur celeberrimum D. *Leibnitium*, qui ex cauſis (primo obtutu) tam diverſis à prius ſtabilitis Planetarum motus deduxit, in eandem tamen incidiſſe legem Gravitatis quâ quiſque in Orbita Elliptica retinetur. Iſtius coincidentiæ hæc eſt ratio. Licet *Leibnitius* ad Planetam circumducendum adhibeat materiam Vorticis harmonice circulantem ; quia tamen in Planeta ſic circumducto, & curvam quamvis deſcribente, agnoſcit conatum excuſſorium, quo fieret ut Planeta in recta tangente Curvam moveretur niſi coerceretur ; idem facit ac ſi Planetam æquabiliter in Recta moveri ſtatuiſſet niſi coerceretur : Nam hi duo motus ſimul iſtud efficiunt ; id eſt, idem ac ſi nullâ externâ Vi agitatus in ſpatiis liberis feratur. In utroque enim caſu lineam Rectam motu æquabili deſcribet : Nam mobile lineam rectam æquabili motu deſcribens illam ita percurrit (per Prop. 1. Elem. 6.) ut areæ per radios ad quodvis datum punctum ductos abſciſſæ ſint temporibus proportionales. Cum ergo circulatio harmonica & conatus excuſſorius ſimul eadem præſtent atque motus æquabilis in recta, fieri non potuit quin inveniret legem Gravitatis eandem cum prius inventa ; nempe quæ Planetam ab eadem tangente recta, quam eodem modo percurreret, ad eandem Sectionem coni detrudat verſus Solem eodem modo poſitum.

SECTIO

SECTIO XI.

De aliis Mundi Syſtematibus, et Viribus ad illa conſervanda neceſſariis.

HActenus vetus Syſtema Mundi *Philolaicum* explicuimus, oſtendendo quænam Phænomena in illo contingant, quodque hæc cum obſervatis congruant. Fuſe etiam actum eſt de Directione & Lege Virium, quibus Syſtema Solare in iſto ſtatu continetur, quibuſque modis iſtud fieri ſenſerint Philoſophi hujus Aſſertores. Reliquum eſt ut paucis expediamus, quem Ordinem, quemque Motum Corporibus hujus Syſtematis tribuerint alii Philoſophi, quæ dogmata hodie Aſſertorum ſuorum *Syſtemata* appellantur; & ſimul indicemus Directionem & Legem Virium, quibus Syſtemata iſta ſubſiſtere poſſint.

PROPOSITIO LXXIX.

Mundi Syſtema Semi-tychonicum *deſcribere.*

Tab. XII. DOgmatis hujus Aſſertores ſtatuunt Tellurem loco immotam in centro Sphæræ, in cujus ſuperficie A B C D Fixas collocatas volunt: Tellurem interim ſuper axem ſuum ab occidente in orientem motu diurno rotari concedunt. Porro, in hoc Syſtemate Sol circa Tellurem movetur ſpatio annuo ad diſtantiam æqualem illi, ad quam Tellus circa Solem in Syſtemate *Philolaico*: & circa Solem, ceu centrum, Planetæ quinque ſc. Mercurius, Venus, Mars, Jupiter & Saturnus revolvuntur verſus eandem plagam, & ad eaſdem diſtantias, quas in illo. Præterea, circa Terram Luna, & circa Jovem & Saturnum ſui revolvuntur Satellites, iiſdem periodis quibus ſupra eſt dictum ad Prop. XV.

Hic Ordo & hi Motus magnorum Mundi corporum Aſtronomis pleriſque placent quibus diſplicet alterum iſtud Syſtema

Syſtema ſuperius fuſe explicatum, quod ab inſtauratore *Copernico Copernicanum* vulgo audit, ut *Longomontano* & aliis. Nam in hoc apparens revolutio diurna Syderum omnium ab ortu in occaſum, & motus Planetarum proprii ſive ſecundi, prorſus eadem erunt atque in Syſtemate *Copernicano*, & Tellus interim in Sphæræ Fixarum centro conſiſtens ſolâ revolutione circa proprium axem cietur. Et licet Fixas collocent in ſuperficie ſphærica, cujus centrum eſt Tellus, iſtud magis Aſtronomicum cenſendum eſt quam Phyſicum: Poterunt namque Fixæ ad diverſas diſtantias, per omne ſpatium Mundanum quaſi ſparſæ, ſalvo hoc Syſtemate, collocari; earumque motus in conſequentia explicabitur tribuendo Telluris Axi motum lentiſſimum, qualem Prop. LXIV. explicuimus.

PROPOSITIO LXXX.

Directionem & Legem virium, quibus Syſtema Semi-tychonicum *conſervari poſſet, explicare.*

Patet primo iiſdem opus eſſe Viribus, & eadem directione, ad conſervandum Planetas quinque primarios Mercurium, Venerem, Martem, Jovem & Saturnum in Orbitis ſuis circa Solem, & Jovis Saturnique Comites in Orbitis ſuis circa Jovem & Saturnum, atque in Syſtemate *Copernicano*: Eædem namque ſunt Orbitæ iſtorum Primariorum circa Solem & Comitum circa proprios primarios in utroque Syſtemate. Innoteſcit igitur Lex Vis centripetæ, quâ in hoc Syſtemate Planetæ ſecundarii Jovis tendunt ad Jovem, Satellites Saturni ad Saturnum, & Primarii Mercurius, Venus, Mars, Jupiter & Saturnus horumque Satellites ad Solem: Eſt enim Vis illa quam Prop. XLVII. demonſtravimus eandem eſſe cum Gravitate noſtra, quæ eſt quadrato diſtantiæ reciproce proportionalis. Patet porro, poſito hoc Syſtemate, Lunam in Orbita ſua retineri per Gravitatem verſus Tab. XII.

Tellurem eâdem Lege propagatam : Nam Prop. XLVI. ubi iſtud demonſtratur, perinde obtinet, ſive Tellus in eodem loco immota maneat, ſive motu annuo circa Solem feratur. At cum differentia inter Syſtema *Copernicanum* & *Semi-tychonicum* ſit, quod in hoc Sol (cum ſuis quaſi comitibus Planetis quinque primariis horumque ſecundariis) circa Terram feratur in Orbita ſimili & contrario poſita ei, in qua Terra cum ſuo comite circa Solem fertur in illo; præter Vim Gravitatis neceſſariam ad Syſtema *Copernicanum*, ut Terra cum ſuo comite circa Solem feratur, opus erit Vi huic æquali, at cum directione contraria, ut Sol una cum comitibus Planetis circa immotam Tellurem moveatur in Syſtemate *Semi-tychonico*: Namque duæ hæ Vires æquales & contrariæ in Tellurem impreſſæ, illam immotam tenent. (Immo ſi motum Terræ Comitiſque Lunæ ſecundum tangentem Orbis magni progreſſivum, contrarius impetus unicus & non repetendus ſiſtat, & poſtea alia iſta Vis jam deſcripta in univerſum Syſtema Solare agat, mutabitur Syſtema *Copernicanum* in *Semi-tychonicum*.) Igitur ad *Semi-tychonicum* conſervandum opus eſt & ſupra explicatâ Gravitate acceleratrice corporum omnium in omnia, quæ in data diſtantia eſt ut corpus verſus quod ſit, & dato corpore verſus quod ſit, reciproce ut quadratum diſtantiæ; & etiam Gravitate quâdam aliâ, æquali nempe illi quâ Tellus verſus Solem tenderet, agente æqualiter in Solem, Mercurium, Venerem, Terram, Martem, Jovem & Saturnum, horumque Comites per lineas parallelas rectæ jungenti Solem & Terram, & cum directione à Sole ad Terram. Nam Vim illam, quâ Tellus circa axem ſuum rotatur, hiſce non annumero; quippe ſemel tantum imprimendam Terræ ſicut & reliquis corporibus Mundi magnis circa axes revolutis: neque (propter eandem rationem) Vim illam, quâ Planetæ in Orbitarum ſuarum tangentibus progrederentur; Nam de Viribus earumque Lege nunc

agitur

agitur quibus Syſtema conſervari, non quibus produci poſſit.

PROPOSITIO LXXXI.

Mundi Syſtema Tychonicum *deſcribere.*

HOc in nullo differt à Syſtemate deſcripto in Prop. LXXIX, præterquam quod Terra omni motu privata prorſus quieſcat; ideoque Stellæ omnes, tam Fixæ quam Erraticæ, non tantum motibus ſecundis feruntur, ſed etiam communi illo ſive primo ab ortu in occaſum ſpatio diei naturalis. Syſtema hoc magno *Tychoni* placuiſſe perhibetur; licet alii negent *Tychonem* motum diurnum expreſſe Syderibus conceſſiſſe. Fatendum eſt tamen illum contra Telluris Diurnum motum æque ac Annuum diſputaſſe: Unde ſatis certo concluditur eum motum diurnum ipſi Cœlo Syderibuſque cunctis tribuiſſe. *Tab. XII.*

PROPOSITIO LXXXII.

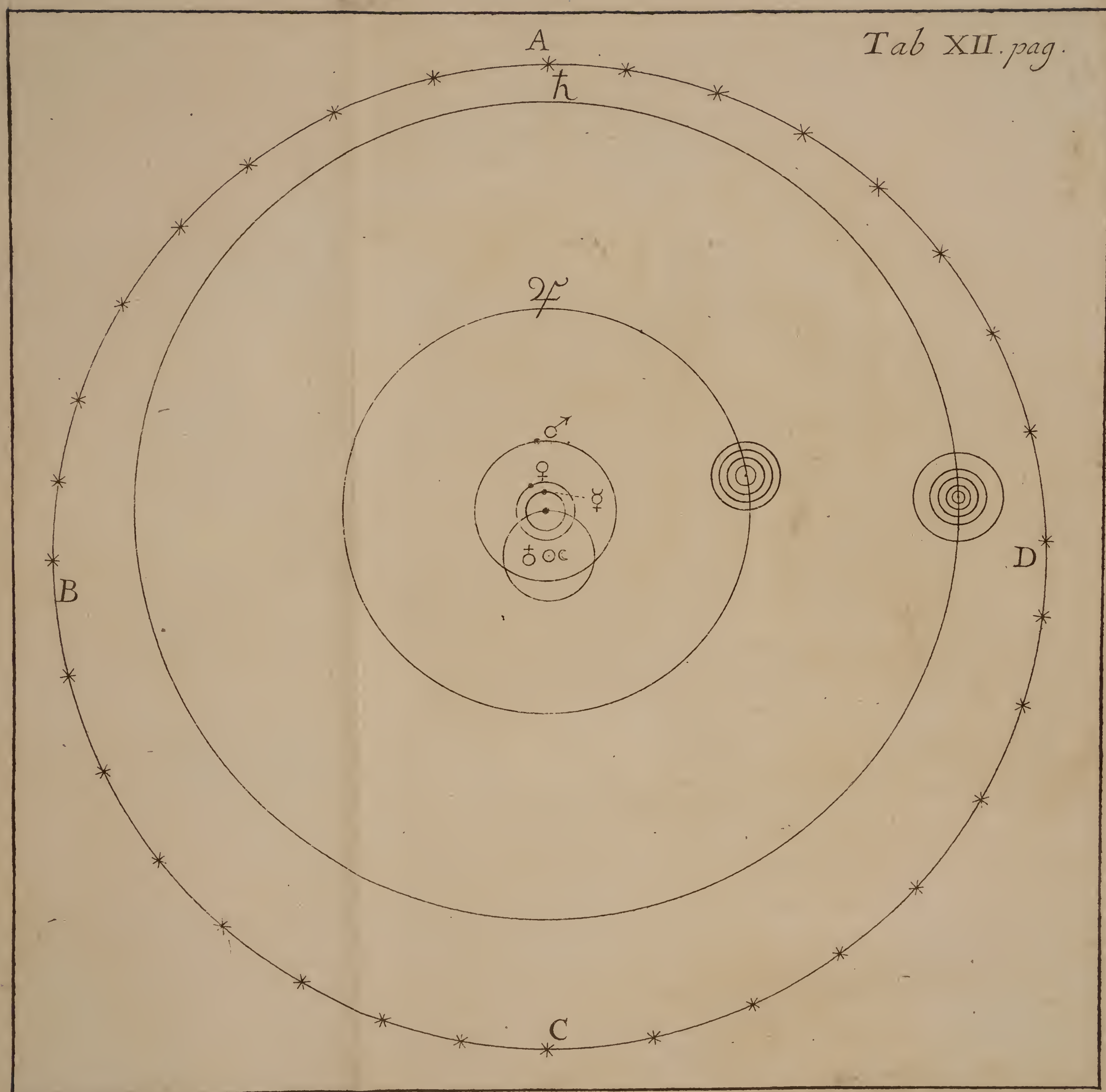
Directionem & Legem Virium, quibus Syſtema Tychonicum *conſervari poſſet, explicare.*

EÆdem Vires, quæ requiruntur ad Syſtema *Semitychonicum*, requiruntur etiam ad *Tychonicum* hocce, cum iidem motus Solis & Planetarum in utroque ſupponantur; ſed & illæ inſuper, quibus Stellæ omnes, cum Fixæ tum Erraticæ, à motibus rectilineis retrahuntur & retinentur in Orbitis ſuis, quas motu diurno circa Tellurem deſcribunt. Vires autem hæ, cum eadem ſit Periodus in omnibus, ſunt (per Corol. I. Prop. XXVI.) ut ſemidiametri circulorum quos deſcribunt. Et ideo, præter vires Prop. LXXX. explicatas, opus erit Vi verſus Terram tendente, quæ in receſſu à Terra augetur in ratione diſtantiæ auctæ; contra quam fit in Gravitate per Univerſum Syſtema Solare, & in Virtute omni na- *Tab. XII.*

Tab.XII. turali à centro; vel ad centrum, in lineis rectis undiquaque per regiones in circuitu propagata, quæ (per Prop. XLVIII.) in receſſu à centro minuitur in duplicata ratione diſtantiæ auctæ. Atque ut facilius æſtimetur Vis iſta, quâ ſtellæ retinentur in Orbitis per motum diurnum deſcriptis, conferatur hæc apud Lunam cum Vi gravitatis, quâ (per Prop. XLVI.) Luna retinetur in Orbita, quam ſpatio menſtruo circa Tellurem percurrit. Et cum circuli à Luna per motum menſtruum & diurnum deſcripti ſint æquales, Vires, quibus Luna in iis retinetur, (per Corol. 3. Prop. XXVI.) ſunt reciproce ut quadrata temporum; hoc eſt, Vis, quâ retinetur Luna, (cum in Æquatore motu diurno circa Solem fertur,) ne per rectam tangentem Orbitam excutiatur, eſt ad Vim, quâ retinetur in Orbita, quam menſe periodico circa Terram percurrit, ut 27 × 27 ad 1; ſive ut 729 ad 1. Verum Vis hæc verſus Terram tendens obtinet in iis tantum ſtellis, quæ in Æquatore ſunt poſitæ: Nam Vis, quâ Stella quævis extra hunc verſus Polorum alterum declinans à motu rectilineo retrahitur & in Orbita Æquatori parallela continetur, (per Prop. XII.) tendit ad circuli iſtius centrum, non ad Terram extra ejus planum poſitam; eſtque (per Corol. 1. Prop. XXVI.) ut circuli iſtius ſemidiameter; hoc eſt, in data ab Axe diſtantia æqualis ſive eadem, & in data à Terra diſtantia ut ſinus complementi declinationis.

Ad Syſtema igitur *Tychonicum* conſervandum requiritur, 1°. Gravitas iſta acceleratrix corporum omnium in omnia, quæ datâ diſtantiâ eſt ut corpus verſus quod fit, & dato corpore verſus quod fit, eſt inverſe ut quadratum diſtantiæ. 2°. Vis quædam alia acceleratrix, æqualis nempe illi, quâ per ſuperiorem Vim Tellus verſus Solem tenderet, æqualiter agens in Solem, Mercurium, Venerem, Terram, Martem, Jovem, Saturnum, horumque Comites per lineas parallelas rectæ jungenti Solem & Terram,

Tab XII. pag.



Terram, & cum directione à Sole ad Terram. 3°. Vis acceleratrix verſus punctum proximum Axis Mundi tendens, diſtantiæ ab iſto puncto proportionalis, ad ultimas uſque Fixas porrecta. 4°. Vis alia ſimilis ad punctum proximum Axis Eclipticæ tendens, & diſtantiæ ab illo proportionalis. Vis hæc ea eſt, quâ retinentur Fixæ in Orbitis, quas motu proprio ab occaſu in ortum ſuper Eclipticæ Polos deſcribunt; & in locis inter centrum & Fixas intermediis omnino non agit, ſed apud Fixas agere incipit; eſtque (per Corol. 3. Prop. XXVI.) ad Vim conſimilem in Axe Mundi in duplicata ratione Diei naturalis ad Periodum Fixarum ſuper polos Eclipticæ. Atque hæ quatuor ſufficerent.

PROPOSITIO LXXXIII.

Mundi Syſtema Ptolemaicum *deſcribere.*

IN hoc Syſtemate Terra in centro immota prorſus conſiſtit. Huic proxima Luna, dein Mercurius, poſtea Venus, ſupra Venerem Sol, proxime Mars, tum Jupiter, & Saturnus Jovem ambiens; ut in ſchemate ab occidente in orientem ſub Zodiaco periodos ſuas abſolvunt. Supra Saturnum Fixarum ſphæra integra (in cujus centro eſt Terra) ſuper Eclipticæ polos etiam ab occaſu in ortum lentiſſime revolvitur. Sed & Fixæ & omnes dicti Planetæ ſuper polos Æquatoris ab ortu in occaſum ſpatio diei naturalis revolvuntur. Quos ſupra Fixas ponunt Orbes Aſſertores *Ptolemaici* Syſtematis, non numeramus; cum *Theoriæ* tantum inſerviant, & Mundum aſpectabilem non ſpectent. Et propter eandem rationem omittimus etiam cujuſque Planetæ Epicyclos: In Orbitis enim hic delineatis deferuntur centra Epicyclorum, in quorum circumferentiis ipſa Planetarum corpora moventur. In hoc ſchemate Planetarum Orbitas non delineavimus juxta proportionem quam in Cœlis ſervant; tum quod hanc non *Tab. XIII.*

declaraverit ipſe *Ptolemæus*, præterquam in Sole & Luna; quodque licet circuli deferentes centra Epicyclorum diſtent, ipſi Planetarum Cœli in hoc ſyſtemate ſunt contigui, inferiore quandoque in Apogæo aſcendente à Tellure ad diſtantiam æqualem illi, ad quam proxime ſuperior deſcendit in Perigæo: tum quod Mercurii & Veneris (ut de Luna taceam) Orbitæ ex *Ptolemæi* Theoriis petitæ evaneſcant fere reſpectu Orbitæ Saturni, & ideo in eodem ſchemate vix ſint deſcribendæ: Nam in hoc Saturni diſtantia à Terra centies ſexagies major eſt diſtantiâ Mercurii à Terra; at in *Copernicano* Syſtemate Mercurii diſtantia à Sole vigeſies & quater tantum ſuperatur à diſtantia Saturni ab eodem.

Licet Ordo Planetarum ſupra deſcriptus Philoſophorum & Aſtronomorum vulgo placuerit, non defuere tamen qui Lunæ Solem immediate ſuperponerent, Soli Mercurium & Mercurio Venerem; quæ opinio *Platòni* vulgo tribuitur: *Porphyrius* vero Soli Venerem immediate ſuperpoſuit & Veneri Mercurium, tribus reliquis (Marte, Jove & Saturno) ut prius manentibus: hâc forte ratione ducti, quod Luminaria bina Terris proxima eſſe conveniens judicarent; cum illi ad motus magis attendentes medium inter Planetas locum tribuerint Soli, à cujus motu reliquorum Planetarum motus in ſuis Epicyclis dependere compertum habebant.

PROPOSITIO LXXXIV.

Directionem & Legem Virium, quibus Syſtema Ptolemaïcum *conſervari poſſet, explicare.*

Tab.XIII. PRimo, ad continenda Sydera in Orbitis, quas motu diurno circa Tellurem deſcribunt, ſimilibus opus eſt Viribus atque in Syſtemate *Tychonico* ad eundem effectum producendum; nempe quæ à quovis Mundi puncto tendant ad proximum punctum Axis, ſintque in ratione

diſtantiarum ab illo. Secundo, ad Fixas continendas in Orbitis, quas motu proprio ab occaſu in ortum deſcribunt, ſimilibus opus eſt Viribus atque in ſupra deſcripto *Tychonico*; ſc. quæ tendant ad punctum proximum Axis Eclipticæ, ſintque in eadem ratione cum diſtantiis ab illo. Deinde ad Luminaria (Solem & Lunam) continenda in Orbitis, quas per motus ſuos ſecundos deſcribunt; cum Orbitæ iſtæ ſimiles ſint earum Orbitis in Syſtemate *Tychonico*, ſimilibus etiam opus erit in hoc Syſtemate Viribus ad illa in dictis Orbitis retinenda atque in illo; nempe (per Prop. LXXX.) gravitate acceleratrice trium Corporum Solis, Terræ & Lunæ verſus ſe invicem, (quæ alia nulla corpora Mundana afficiat, licet ſint intermedia,) quæ in data diſtantia ſit ut corpus verſus quod ſit, & verſus datum corpus ſit reciproce ut quadratum diſtantiæ ab illo; prætereaque gravitate quâdam aliâ æquali illi, quâ Tellus verſus Solem tenderet, agente æqualiter in Solem, Terram & Lunam per lineas parallelas rectæ jungenti Solem & Terram, & cum directione à Sole ad Terram, ſed quæ alium nullum Planetam afficiat. Nam Vis illa, quâ retinetur Sol in Orbita annua, non eſt eadem cum illa, quâ retinetur Luna in Orbita menſtrua, ad Solem uſque propagata: Etenim Vis, quâ Luna retinetur, eadem eſt (per Prop. XLVI.) cum Gravitate apud nos. Quod ſi Sol retineretur per eam ipſam eouſque propagatam, Cubi diſtantiarum Solis & Lunæ (per Prop. XXVII.) eandem haberent rationem quam Quadrata Temporum periodicorum eorundem; adeoque, poſitâ Lunæ diſtantiâ à Terra 60 ſemidiametrorum Terræ, Sol non ultra 340 Terræ ſemidiametros diſtaret; & ejus Parallaxis horizontalis ultra 9 ſcrupula prima aſcenderet, reclamante obſervatione; & præterea non daretur locus pro Epicyclis Mercurii & Veneris inter Cœlos Lunæ & Solis, ubi ſecundum hoc Syſtema collocantur.

Philoſophi quidam hujus Sectæ nolunt Solis & Lunæ

motus

motus ſub Zodiaco à motibus diurnis ſuper polos Æquatoris niſi mente diſtinguere, ita ut cujuſque motus ſit reipſâ in eadem ſimplici Linea Spirali, orta ex compoſitione prædictorum motuum, in quos motus iſti Cœleſtes ab Aſtronomis (propter majorem facilitatem) dividi intelliguntur; & motus ſimpliciſſimus in recta poterit ex duobus vel pluribus motibus componi. Quoniam vero Spiralis iſta non eſt Linea in plano deſcripta, nequit (per Prop. XI.) corpus in illa retineri per Vim unicam ad immotum punctum tendentem. Vel igitur Viribus diverſis ſupra deſcriptis opus erit, vel illis æquipollente Vi unicâ tendente ad punctum interea prorſum & retrorſum motum, & quidem in Linea ſatis compoſita.

Porro, ad continendos Planetas reliquos (Mercurium, Venerem, Martem, Jovem & Saturnum) in Orbitis, quas motu proprio deſcribunt, Vires ad Tellurem tendentes non ſufficiunt, (ut Prop. XIII. eſt demonſtratum;) neque Vires ad Solem tendentes, cum Veneris & Mercurii Orbitæ Solem in hoc Syſtemate non cingant, & proinde non ſint in omnibus partibus verſus illum cavæ: unde ex Prop. XI. conſtat propoſitum. Nullumque eſt in Syſtemate punctum, (nedum Corpus notabile,) quod poſſit eſſe centrum, ad quod tendant Vires quibus Planetæ retinentur, ne ſecundum tangentes rectas exeant; reclamante nimirum ſupradictarum rationum alterâ.

Quod ſi Syſtema hoc *Ptolemaicum* ad literam intelligatur; hoc eſt, ſi motus à *Ptolemæo* deſcripti non habeantur pro motibus per mentem tantum ſeparatis, ſed talibus qui revera Planetis inſunt; tum opus erit Vi in centro Epicycli uniuſcujuſque è Planetis (Saturno, Jove, Marte, Venere & Mercurio) tendente ad centrum deferentis; nempe in imaginario puncto (ſive ubi corpus nullum conſiſtit) ad imaginarium punctum; & præterea opus erit Vi in ipſo Planeta quæ tendat ad centrum Epicycli; nempe Vi in Corpore, quæ tendat ad imaginarium punctum.


Tab XIII. pag.
♄
♃
♂
☉
♀
☿
☾

tum. Sed & Vires hæ, quibus quiſque Planeta ejuſque Epicycli centrum urgentur, non propagantur ultra ſuum punctum ſuumque Planetam, nec alios afficiunt; & peculiari opus eſt Vi ad continendum unumquodque Epicycli centrum & unumquemque Planetam in propria Orbita, ita ut nulla ſit Lex quæ omnes reſpiciat: Gravitas autem ordinaria Satellitum Jovis & Saturni verſus centra Jovis & Saturni reſpectiva illibata interim manet.

Poſtquam Veneris & Mercurii Phaſes per Teleſcopium conſpectæ ſunt, Syſtema Mundi *Ptolemaicum* à Philoſophis rejectum eſt: inde enim clare evincitur Mercurium & Venerem Orbitis ſuis Solem cingere; ut in Scholio Prop. VI. eſt oſtenſum. Qui igitur pro Terræ immobilitate ſteterunt, Mercurium & Venerem in Epicyclis circa Solem ceu centrum moveri ſtatuerunt, Mundi Syſtema *Philolaicum* in tantum amplexi, & *Ægyptiorum* Vetus poſtliminio reducentes; quod etiam *Vitruvio* probatur in ſuo de *Architectura Libro*, & Venerabili *Bedæ* in ſuo de *Natura Rerum*. *Ricciolus* in *Almageſto* Solis ſatellitio Martem adjungit, ita ut Solis ſint Satellites, qui ſatellitio proprio non gaudent; circa Tellurem vero ceu centrum immediatum, præter Luminaria, ſoli rotentur Saturnus & Jupiter, qui Comites habent; atque Syſtema hoc fere *Tychonicum* ſuum dicit.

Non erit neceſſarium Vires earumque directionem explicare, quibus Syſtema *Ægyptiacum* & alterum illud paulo diverſum *Ricciolicum* conſervari poſſent: Iſtud enim ex ſupra dictis facile apparet. Prout enim illa ex ſupra deſcriptis Syſtematibus componuntur, ita Vires ad illa conſervanda neceſſariæ partes ſunt ſupra explicatarum Virium reſpectivarum.

SCHOLIUM.

Sectio hæc in eum finem ſubjungitur, ut non tantum Aſtronomi, (qui motuum Cœleſtium multiplicitatem mi-

nime reformidant, & pro poſtulato habent Stellam quamvis motu quovis movere,) diverſa Syſtemata penſitantes, quod Phænomenis optime congruat amplectantur; ſed ut Phyſici etiam Syſtema eligant, quod rationibus Phyſicis optime reſpondeat; nempe vel vetus *Philolaicum* ſive *Copernicanum*, quod Phænomenis congruit & conſervari poteſt per ſolam Gravitatem eodem tenore per Univerſum propagatam; Vim nempe acceleratricem corporum omnium in omnia, quæ eſt in data diſtantia ut corpus verſus quod ſit, & dato corpore verſus quod ſit, reciproce ut quadratum diſtantiæ: vel *Semi-tychonicum* Prop. LXXIX. deſcriptum, quod eadem prorſus præſtat (phænomena quod ſpectat) cum *Copernicano*, ſed quod præter eandem iſtam Gravitatem, quæ requiritur ad Syſtema Copernicanum, (per Prop. LXXX.) opus habet Vi quâdam aliâ, cujus magnitudo & directio perpetuo mutantur; eſt quippe Vis iſta æqualis illi, quâ Tellus verſus Solem tenderet, agitque æqualiter in corpora omnia Syſtematis Solaris ſecundum rectas parallelas rectæ jungenti Solem & Terram, & cum directione à Sole ad Terram: vel (ſi Telluri quietem omnimodam aſſerere certo ſit conſtitutum) ipſum *Tychonicum* Prop. LXXXI. deſcriptum, paria faciens quoad Phænomena, in quo (per Prop. LXXXII.) præter duas prædictas Vires opus eſt aliis duabus; nempe Vi æquali in ſingulis punctis axis Mundi, quæ augetur pro ratione diſtantiæ auctæ, eſtque apud Lunam ad Vim gravitatis in duplicata ratione menſis periodici ad diem naturalem; & Vi aliâ ſimili & ſimiliter propagatâ in ſingulis punctis axis Eclipticæ, quæ in ſolas Fixas agat, quæque apud Fixas ſit ad priorem Vim in axe Mundi in duplicata ratione diei naturalis ad annum magnum, ſive Periodum Fixarum ſuper polos Eclipticæ: vel ipſum *Ptolemaicum* Prop. LXXXIII. deſcriptum; atqui hoc Phænomenis non congruit, ut Prop. LXXXIV. oſtenſum. Verum ſi, ſepoſitis

tis Phænomenis Phaſium Veneris & Mercurii, ad ea ſola Phænomena motûs attendatur, quæ *Ptolemæo* innotuere, & illius Syſtema pro vero habeatur; (per Prop. LXXXIV.) præter duo genera Virium attractricium, per axem Mundi axemque Eclipticæ æqualiter diſperſarum, opus erit Gravitate acceleratrice Solis, Terræ & Lunæ verſus ſe invicem, Planetas reliquos haud afficiente, quæ in data diſtantia eſt ut Corpus verſus quod fit, & verſus datum corpus reciproce ut quadratum diſtantiæ ab illo; & præterea Gravitate quâdam aliâ (æquali illi, quâ Tellus verſus Solem tenderet) agente æqualiter in Solem, Terram & Lunam per lineas parallelas rectæ jungenti Solem & Terram, & cum directione à Sole ad Terram. Opus præterea eſt Vi particulari in centro Epicycli cujuſque è Planetis Saturno, Jove, Marte, Venere & Mercurio, quæ tendat ad centrum Deferentis ſui; & Vi particulari in ipſo Planeta tendente ad centrum proprii Epicycli, ſalvâ interim gravitate ordinariâ Satellitum Jovis & Saturni. Si vero vel *Ægyptiacum* (vel *Ricciolicum*) arrideat, (quod quidem Phænomenis reſpondere poterit,) opus erit (præter Vires in axibus Mundi & Eclipticæ reſidentes) Gravitate mutuâ Solis, Mercurii, Veneris, Terræ cum Luna, (& Martis,) ut in *Copernicano* & *Tychonico*, ſed quæ ad Jovem & Saturnum non pertingat; & præterea Vi æquali illi, quâ Tellus verſus Solem tenderet, agente æqualiter in Solem, Mercurium, Venerem, Terram cum Luna (& Martem) per lineas parallelas rectæ jungenti Solem & Terram, & cum directione à Sole ad Terram; prætereaque Vi particulari in centro Epicycli utriuſque Planetæ Jovis & Saturni, quæ tendat ad centrum ſui Deferentis, & Vi particulari in ipſo Jove & Saturno tendente ad centrum proprii Epicycli.

Finis Libri Primi.

ASTRO-

ASTRONOMIÆ PHYSICÆ ET GEOMETRICÆ ELEMENTA.

LIBER SECUNDUS

DE PRIMO MOTU.

IN Libro præcedente jacta ſunt fundamenta Aſtronomiæ Veræ & Phyſicæ; id eſt, Stellarum motus, prout in ipſa rerum natura revera fiunt, generatim ſunt explicati: Verum & apparentiarum habenda eſt ratio; hoc eſt, Aſttronomiæ ad illas aptatæ Elementa condenda ſunt. Sicut enim cuivis Philoſopho phænomenωn Cœleſtium rationes expendenti extra dubium eſt poſitum Terram inter Planetas referri, ita cuivis viſu prædito conſtat Tellurem in Mundi medio immotam apparere, Cœlumque & omnia inibi contenta circa hanc ad ſenſum moveri. Hujus phænomeni non tantum ratio eſt reddenda, (quod in Libro præcedente hactenus eſt factum,) ſed etiam modi explicandi, quos ad Stellarum loca è Tellure viſa definienda adhibuerunt Aſtronomi, qui vel rem ita ſe habere cum vulgo ſtatuunt, vel qui Syſtema hoc apparentiarum retinendum cenſent, utut rem prorſus aliter ſe habere certo ſciant; & ex hoc Syſtemate cum vulgo plerumque loquendum, & viſui aliiſque ſenſibus ſemper & ubique

à ratione & veriore Phyſica vim non eſſe inferendam. Huic igitur fini deſtinatus eſt Liber hic Secundus; Vocibus nempe in Aſtronomia uſitatis explicandis; & Sphærarum, Globorum & reliquarum Machinarum, quibus Motum præcipue Diurnum imitantur artifices & ob oculos ponunt, deſcriptioni & uſui tradendis, & generatim illis omnibus è Phyſico Syſtemate eruendis, & ſecundum apparens Syſtema tractandis & Calculo ſubducendis, quæ *Doctrinæ Sphæricæ* nomine ab Aſtronomis indigitantur: Et quamvis Doctrina hæc Sphærica à ſcriptoribus omnibus prius tradatur; ordinem tamen invertere non ſumus veriti, tam quod hâc methodo melius cavetur, ne, qui Aſtronomiam juniores diſcunt, Syſtemati Terræ immotæ primo aſſuefacti illud pro vero & indubio habeant, cui etiam à Senſibus proniores ſunt; quam quod Sphærica hæc ex *Kepleri* ſententia *multis rebus ex Theorica* (quæ eſt Doctrina de motu Planetarum proprio, Lib. præc. adumbrata) *per anticipationem petitis indiget, illa vero per ſeipſam tradi & comprehendi poteſt, nullo indigens adminiculo motûs diurni ſeu primi, aut hunc tractantis Doctrinæ Sphæricæ.*

SECTIO

SECTIO I.

De Geneſi circulorum Sphæræ, et Vocibus in Astronomia usitatis inde pendentibus.

PROPOSITIO I.

Eclipticæ & Zodiaci geneſin & naturam, eorumque diviſiones, item Secundariorum Eclipticæ, horumque officia exponere; & Voces in Aſtronomia uſitatas hinc pendentes explicare.

OBſervator in Tellure conſtitutus, viſu ſuo (quatenus non impeditur) undique æqualiter prolato, Mundum per ſuperficiem ſphæricam ſibi (hoc eſt, Telluri) concentricam definit, & remota omnia, quorum diſtantia eſt incognita, utut revera inæqualiter admodum diſſita, quaſi in eadem dicta concava ſuperficie collocari judicat, velut Fixas, Solem, ipſamque Lunam; ut Prop. XXXII. Lib. I. oſtenſum eſt. Sphæra hæc Telluri concentrica illique circundata, viſu definita, & Fixis micantibus interſtincta, ſpatii abſoluti vices gerens, immota prorſus ſpectatur dum abſtrahimus à motu diurno, quo univerſa hæc ſphæra vel potius totum Cœlum ab oriente in occidentem ſpatio 24 horarum revolvitur. Cum autem, per motum Telluris annuum circa Solem, Sol è Tellure ſpectatus videatur ad ſtellas magis orientales quotidie progredi, (ut Prop. II. Lib. I. oſtenſum,) Sol in ſphæra immobili ſive ſpatio Mundano moveri videbitur; cujus ſemita inter Fixas notata *Ecliptica* dicitur, quod Luminarium Eclipſes non niſi in illa contingant; ut ſupra eſt oſtenſum.

Stabilitâ ſemel Eclipticâ hâc, manifeſtum eſt quod ſicut Planetarum orbitæ circa Solem non ſunt in uno plano omnes, ſed illorum quivis è Sole ſpectatus nunc in

in hanc nunc in illam Viæ Telluris inter Fixas notatæ partem excurrit; ſic Planetæ iidem è Tellure ſpectati nunc in hanc nunc in illam Eclipticæ partem excurrunt, & varie etiam in iiſdem Orbitarum ſuarum punctis excurrere videntur, pro vario Telluris ſitu, (ut Prop. v. & VIII. Lib. I. oſtenſum;) ſed maximus illorum excurſus intra decem gradus continetur: Aſtronomi igitur tractum iſtum Cœli ſtellati, quem Sol, Luna & Planetæ motibus ſuis inſignire videntur, quique Zona eſt 20 gradus lata, (decem nempe ad utrumque Eclipticæ latus,) uno nomine *Zodiacum* dixere ab imaginibus animalium, quas Fixæ in iſto tractu referre viſæ ſunt. Harum duodecim conſtituerunt, vel quod hic numerus aptiſſimus ſit, quippe in partes, duas, tres, quatuor, ſex & duodecim abſque reſiduo diviſibilis; vel quod, dum Sol Zodiacum ſpatio annuo peragrare videtur, duodecim proxime contingant Lunationes, ſive Luna phaſes omnes duodecies ſubeat. Zodiaci partes hæ *Signa* dicuntur, harumque notæ ſunt, Aries ♈, Taurus ♉, Gemini ♊, Cancer ♋, Leo ♌, Virgo ♍, Libra ♎, Scorpio ♏, Sagittarius ♐, Capricornus ♑, Aquarius ♒, Piſces ♓. Horum Signorum quodvis rurſus in partes 30 æquales dividitur, ut integer circulus (reliquorum omnium inſtar) in 360 diſpeſcatur. Quamvis Zodiaci aut alterius circuli nullum ſit proprie initium, nullus finis; Aſtronomi initium numerandi faciunt à primo puncto Arietis, in quo Sol è Tellure videtur cum dies noctibus æquantur, & ver incipit borealis hemiſphærii Telluris incolis, quod etiam eſt punctum communis interſectionis Eclipticæ & Æquatoris; ut Prop. XXXIII. Lib. I. oſtenſum. Numeratio autem fit ab ♈ ad ♉, ♊, & ita denuo, donec ad initium ♈ reverſum fuerit, in eandem plagam, in quam Sol circa Terram moveri videtur. Atque progreſſus in hanc plagam dicitur fieri in *Conſequentia Signorum*, ſive ſecundum eorum Seriem; in eandem nempe, in quam Sol, Luna & ple-

rumque

rumque cæteri Planetæ moveri videntur: Sed phænomenon, quod inverſo ordine ſive ab ♉ ad ♈ vel ab ♈ ad ♓ fertur, dicitur contra ſeriem ſignorum ſive in *Antecedentia* moveri.

Exinde vero quod Axis Telluris poſt plures revolutiones circa Solem à ſitu parallelo illi, quem prius habuerat, aberrat deſcribens ſuperficiem conicam, imagines ſtellarum migrarunt ex Zodiaci Signis, quibus olim nomina ob viciniam dederunt. Atque hoc fit non ex Stellarum aut Zodiaci motu, ſed quod una cum Telluris Axe Æquator Terreſtris moveatur, ita ut Æquatoris Cœleſtis interſectiones cum Ecliptica, ſive puncta Æquinoctialia (& proinde etiam omnia Zodiaci puncta, quatenus numeris exprimuntur) migrent in antecedentia; & Imagines ſive ipſæ Fixæ reſpectu horum in conſequentia transferri videantur; ut Prop. LXIV. Lib. I. oſtenſum eſt.

Si per Eclipticæ polos ducti intelligantur circuli innumeri, Eclipticæ ad angulos rectos occurrentes, & hujus *Secundarii* dicti; horum ope quodvis in Cœlo punctum ad Eclipticam refertur: nempe phænomenon quodvis in eo Zodiaci vel Eclipticæ puncto eſſe intelligitur, in quo hujuſmodi ſemicirculus per phænomenon tranſiens Eclipticæ occurrit. Et phænomena, quæ hoc modo ad idem Zodiaci punctum referuntur, conjuncta dicuntur ſive in *Conjunctione*; quæ vero ad oppoſita referuntur, in *Oppoſitione*. Si Zodiaci quadrans interjaceat puncta, ad quæ phænomena referuntur, dicuntur eſſe in aſpectu *Quadrato*; ſi vero Zodiaci triens, in aſpectu *Trino*; denique ſi interjaceat Zodiaci ſextans, aſpectum dicuntur habere *Sextilem*.

Porro, arcus Eclipticæ inter initium Arietis & dictum interſectionis punctum interceptus, & in conſequentia numeratus, dicitur phænomeni vel puncti iſtius *Longitudo*, ſicut & Secundarii arcus inter Eclipticam & dictum phænomenon aut Cœli punctum interceptus ejuſdem *Latitudo* appellatur; unde & Secundariis hiſce nomen *Circulo-*

rum Latitudinis inditum. Latitudo eſt vel *Borealis* vel *Auſtralis* : Cœlum enim ab Ecliptica (circulo Cœleſti, quoniam is in Cœlis primitus conſideratur) in Hemiſphærium Boreale & Auſtrale ab Aſtronomis dividitur.

PROPOSITIO II.

Æquinoctialis Cœleſtis ejuſque Secundariorum & Parallelorum geneſin, naturam & officia exponere, & Voces in Aſtronomia uſitatas hinc pendentes explicare.

SI Æquatoris Terreſtris ſive circuli medii inter polos, ſuper quibus Tellus motu diurno circumvolvitur, planum undiquaque productum intelligatur; interſecabit illud ſphæricam Cœli ſuperficiem Telluri concentricam in circulo correſpondenti in Cœlo, & Axis Terræ productus ſignabit Polos in eadem ſphæra. Et quamvis Tellus cum ſuo Axe & Æquatore motu annuo circa Solem deferatur, tantillus eſt tamen circulus à Terra peragratus reſpectu ſphæræ Fixarum, ut Axis & Æquator Terreſtres (ſibi ipſis ubique paralleli) producti in eaſdem ad ſenſum Fixas incidant, adeoque Fixæ reliquæ omnes, quæ eundem inter ſe ſitum retinent, eundem etiam reſpectu Æquatoris & Polorum Cœleſtium ſitum retineant, niſi quatenus Axis & Æquator in Terra ſibi ipſis paralleli non manent; de quo Prop. ſequenti. Et quoniam Tellus ſuper Axe proprio ſpatio diei naturalis revolvitur ab occidente in orientem, corpora quævis à Terra ſeparata circulum in cava ſphæra Cœleſti Æquatori parallelum eodem tempore ab ortu in occaſum deſcribere videbuntur, oculo in Tellure poſito, qui ſe ſuumque domicilium immotum judicat; ut Prop. XXXII. Lib. I. fuſe eſt explicatum.

Verum quia Tellus circa Solem motu annuo defertur, Æquator Terreſtris ſibi ſemper parallelus non niſi bis in anno Soli ita ſe applicat, ut Sol in ejus plano producto repe-

reperiatur, & proinde Solis lumen ad utrumque Telluris polum pertingat, & quodlibet Telluris punctum motu diurno revolutum tam diu in luce verſetur quam in tenebris (ut Prop. XXXIII. Lib. I. oſtenſum eſt;) hoc eſt, non niſi bis in anno Sol motu diurno Æquinoctialem circulum Cœleſtem deſcribere videatur, quo caſu omnibus Telluris incolis dies noctibus æquantur: Namque Æquinoctialis Eclipticam interſecat in puncto in quo Sol inter Fixas apparet, cum ejus lumen ad utrumque Telluris polum pertingit, & Æquinoctium per totum Terrarum orbem efficit. In omni enim alio caſu Sol motu diurno (reliquorum Cœleſtium inſtar) circulos deſcribere videtur Æquinoctiali parallelos, inter quos eminent illi, quos Sol in cœlo deſcribere videtur, cum Poli Terræ maxime annuunt ad Solem; hoc eſt, cum Sol è Tellure in initio Signorum Cancri & Capricorni inter Fixas ſpectatur; quique proinde *Tropici Cancri* & *Capricorni* vocantur, quia Sol inde verſus Æquatorem ſtatim revertitur. Sunt & alii duo circuli circulo Æquinoctiali paralleli (quos nimirum Eclipticæ Poli motu diurno percurrere videntur; tantumque proinde ab Æquinoctialis Polis diſtant quantum Tropici ab Æquinoctiali) *Polares* dicti, vel quod ab Eclipticæ Polis per motum primum ſive diurnum deſcribantur, vel quod vicini ſint Polis Æquinoctialis, qui & *Poli Mundi* dicuntur, quia omnis præter Terram Mundus ſuper illos revolvi videtur ſpatio 24 horarum. Æquinoctialis circulus, ut vulgo, in 360 gradus dividitur, & gradus hi numerantur verſus eaſdem partes cum Eclipticæ aut Zodiaci gradibus; nempe ab occaſu in ortum, ſecundum ſeriem Signorum, & ab eodem etiam initio; nempe primo puncto Arietis. Sicut per Eclipticæ Secundarios quodlibet in Cœlo punctum ad Zodiacum refertur, ita per Æquatoris Secundarios ad Æquinoctialem. Et Secundarii arcus inter punctum & Æquatorem comprehenſus dicitur iſtius puncti *Declinatio*;

Auſtralis vel *Borealis*, prout verſus hunc vel illum Polum fit. Punctum enim tantum declinare dicitur, quantum à primario hoc circulo (quippe motûs diurni in oculos maxime incurrentis medio & præcipuo) diſtat: Diſtantia hæc ſive Declinatio penes Æquatoris Secundarios eſt, qui proinde *Declinationum Circuli* appellantur. Horum præcipui ſunt *Coluri* duo, quorum alter per Eclipticæ & Æquatoris interſectiones ſive puncta Æquinoctiorum tranſiens vocatur *Colurus Æquinoctiorum*; alter priori ad angulos rectos *Colurus Solſtitiorum* dicitur, quoniam Eclipticæ occurrit in punctis ab Æquatore remotiſſimis, ubi Solſtitia celebrantur.

PROPOSITIO III.

Æquatoris Terreſtris ejuſque Secundariorum & Parallelorum naturam & officia exponere, & Voces in Aſtronomia & Geographia uſitatas hinc pendentes explicare.

ÆQuator proprie eſt circulus Terreſtris, quippe in Terra primitus exiſtens, & non niſi ratione primi motûs (qui in Cœlo eſt tantum apparens) in Cœlum invectus. Hujus vero Paralleli quatuor præcipui, duo Tropici & totidem Polares, poſſunt in Terra intelligi vel quaſi ejuſdem nominis circulis Cœleſtibus (quorum geneſin Prop. præc. expoſuimus) directe ſubjecti, vel (quod magis naturaliter fit) in ipſa Tellure primitus geniti. Et Tropici hoc pacto erunt circuli in Terra Viæ Solis diurnæ apparenti directe ſubjecti, quando Telluris Polus proximus ad Solem maxime annuit: Polares autem qui Terræ tractus definiunt quibus tunc perpetua eſt Dies aut Nox; ut Prop. XXXIII. Lib. I. explicatum eſt.

Quatuor hi circuli Æquatori paralleli Telluris globum in quinque *Zonas* dividunt; quarum *Torrida* eſt, quæ utroque Tropico continetur, viæ quippe Solis ſubjecta, & ejus radios directos & proinde fortes excipiens. Hu-

jus

jus incolæ dicuntur *Amphiſcii*, quoniam hominis erecti umbra movetur tam verſus dextram quam verſus ſiniſtram reſpicientis ipſam, & quod umbra meridiana verſus utrumque Polum diverſis anni temporibus projiciatur. Qui Polaribus includuntur Terrarum tractus, binas *Zonas* conſtituunt; *Frigidas* quidem, quod obliquos & proinde debiles radios Solis patiantur, qui glaciei vim hyeme & nocte longâ gelu conſtrictam, æſtate & die licet productiori, reſolvere nequeunt. Harum incolæ, umbræ reſpectu, *Periſcii* ſunt, quod umbra (Sole non occidente) circum illos gyretur. Inter mediam Torridam & extremas Frigidas intermediæ jacent duæ *Zonæ Temperatæ*, quippe utriuſque extremæ adjacentis affectionum participes: quarum *Borealis* Tropico Cancri & Polari Arctico; *Auſtralis* vero Tropico Capricorni & Polari Antarctico clauditur. Et quamvis Veteres has ſolas Temperatas & habitabiles dixerint, experientiâ conſtat Frigidas ipſas, & præcipue Torridam, animalibus & vegetabilibus alendis aptiſſimas eſſe; aliis cauſis, partim Phyſicis partim Aſtronomicis, radiorum incidentiam nimis directam aut obliquam compenſantibus. Temperatarum Zonarum incolæ *Heteroſcii* appellantur; nempe quibus umbra meridiana verſus alterum tantum polum ſc. proximum dirigitur, & quibus umbra verſus unam tantum plagam circumducitur, uti nobis in Zona Temperata Boreali degentibus, & umbram propriam reſpicientibus verſus dextram.

Rurſus, ad Æquatorem Terreſtrem degentibus Dies Noctibus perpetuo æquantur, quoniam tam Æquator quam Circulus partem Terræ à Sole illuminatam ab obſcura diſtinguens ſunt ſphæræ maximi, & igitur (per Prop. XI, *Lib.* I. *Theod.*) ſe mutuo bifariam ſecant, unde quodvis in Æquatore punctum æquabiliter motu diurno circumvectum tamdiu in luce verſatur quam in tenebris. Verum incolæ extra Æquatorem verſus alterutrum polum degenti Dies longiores ſunt Noctibus, quando polus Terræ proximus

mus annuit ad Solem, & longiſſimæ cum dictus Terræ polus maxime annuit ad Solem: Et quo magis diſtat incola ab Æquatore, eo longiores ſunt illi Dies longiſſimæ, donec tandem ad Polarem æſtate nulla ſit Nox; ut Prop. XXXIII. Lib. I. fuſe oſtenſum eſt. Hinc ergo factum eſt, ut *Ptolemæus* aliique Geographi Terram diviſerint per circulos *Parallelos* Æquatori, à ſe mutuo, & ab eorum initio (ipſo nempe Æquatore) ita diſtantes, ut longiſſima Dies augeatur horæ quadrante de *Parallelo* in *Parallelum*. Diviſionem in minores partes neglexerunt, quippe inſenſibiles; & ſpatium hoc (licet proprie zonulam) pro indiviſibili ſecundum latitudinem habuerunt, & ideo *Parallelum* dixerunt, ſubintelligentes circulum. Poſito ergo ipſo Æquatore primo Parallelo, ſecundus per ea Terræ loca tranſit, ubi dies longiſſima eſt horarum $12\frac{1}{4}$; tertius per ea, ubi Dies eſt $12\frac{1}{2}$ horarum; atque ita denuo, & ſimiliter in altero hemiſphærio. Duo autem hujuſmodi ſpatia *Clima* conſtituunt, quæ proinde ſemi-horæ augmento diſtinguntur. Clima quodvis ab inſigni aliquo loco prope medium ſito denominarunt: Horum ergo numerantur 24 inter Æquatorem & Polarem alterutrum, quum dies maxima augeatur 12 horis. Verum Vetuſtiores hanc numerationem non ab ipſo Æquatore inceperunt, ſed primum Clima per *Meroen* Inſulam traduxerunt, ubi hactenus dies longiſſima per integram horam aucta deprehenditur ſupra 12 horas, vel quod regionem hanc prope Æquatorem pro mundo recto relinquerent, reſpectu cujus regiones ad latera κλίματα dicuntur; vel quod interiora forſan pro inhabitatis haberent: quamvis *Ptolemæus* dicat multos etiam tum fuiſſe, qui contenderent ſub ipſo Æquinoctiali eſſe habitationes, quaſi in regione temperata, ſed ſuæ ætatis homines ad illum uſque diem illò non penetrâſſe. Ex altera parte computum Parallelorum exactum ad Polarem uſque non produxit *Ptolemæus*, cum ibi & crebriores ſint, & in Borealioribus

realioribus omnia exacte nimis ſcrutari operæ pretium non duxerit. At ultra Æquatorem verſus Polum Antarcticum nomen impoſuit Climati cuivis, quo indicatur Clima iſtud ignotum tantum diſtare ab Æquatore verſus Auſtrum, quantum notum quoddam ab eodem diſtat verſus Boream; ut Clima Αντι-διa-Μερόης, Αντι-διa Σύηνης, &c.

Sicut Stellarum aut punctorum in Cœlo loca ſecundum longitudinem & latitudinem computantur per Eclipticam (circulum proprie Cœleſtem) ejuſque Secundarios; ita locorum in Terra Longitudines & Latitudines computantur in Æquatore (circulo proprie Terreſtri) ejuſque Secundariis, per polos Terræ tranſeuntibus. Hujuſmodi autem Secundarius per locum aliquem in Terra traductus iſtius loci *Meridianus* dicitur, quoniam cum per revolutionem diurnam Tellus ad eum pervenerit ſitum, ut Sol in iſtius circuli plano producto fuerit, fit Meridies; ut infra fuſius explicabitur. Loci cujuſvis *Latitudo* eſt arcus Secundarii Æquatoris ſive Meridiani inter Æquatorem & Locum interceptus: Eſtque vel *Borealis* vel *Auſtralis*, prout locus ab Æquatore verſus hunc vel illum Polum diſtat. Loci vero Longitudo computatur in ipſo Æquatore ab occaſu ortum verſus, quiâ Terræ aridæ terminus verſus occaſum notior eſt quam quo ad ortum finitur. Verum cum in Æquatore nullum ſit initium, neque etiam hîc, ut in Cœlis, aliquod punctum cardinale per ejus interſectionem cum Ecliptica ſignatum; Geographorum arbitrio ſtabiliendus erat Primus Meridianus, à cujus nempe interſectione cum Æquatore numerationis initium ſumeretur. Illi vero Terram aridam & habitabilem nullam agnoſcebant præter continentem, quam ipſi incolebant cum adjacentibus inſulis: Meridianum igitur Primum per locorum notorum maxime occidentalem (ut Azores, vel Fortunatas) traductum fingebant, atque exinde Terrarum loca omnia, quaqua in longum patent, ortum verſus ſecundum Longitudinem diſponebant; Locique *Longitudinem*

nem dicebant arcum Æquatoris interceptum inter *Primum Meridianum* & *Meridianum* Loci. Ex quo vero Telluris globus circumcirca habitatus reipſâ deprehenditur, & locorum occidentaliſſimus nullus detur, paulatim prædictus Longitudinem locorum numerandi modus negligitur, in Veterum monumentis intelligendis præcipue utilis; (licet etiamnum adhiberi poſſit;) & quiſque Meridianum Urbis propriæ pro præcipuo habet, & quomodo aliorum locorum Meridiani ad ortum vel occaſum poſiti ad hunc referuntur notat, ſive quot horæ effluant, ex quo Meridianus orientalior Solem reliquit, donec occidentalior eundem aſſequatur; vel ex quo Sol orientaliorem Meridianum relinquere viſus ad occidentaliorem pertingit.

Rurſus, ratione Meridianorum & Parallelorum comparati incolæ Telluris, alii Geographis dicuntur *Periœci*, qui in eodem Parallelo Terreſtrii & oppoſitis Meridianis degunt. (Oppoſiti Meridiani dicuntur ejuſdem circuli oppoſitæ ſemiſſes à Polis computatæ, quoniam quæ in hujuſmodi oppoſitis ſemicirculis ſunt loca, ad oppoſita Æquatoris Terreſtris puncta referuntur.) Unde Periœci Tempeſtates Anni eaſdem experiuntur, propter polum Terræ utriſque proximum annuentem ad Solem, vel ab eodem abnuentem; vel, ſecundum apparentiam immotæ Terræ loquendo, quoniam Sol ad utriuſque loci parallelum (quippe eundem) pariter accedit, & ab eodem recedit: At meridiei & mediæ noctis vices ſubeunt alternas, prout horum vel iſtorum Meridianus per Telluris revolutionem diurnam Soli ſubjicitur, vel (quod tantundem valet) prout Sol ad horum vel iſtorum Meridianum revolutione diurnâ apparente gyratus accedit; niſi fuerint in Zona Frigida, ubi die ſimul fruuntur. Alii rurſus dicuntur *Antœci*, in eodem Meridiano at oppoſitis Parallelis habitantes, ita ut meridies vel media nox utriſque ſimul contingat; quippe qui eandem habeant longitudinem. At horum æſtas evadit iſtorum hyems, prout Tellus

lus motu annuo nunc ipſius polum borealem nunc auſtralem Soli magis obvertit; vel prout Sol ad hunc vel iſtum Polum ab Æquatore declinat. Alii denique vocantur *Antipodes*, quod in oppoſitis Meridianis æque ac Parallelis verſantes adverſis è diametro pedibus incedant. Hiſce omnia contraria eveniunt: His nimirum æſtas & longæ dies vel noctes nullæ eodem tempore quo illis hyems & breves dies vel noctes perpetuæ; nox vero ibi quando hic dies, & dies quando hic nox. Patet Æquatoris incolam ſibi eſſe Antœcum; eundem vero eſſe huic & Periœcum & Antipodem: Poli autem utriuſque incolam ſibi eſſe Periœcum, & ejus Antœcum eundem eſſe qui Antipodem.

PROPOSITIO IV.

Horizontis ejuſque Secundariorum & Parallelorum geneſin & naturam exponere, Voceſque in Aſtronomia uſitatas hinc pendentes explicare.

PRæter jam dictos Eclipticæ & Æquatoris circulos, reſpectu quorum loca ſtellarum è Tellure viſa determinant Aſtronomi, eſt & alius *Horizon* dictus, qui eſt magnus ille circulus, quem quiſque in planitie conſtitutus viſu circumacto definit, quo Cœli pars conſpicua dividitur ab inconſpicua. Circulus hic eſt omnium in ſphæra ad apparentiam præcipuus; quippe à quolibet Obſervatore vel maxime rudi ſtatim determinatus. Ejus geneſis ex vero Syſtemate tradita eſt ſuperius Prop. XXXII. Lib. I. Verum quoniam ſuperficies ſphærica, ad quam phænomena Cœleſtia referimus, Telluri non oculo concentrica intelligitur; planum per oculum Tellurem contingens hanc in æqualia ſegmenta non dividit, quare Horizon ibi deſcriptus, per ſectionem dicti plani & Sphæræ genitus, *Senſibilis* proprie dicitur; quippe Senſu definitus: Et *Rationalis* iſtius ſpectatoris Horizon ille eſt,

 qui

qui fit per ſectionem dictæ ſuperficiei ſphæricæ cum plano Horizonti ſenſibili parallelo, per ipſum Telluris centrum tranſeunte. Hæc autem plana parallela producta eundem in ſuperficie ſphæræ valde magnæ, in qua Fixæ ſpectantur, circulum ſignant, cum ipſa Tellus ad Fixarum ſphæram comparata puncti rationem habeat. Ex quibus patet Horizontem inter Fixas conſideratum eſſe circulum in ſphæra maximum, à puncto Vertici hominis (cujus eſt Horizon) incumbente, *Zenith* dicto, & huic oppoſito *Nadir* æqualiter undique diſtantem: Quæ proinde puncta Zenith & Nadir ſunt Horizontis Poli in quibus ſe invicem decuſſant Horizontis Secundarii per omnia Cœli puncta traducti, qui proinde *Verticales* nuncupantur, & quandoque *Azimuthi:* Horizontis vero paralleli, ſive ſupra illum verſus Zenith intelligantur, ſive infra verſus Nadir, *Almicantarath* dicuntur. Inter Circulos Verticales eminent præcipue duo, quorum alter per Zenith (communem Verticalium omnium nodum) & Mundi polos traducitur, vocaturque *Meridianus;* nempe *Cæleſtis,* quippe directe incumbens Meridiano Terreſtri: Circulus hic Horizontem interſecat in Cardinibus *Meridiei* & *Septentrionis,* illoſque ſignat. Verticalium principalium alter eſt huic ad angulos rectos, & Horizontem in punctis Ortûs & Occaſûs interſecat; & quoniam prior ille, licet Verticalis, alio item nomine ſc. Meridiani indigitatur, poſterior hic *Verticalis Primarii* appellationem ſibi habet relictam. Per Horizontem ejuſque Secundarios quodlibet in Cœlo punctum ſecundum Altitudinem ſupra aut Depreſſionem infra Horizontem, & Azimuthos diſponitur: Nempe cujuſvis puncti *Altitudo* aut *Depreſſio* eſt circuli Verticalis arcus inter dictum punctum & Horizontem interceptus: *Azimuthus* vero eſt Horizontis arcus interceptus inter cardinem Meridiei vel Septentrionis & punctum, in quo Verticalis per Phænomenon traductus occurrit Horizonti; qui *Orientalis* vel *Occidentalis* eſt, prout à Meridiano in orien-

orientalem vel occidentalem Cœli partem numeratur. Quandoque Azimuthus numeratur à Cardine Orientis vel Occidentis verſus Septentrionem aut Meridiem. At à Cardinibus hiſce perpetuo numeratur *Amplitudo Ortiva* vel *Occidua*, quæ eſt Horizontis arcus inde ad punctum oriens vel occidens numeratus, & utraque proinde *Borealis* vel *Auſtralis*; quanquam denominatio hæc primum fluxiſſe videatur à Conſtellationibus integris, quæſitumque quam amplum Horizontis ſpatium occupet oriendo vel occidendo conſtellatio quælibet.

Quatenus quælibet ſuperficiei convexæ Telluris portio, cui inſiſtit ſpectator, tanquam planum habetur Horizonti parallelum; in illo conſiderantur Ventorum Plagæ, quarum Cardinales ſunt Septentrio & Meridies, Oriens & Occidens; quæ nempe ſubſunt Meridiano & Primario Verticali ſupra deſcriptis, ſive ſectiones ſunt plani Horizontalis cum planis dictorum circulorum. Quatuor has Plagas monſtrat nobis Cœli motus; Plagam nempe Orientis, ubi Sol in Æquinoctiis oritur: Occidentis, ubi ſe Sol condit eodem die: Septentrionis, quâ Polus mundi nobis Borealis hemiſphærii Terræ incolis conſpicitur, & Stellæ ſeptem Triones dictæ perpetuo apparent: denique Plagam Meridiei, unde Sol nobis Medio die radiat. Voces enim Aſtronomicæ Terrarum tractibus in Zona temperata Boreali ſitis accommodatæ ſunt, quia Aſtronomia primum in iis ſolis colebatur. Mediæ totidem inter quatuor Cardinales nomina habent (in Anglicana & cognatis linguis) compoſita ex nominibus Cardinalium ſuorum lateralium, ita ut præponatur in compoſitione nomen præcipui Cardinis. Jam inter has octo collocatæ medio loco aliæ octo iterum ex nominibus priorum octo compoſita habent nomina, ſingula ex binorum lateralium ſibi vicinorum, præpoſito nomine Cardinalis in compoſitione; unde fit, ut nomen præcipuorum Cardinum ſtatim duplicetur, & reliquorum Cardinum nomina ſint in initio &

fine dictionis ſic compoſitæ. Inter ſedecim plagas, nominatas interjectæ ſedecim aliæ compoſita habent nomina, ſingulæ ab una primarum octo, cui cum præpoſitione annectitur nomen Cardinis quorſum illa declinat; exſurguntque triginta & duæ Ventorum Plagæ, quæ ſunt communes interſectiones planorum totidem Verticalium cum plano Horizontis, & ventis ſatis præciſe diſtinguendis inſerviunt. Pro Phænomenon vero Cœleſtium Azimuthis numerandis adhibemus Horizontis gradus, incipiendo ab aliquo quatuor Cardinum; ut ſuperius dictum eſt. Porro plagæ hæ (dum in plano Horizontali conſiderantur) rectæ lineæ habentur; ſi vero Terræ ſuperficies tanquam ſphærica conſideretur, (qualis revera eſt,) dictarum Plagarum per Terræ ſuperficiem productarum nulla recta eſt, Cardinales tantum ſunt circuli; nempe qui Septentrionem & Meridiem indicat maximus atque idem cum Meridiano loci unde initium ſumunt; qui vero Ortum & Occaſum oſtendit eſt circulus minor, parallelus nempe Æquatori, per locum tranſiens; niſi locus ſit in ipſo Æquatore, quo caſu etiam major eſt; quippe ipſe Æquator: Reliquæ Plagæ per Terræ ſuperficiem productæ, quæque nunc *Rhumbi* & *Loxodromiæ* dicuntur, Curvæ ſunt Spirales ſui generis, Meridianos omnes in datis angulis ſecantes.

PROPOSITIO V.

Meridiani Cœleſtis aliorumque Circulorum Horariorum geneſin & naturam explicare.

PRop. III. explicatum eſt, qualis circulus ſit Meridianus cujuſvis loci in Terra conſideratus; nempe circulus Terram cingens, per utrumque Polum & dictum locum traductus; & proinde maximus, quia per oppoſita puncta tranſiens. Et Meridianus Cœleſtis ejuſdem loci eſt huic in Cœlo directe ſuperincumbens & reſpondens;

dens ; nempe per Polos in Cœlo & loci Zenith traductus. Et quoniam Obſervator in eodem loco manens Tellurem & proinde ſui ipſius locum ejuſque verticem pro immotis habet, Meridianum Cœleſtem per immotos Polos immotumque Verticem traductum, tanquam circulum Cœleſtem immotum concipit : verum cum Cœlum & omnia Sydera motu diurno revolvi videantur, Meridianum ſui loci motûs hujus minime participem, tanquam extra Cœlum mobile concipit, Cœlumque intra illum revolutum. Et in quovis loco fit Meridies, cum Sol, per Cœli revolutionem diurnam apparentem, ad prædictum immobilem Meridianum Cœleſtem ſupra Horizontem perveniſſe videtur ; media vero nox, cum Sol ad ejuſdem partem infra Horizontem pertingit. Nam quoniam Meridianus hic Cœleſtis per Horizontis & Æquatoris polos tranſit, & (per *Prop.* XV. *Lib.* I. *Sphæric. Theodoſii*) Horizontem & Æquatorem hujuſque parallelos omnes ad angulos rectos interſecat ; patet Meridianum omnium Æquatori parallelorum circulorum ſegmenta ab Horizonte facta in æquales partes dividere ; adeoque cum Sol per motum diurnum hujuſmodi parallelum quendam deſcribat, (arcum quidem illius ſupra Horizontem exſtantem Diu, ejuſque arcum infra eundem depreſſum Noctu,) conſtat Meridiem fieri, cum Sol ad circulum Meridianum ſupra Horizontem appellit, mediamque noctem cum ad ejus partem oppoſitam infra Horizontem latentem pertingit : unde & huic nomen eſt impoſitum. Et ob eaſdem rationes medium punctum moræ cujuſvis Syderis ſupra aut infra Horizontem incidit, cum Sydus illud Meridianum attingit : Ubi ſimul ejus elevatio ſupra Horizontem eſt maxima, quæ & Altitudo Meridiana ejus Syderis dicitur.

Rurſus, cum ſpatium temporis inter duos proximos meridies in 24 partes æquales (*Horas* dictas) diviſum intelligatur, &, ob æquabilem Telluris revolutionem diurnam circa proprium axem, Sol æquabiliter Æquato-

rem aut huic parallelum aliquem ſuper Polos Æquatoris Cœleſtis deſcribere videatur; præter Meridianum alii undecim concipiendi ſunt circuli *Horarii* per Æquatoris polos traducti, qui una cum Meridiano Æquatorem in 24 partes æquales dividant; atque hi (ejuſdem loci reſpectu) immobiles intelliguntur Meridiani inſtar extra ſphæram poſiti, interea dum Cœlum æquabiliter ſubter illos revolvitur. Unde patet arcum Æquatoris inter duos hujuſmodi circulos proximos interceptum eſſe 15^{gr}; nempe partem 24^{tam} integræ peripheriæ. Sed mutato Meridiano Terreſtri, Obſervator omnes ſuos Horarios circulos mutat. Horarii dicuntur, quoniam Sol ad illorum quemvis per motum diurnum apparentem perveniſſe ſpectatus, talem ante vel poſt meredіem Horam efficit, qualis eſt ordine circulus iſte Meridiano orientalior vel occidentalior. Imaginari licet & alios infinitos hujuſmodi circulos Horarios, prout Horam diviſam ſupponimus in 60 ſcrupula prima, quorum quodvis rurſus in 60 ſecunda dividitur, atque ita porro. Circuli hi Horarii iidem ſunt poſitione cum Declinationum circulis, (de quibus Prop. 11;) quippe Æquatoris ſecundarii: ſed in hoc diſcrepant, quod Declinationum circuli una cum ipſis Stellis punctiſque Cœli, quorum Declinationem menſurant, circumacti; Horarii vero (ut dictum eſt) immobiles concipiantur. In Cœlo etiam reſpondent Horarii Meridianis in Terra; & quidem Meridiani Terreſtres ſunt reipſâ circuli Horarii, & non niſi per apparentiam in Cœlum invecti. Nam ſicut fit in loco dato meridies, cum Tellus motu diurno revoluta in eum ſitum pervenerit, ubi Meridiani planum productum in Solem incidit: ita talis eſt ante vel poſt meridiem Hora, qualis eſt ordine Meridianus Terreſtris ille, in cujus plano producto Sol tunc reperitur, à Meridiano loci.

PRO-

PROPOSITIO VI.

Varias Sphæræ Mundi appellationes, aliaſque Voces in Aſtronomia uſitatas, à varia inclinatione Horizontis ad Æquatorem pendentes explicare.

CUm pro diverſitate locorum Terreſtrium Horizon omniſque proinde Cœli facies; (hoc eſt, ipſa Mundi Sphæra) diverſa ſit; hanc diverſitatem triplicem conſtituunt, pro triplici poſitione Horizontis ad Æquatorem. Aut enim Loci Horizon rectus eſt ad Æquatorem ſecans illum ad angulos rectos, aut obliquus, aut illum omnino non ſecat, ſed cum eo coincidit. Quibus primum contingit, illi dicuntur incolere *Sphæram Rectam*; quibus vero ſecundum, *Obliquam*; quibus tertium accidit, eorum *Sphæra* dicitur *Parallela*, quod iis Stella quævis per motum diurnum videatur deſcribere circulum Horizonti parallelum.

In Sphæra Recta, (nempe ubi Æquator E Q ad Horizontem H O erectus eſt, ut in Figura,) Æquator (per *Prop.* XV. *Lib.* I. *Theodoſii*) per Horizontis polos Zenith & Nadir tranſibit: ipſe ergo locus in Telluris ſuperficie in Æquatore Terreſtri erit; tales namque ſoli Zenith & Nadir in Æquatore Cœleſti habent. Sphæram igitur Rectam incolunt omnes, illique ſoli, qui ſunt per longitudinem Æquatoris Terreſtris diſperſi. Horum Horizon per polos Mundi A & B tranſit (per ſupra citatam *Theodoſii* Prop.) & quodvis in Cœlo punctum rectà ſuper Horizontem aſcendere videtur; quippe circulum motu apparenti diurno deſcribens Æquatori (qui ad hunc Horizontem rectus eſt) parallelum. Et puncta, quæ ſimul oriuntur, ſimul etiam ad Meridianum pertingunt, ſimulque occidunt; quia poli, circa quos motus diurnus, quo Sydera Oriri, ad Meridianum pervenire & Occidere videntur, ſunt tam in Horizonte quam Meridiano *Tab. XIV. Fig.* 1.

hujus

hujus Sphæræ. Atque ex hoc Sphæræ ſitu originem ducit modus reducendi puncta Cœli ad Æquatorem. Nempe *Aſcenſio Recta* cujuſlibet in Cœlo puncti eſt arcus Æquatoris verſus ortum numeratus, interceptus inter initium Arietis & punctum Æquatoris, quod ſimul cum dicto in Cœlis puncto aſcendit in Sphæra Recta : Similiterque intelligitur quid ſit *Deſcenſio Recta* : & loco Horizontis Sphæræ Rectæ, cujuſlibet loci Meridianus aſſumi poteſt. Exinde quod ſoli Æquatoris Terreſtris incolæ Sphæram habeant Rectam, ex ſupra dictis (præcipue ad Prop. XXXIII. Lib. I.) patet, quænam ſint hujus Sphæræ affectiones; nempe noctes diebus hic perpetuo æquari, & quodlibet Cœli punctum tamdiu ſupra Horizontem conſpici, quamdiu infra illum latet.

Tab.XIV. Fig. 2. In Sphæra Obliqua, ubi Horizon H O Æquatorem E Q ad angulos obliquos ſecat; horum neuter per alterius polos tranſit, adeoque alter Æquatoris ſive Mundi Polus ſupra Horizontem eſt, alter infra eundem : ille igitur ſemper apparet, hic vero latet: neque Æquator per verticem Z tranſibit, ſed vertex erit inter Æquatorem & polum conſpicuum. Hujuſmodi Sphæræ duo erunt genera; vel enim polus Boreus B elevatur ſupra Horizontem H O, & Auſtralis latet, vel è contra Auſtralis attollitur, depreſſo Boreali. Prioris generis Sphæram habent omnes, qui inter Æquatorem Terreſtrem & Polum Arcticum degunt; poſteriorem, qui inter Æquatorem & Antarcticum. Et præcipua utriuſque phænomena quoad æſtatem & hyemem hactenus explicata videre eſt Prop. XXXIII. Lib. I. ſecundum verum Mundi Syſtema. Et in Syſtemate apparenti, cum quodvis in Cœlis punctum æquabili motu diurno deſcribat vel Æquatorem vel illi parallelum quendam; ſolus vero Æquator, parallelorum autem nullus in duas æquales partes ab Horizonte obliquo dividatur; Sol & Stellæ omnes extra Æquatorem verſus Polum conſpicuum declinantes diutius ſupra Horizontem morantur quam

quam infra; & è contra quæ verſus Polum latentem declinant, diutius ſub Horizonte latent quam ſupra eundem verſantur. Atque hoc ad certum uſque terminum verſus utrumque Polum obtinet. Si enim Declinatio augeatur, donec Syderis diſtantia à Polo conſpicuo minor ſit quam Poli elevatio ſupra Horizontem, Sydus omnino non occidit: At ſi minor ſit ejus diſtantia à Polo inconſpicuo, ſupra Horizontem non aſcendet; hoc eſt, non orietur. Et paralleli O V, H I ſemper conſpicua & inconſpicua in dato loco Sydera concludentes, Horizontemque tangentes, Veteribus quibuſdam (ut *Euclidi* in *Phænomenis*, *Manilio* in *Aſtron.*) ejus loci *Polares* dicuntur, qui proinde majores ſunt & longius à Cœleſti Polo remoti, quo locus, cujus ſunt Polares, eſt ab Æquatore Terreſtri remotior; hoc eſt, quo obliquior eſt Sphæra. Omnes autem inter Polares hoſce intermediæ Stellæ viciſſitudines habent ortûs & occaſûs, aſcenſionis & deſcenſionis. *Aſcenſio* Stellæ aut cujuſvis Cœli puncti *Obliqua* eſt Arcus Æquatoris verſus ortum numeratus, interceptus inter initium Arietis & punctum Æquatoris quod ſimul cum Stella oritur, in data Sphæra Obliqua: atque hæc pro varia Sphæræ obliquitate varia eſt. Et *Differentia Aſcenſionalis* eſt differentia inter Aſcenſionem rectam & obliquam. Eademque de *Deſcenſione Obliqua* ſunt intelligenda.

In Sphæra Parallela, ubi Horizon H O cum Æquatore E Q coincidit, unumque ex motûs diurni parallelis conſtituit, illorum Poli (nempe Zenith & Mundi Polus) etiam coincident: adeoque hæc Sphæræ poſitio ſolis ad binos Terræ Polos degentibus competit; omniaque Cœleſtia per motum diurnum circulos Æquatori parallelos deſcribentia, deſcribent etiam circulos Horizonti parallelos. Unde nullus erit per motum hunc diurnum ortus aut occaſus, nullaque adeo in hac Sphæra Aſcenſio Deſcenſiove, nulluſque Meridianus, cum hic per Polum *Tab. XIV. Fig. 3.*

 locique

locique verticem traducatur; cumque hi duo in hac Sphæra coincidant, circulum nequeunt determinare, quolibet verticali Meridiani nomen pari jure ſibi vendicante. Solis vero phænomena ex motu Terræ annuo oriunda, in Sphæra parallela conſpicua, Prop. XXXIII. Lib. I. explicata ſunt; competentia nempe alterutrius Poli incolis. In Syſtemate vero apparenti patet Solem, dum ad illum ab Æquatore Polum declinat qui Zenith occupat, perpetuo conſpici, ſemeſtremque diem conſtituere; ſicut ex adverſo ſemeſtrem eſſe noctem, dum Sol ad alteras Æquatoris ac proinde Horizontis partes declinat; dieique & noctis initia incidere in Solis ingreſſus in puncta Æquinoctialia.

PROPOSITIO VII.

Latitudo loci eſt arcus ſimilis arcui elevationis Poli ſupra Horizontem.

Tab. XIV. Fig. 4. SIt *a e b q* Tellus, cujus centrum T, Poli *a* & *b*, Æquator *e q*. Sumatur in hujus ſuperficie locus quivis *l*, cujus Latitudo eſt *l e* arcus Meridiani inter ipſum & Æquatorem interceptus. Sit concentrica Sphæra Cœleſtis, cujus Poli, Æquator, & Meridianus B, A, E Q, & B E A Q reſpondeant Polis, Æquatori, & Meridiano Terreſtribus. Sit loci *l* Zenith Z & Nadir N; nempe in rectæ T *l* productæ interſectionibus cum ſuperficie ſphærica Cœleſti. Quare H O circulus in Sphæra maximus ſuper polos Z & N deſcriptus eſt loci Horizon, & Meridiani arcus O B eſt Altitudo Poli conſpicui B ſupra Horizontem, quem aio ſimilem eſſe arcui *l e*, Latitudini nimirum loci. Nam quia A & B ſunt Poli circuli E Q, eſt (per *Prop.* X. *Lib.* I. *Sphæric. Theod.*) angulus B T E rectus; & ob eandem rationem angulus Z T O eſt rectus. Si ergo ab æqualibus E T B, Z T O auferatur communis angulus Z T B, reliqui E T Z, B T O erunt

erunt æquales. Et igitur (per Prop. xxxiii. El. 6.) arcus *e l*, B O, quibus illi inſiſtunt ad centrum, ſunt ſimiles. Q. E. D.

PROPOSITIO VIII.

Crepuſculi cauſas exponere, ejuſque Limites definire.

CRepuſculum eſt crepera illa ſive dubia Lux ante Solis ortum & poſt ejus occaſum. Si nulla eſſet circa Tellurem Atmoſphæra, neque ullus Auræ Æthereæ Soli proximæ ſplendor, quamprimum per Telluris motum diurnum quilibet in illius ſuperficie locus in Telluris umbram volveretur, vel quamprimum Sol motu apparenti diurno infra ejus loci Horizontem deſcenderet, meræ eſſent tenebræ; quippe Spectator à radiis Solaribus relictus luce deſtitueretur: Verum non tantum Sol, ſed & Soli proxime circumfuſa aura Ætherea (illiuſque quaſi Atmoſphæra accenſa) etiam ſplendet; cumque hæc oriendo aut occidendo tempus majus inſumat quam ipſe Sol, ante Solis ortum Aurora manifeſtâ circulari figurâ enitetur, ſurgens in claritatem figuræ ejuſdem, quæ eſt iſtius ſegmenti circuli hactenus orti Atmoſphæræ Solaris, & diverſa prorſus ab illa, quæ ab illuminatione Atmoſphæræ Terreſtris ab ipſo Sole facta procedit: Quod & de Crepuſculo poſt Solis occaſum ſimiliter eſt intelligendum. Verum quia materia ſplendens ob Solis viciniam nunc magis nunc minus ſplendet, Crepuſculi hinc orti termini non erunt uſque adeo certi, præſertim cum conjungatur cum alia potentiorique Lucis hujus creperæ cauſa. Nam poſtquam Telluris incola ſuperficiei inſiſtens ultra Lucis metas in Telluris umbram revolvitur, Telluri circumjecta Atmoſphæra, ſatis longe ſupra Terram expanſa, etiamnum illuminatur, locumque obſervatoris radiis reflexis illuſtrat. Hæc etiam cauſa ſubinde mutatur, prout plures aut pauciores in Atmoſphæra ſuſpenſæ reperiuntur

particulæ, radiis Solaribus reflectendis aut aliter ad nos detorquendis idoneæ; & prout particulæ hæ in majorem aut minorem emergunt altitudinem, quod ab Aeris (quippe fluidi cui innatant) gravitate per Baroſcopium indicanda pendet. Nam ſi prope Terræ ſuperficiem humiles admodum hærerent, ſtatim etiam & hæ, paulo poſt cum loco cui incumbunt in umbram revolutæ, radios Solares non amplius exciperent: Si vero aut raræ admodum in expanſo ſpatio natarent, aut lumini detorquendo parum idoneæ, lumen Solis aut non omnino aut ſaltem tenuiſſimum & movendo ſenſui vix ſufficiens ad nos mitterent; ſicut revera experimur in expanſo illo omni extra Telluris umbram, quod (licet perpetuo radiis Solaribus pateat) tam debile lumen verſus nos remittit, ut vix illius nomen ſortiatur.

Cum ex utraque cauſa Crepuſculi duratio varia ſit, obſervatione tamen conſtat Diluculi matutini initium plerumque fieri, cum jam Sol non amplius quam 18^{gr} infra Horizontem deprimitur; & veſpertino Crepuſculo finem imponi, cum Sol ad ſimilem profunditatem pervenit. *Tycho* quidem depreſſionem Solis, quæ Crepuſculo terminum ponit, 16^{gr} eſſe vult: Alii ad 19^{gr} uſque hanc extendunt; donec nimirum Fixæ minimæ cerni poſſint. *Caſſinus* ex propria obſervatione ad 17^{gr} tantum hanc extendit. *Ricciolus* ex ſua hanc aliam mane, aliam veſpere, & diverſis anni tempeſtatibus diverſam invenit.

SCHOLIUM.

Crepuſculo cognatum videtur Lumen iſtud ab oculatiſſimo D. *Caſſini* primum Anno 1683. paulo ante Æquinoctium Vernum veſpere obſervatum, à Sole Orientem verſus ſecundum Eclipticam protenſum. Sequentes obſervationes ipſius D. *Caſſini* & D. *Fatio* evicerunt Lumen hoc ab utroque Solis latere diffundi ſecundum Eclipticam fere, ſed ordinario ab hac ad ſeptentrionem potius

tius quam ad meridiem deflectere. Forma eſt utrinque acuminata ; cuſpides binæ à Sole nunc magis nunc minus diſtantes, initio duobus Signis aut paulo amplius à Sole remotæ, & poſt tres annos diſtantia in tria Signa aut etiam 100^{gr} excrevit : ejus latitudo eſt ultra 30^{gr} prope Horizontem : nequit vero Phænomenon hoc conſpici ubi latiſſimum eſt ; nempe ad ipſum Solem ſecundum latitudinis circulum. Ejus latera ſunt fere recta, nonnihil quandoque circa medium, Solem inter & alterutram cuſpidem, gibba ; angulo nunc majore nunc minore ad invicem inclinata. Angulus hic in mediocri ſua quantitate circiter 21^{gr}. Ex hiſce patet Phænomenon hoc Luminoſum ſimul cum Sole iiſdemque paſſibus per Eclipticam moveri : quod & de utraque cuſpide etiam verum eſt ; niſi quatenus hæ per totius incrementum aut decrementum à Sole magis minuſve diſtant. Claritas ejus eſt Viæ Lacteæ Caudæve Cometæ claritati haud abſimilis, hujuſque inſtar tranſlucens ; in medio major, verſus extrema minor, ſenſim deficiens, & in circumfuſo cæruleo Cœleſti exſtincta : Unde diverſis Obſervatoribus pro oculorum acie, eodem tempore & loco diverſæ magnitudinis, & pro Cœlo puro aut turbido, Crepuſculi proprie ſic dicti & lucidiorum Syderum abſentia vel præſentia, magis minuſve extenſa varieque terminata, mane ſemper debilior quam veſpere apparet. Lumen hoc propter crepuſcula pernoctia nequit mediâ æſtate in regionibus prope alterutrum Polum conſpici ; mane & veſpere ejuſdem diei circa mediam hyemem (ſilente Lunâ) videri poteſt : in locis prope Æquatorem idem quovis anni tempore fiet. In locis quibuſvis eo clarius videtur, quo ad Horizontem erectum magis ; quippe ex Crepuſculo & Vaporibus prope Horizontem hærentibus magis exſtans : adeoque in regionibus hiſce Borealibus optime videtur mane poſt Æquinoctium Autumnale, ineunte ſcil. *Octobri* ; & veſpere, exeunte *Februario* ; Eclipticâ ſecun-

dum quam protenditur, tum (initio & fine Crepuſculi tunc breviſſimi) ad Horizontem magis erectâ ; punctis Æquinoctialibus in illo conſtitutis.

Corpus (aut potius corpuſculorum congeries) cujus hæc ſunt Phænomena, videtur Lentis formâ Solem ambire; ut D. *Fatio* conjecit. Planum per Lentis aciem eſt in Eclipticæ plano, aut ſaltem non procul ab illo : ipſa acies inter Orbitas Veneris & Telluris, aſt huic propior. Particulæ iſtud lentiforme ſpatium replentes (ut Atmoſphæræ Solaris particulæ, de quibus modo dictum) lumen Solis reflectendo prædictam ſpeciem producere videntur: Annulus enim, cujus oppoſitæ facies planæ ſunt & parallelæ, Ellipſeos ſpeciem præ ſe ferret, verſus cuſpides obtuſiorem quam Phænomenon hoc. D. *Caſſini* particulas haſce Solis lumen remittentes, ſpatio hoc contentas, pro innumeris Planetis habet, cum ſeparatæ, Planetarum inſtar, motus ſuos circa Solem exerceant ; quo modo Lumen hoc matutinum & veſpertinum ab innumeris Planetis ortum ducit, ſicut Via Lactea ab innumeris Fixis.

D. *Fatio* Lumen hoc Mundo coævum eſſe ſuſpicatur: *Caſſinus* è contra, brevi ante primam ejus obſervationem à ſe factam natum eſſe, atque illud duobus ante annis non exſtitiſſe, cum in loco, quem tum obtinere debuit, Cœlo intentus Cometam oculis frequenter intueretur. Illud vero antea exſtitiſſe, poſteaque evanuiſſe ſatis ducit veriſimile ex hiſtoriis antiquis, quæ illud deſcribere videntur; præſertim vero ex obſervatione D. *J. Childrey*, qui illud proculdubio vidit, ut patet ex ejus deſcriptione pag. 183, 184. in monito ad calcem *Libri*, quem ſub titulo *Britanniæ Baconicæ* idiomate *Anglico* Anno 1661. edidit ; quippe eodem in loco, iiſdemque conſtellationibus, quibus iſtâ anni tempeſtate nunc apparet. Ejus verba latine reddita hæc ſunt : *Aliud inſuper eſt, quod Mathematicorum obſervationi commendatum volumus ; nimirum Menſe Februario, pauloque ante & poſt hunc* (*ſicut per*

per plures annos obſervavi) circa horam ſextam à Meridie , cum Crepuſculum Horizontem jam pene deſeruit , Semita Luminoſa *à Crepuſculo verſus Pleiadas porrecta , illaſque quaſi contingens , ſe plane videndam præbet. Semita hæc quavis tempeſtate ſerenâ videtur ; optime autem illuni Nocte.* Et paulo poſt : *Credimuſque Phænomenon hoc olim exſtitiſſe, & dehinc ſemper ad dictam anni tempeſtatem apparíturum. At quænam ſit illius cauſa & natura, conjecturis aſſequi nequeo ; ſed poſterorum indagini relinquo.*

PROPOSITIO IX.

Quid per Stellarum Ortum & Occaſum Poeticum intelligatur, explicare, ejuſque ſpecies, Coſmicum nempe, Achronycum & Heliacum exponere.

IN præcedentibus actum eſt de vero ortu & occaſu ſyderum ; aſcenſu nimirum ſupra Horizontem certi loci , & deſcenſu infra eundem , ſive potius depreſſione dati Horizontis infra ſydus , & elevatione ejuſdem ſupra illud ; atque iſtud quidem abſque ulla Solis conſideratione. Comparandi vero jam ſunt ortus & occaſus Syderum cum motu Solis per Eclipticam , adeoque cum luce diurna & cum Anni Tempeſtatibus. Hiſce enim ſignis veteres Agricolæ & ex eorum traditionibus Scriptores rei ruſticæ , nec non & Medici , Poetæ & Hiſtorici ſunt uſi ad Anni Tempeſtates deſignandas , qui proinde ſine harum vocum explicatione intelligi non poſſunt.

Tres vulgo numerantur ſpecies ortûs & occaſûs Poetici , *Coſmicus* , *Achronycus* & *Heliacus*. Oriri *Coſmice* vulgo dicitur Stella , quæ oritur oriente Sole , & occidere Coſmice , quæ occidit oriente Sole ; adeo ut ortus & occaſus Coſmicus idem ſit ac matutinus , quaſi principium diei artificialis , ſive Solis ortus idem ſit qui Mundi ipſius. Oriri vero & occidere *Achronyce* vulgo dicitur Stella , quæ oritur vel occidit occidente Sole ; adeoque

Achronycus

Achronycus ortus vel occaſus idem ſonat atque veſpertinus. *Keplerus* vero haſce voces alio ſenſu accipiendas contendit ; ita nempe ut oriri & occidere *Coſmice* idem ſonet quod ſupra Horizontem aſcendere, vel infra illum deſcendere ; oriri vero aut occidere *Achronyce* ſit idem quod oriri aut occidere in Solis oppoſito, ſive in altero Acro aut termino Noctis : quo ſenſu & *Ptolemæus* & ad hunc uſque diem Aſtronomi plerique Planetam Achronycum appellant, cum eſt Soli oppoſitus & totâ nocte fulgidus : Adeo ut oriri Achronyce ſit, ut vulgo, idem quod oriri occidente Sole ; occidere vero Achronyce idem ſit quod occidere oriente Sole ; qui occaſus vulgo Coſmicus dicitur.

Oritur Stella *Heliacè*, quando quæ prius latebat ſub radiis Solis, ſic ût eodem fere tempore cum Sole & oriretur & occideret, poſtridie è radiis Solis emerſit in tantum, ut Sole latente ſub Horizontem ipſa primum cerni poſſit, jamjam vel occubitura ſub Horizontem vel exſtinguenda ſuperventu lucis diurnæ. Occidit vero Stella *Heliace*, quæ cum prius, Sole non multum infra Horizontem merſo, adhuc cerneretur ſupra, jam in tantum ſe condidit Solis radiis, ut poſtridie orta ex Horizonte, vel occubitura ſub illum, cerni amplius non poſſit. Si nullum eſſet crepuſculum, Ortus hic & Occaſus ejuſdem ſtellæ Heliacus (qui rectius Apparitio & Occultatio dicerentur) non niſi per unicum diem utplurimum inter ſe diſtarent. Nam in illo caſu Stella vel ante Solis ortum conſpiceretur, ſi ejus aſcenſio obliqua in dato Horizonte vel tantillo minor eſſet quam ea Solis, vel poſt ejus occaſum cerneretur, ſi tantillo major. Immo ſi nulla prorſus eſſet Atmoſphæra, ſtellæ minimæ vel interdiu ipſo Sole lucente conſpicerentur. Ratio enim, cur nunc non apparent, hæc eſt : Atmoſphæræ particulæ à Sole fortiter illuſtratæ tam vividam ſtipatamque lucem in oculum ſpectatoris effundunt, ut retina (aliudve ſi quod ſit viſûs

viſûs ſenſorium) debili admodum ſtellulæ imagine prorſus non moveatur, illamque proinde non videat. Quod ſi nulla eſſet Atmoſphæra Telluri circumfuſa, nec circumjecta ulla Terreſtria corpora quæ lumen reflectant ; ſi Solis radii directi ab oculo arcerentur, oculus à radiis corporis aut valde lucidi aut fortiter illuſtrati (ſimiliter atque nunc noctu) vacuus ſtellas minimas clare videret, niſi hæ ſub Atmoſphæra Soli circumfuſa laterent : hæc enim cum Sole corpus unum lucidum conſtituunt. Cum vero pro minore Stellæ claritate majore opus ſit depreſſione Solis infra Horizontem, ut ea cernatur ; patet Occaſum Heliacum citius fieri & Ortum tardius. Ac primo, opus eſt totali Crepuſculi abolitione ſeu Solis depreſſione 18^{gr}, ut Stellæ minimæ cernantur : pro ſextæ magnitudinis Stellis cernendis, opus erit depreſſione Solis 17^{gr}, & ita denuo, donec ad primæ magnitudinis Stellas cernendas, in Horizontis ea Plaga quæ ad Solem eſt, opus ſit Solis demerſione 12^{gr}. Planetæ clariore plenioreque fulgentes luce tantâ non opus habent, adeo ut Marti & Saturno Gradus tantum 11 debeantur ; Jovi & Mercurio circiter 10 : Veneri vero cernendæ 5^{gr} demerſionis neceſſarii vulgo habeantur ; quamvis hæc etiam ſplendente Sole non raro cernatur, licet non ad Ortum vel Occaſum Heliacum. Verum hæc in Planetis pendent à varia illorum à Tellure diſtantia , & pleniore orbe minuſve pleno inferiorum.

Stellæ omnes Fixæ ſub Zodiaco ſitæ, item Planetæ ſuperiores Saturnus, Jupiter & Mars, quos nempe Sol motu annuo verſus orientem facto antevertit, oriuntur Heliace mane, paulo ante Solis ortum ; nempe paucis poſt diebus quam Coſmice oriuntur : occidunt vero Heliace veſpere ; paulo nempe ante quam Achronyce occidunt. Luna vero, quæ Solem perpetuo antevertit, oritur Heliace veſpere ; cum nempe nova ex radiis Solaribus emergit: occidit vero Heliace mane, cum jam vetus ad con-

junctionem cum Sole properat. Inferiores vero Venus & Mercurius, qui aliquando Solem antevertunt, aliquando verſus occidentem poſt Solem relinquuntur, (ſicut Lib. I. fuſe eſt oſtenſum,) quandoque Heliace oriuntur mane, cum nempe retrogradi ſunt ; quandoque veſpere, cum directi ; quod & de Occaſu Heliaco ſimiliter eſt intelligendum. Fixæ vero, longe extra Zodiacum verſus Polum elevatum poſitæ, poſſunt uno eodemque die ſimul & oriri & occidere Heliace, aliaſque ſubire viciſſitudines hujuſmodi ortûs & occaſûs reſpectu ; ut conſideranti patebit.

Græci & *Romani* olim utebantur Anno ad Solis motum non exacto ; unde fiebat ut nunc prævenirent Solem, nunc ſequerentur. Cum autem Tempeſtates Anni non revertantur cum erroneo Calendario, ſed cum Sole & Solſtitiis ; ut operæ ruſticæ, domeſticæ, militares, ſuâ quæque tempeſtate fierent, Veteres propoſuerunt ortus & occaſus Syderum Calendarii loco. Cum enim ſtellæ Fixæ ab Æquinoctialibus & Solſtitialibus punctis non niſi lente admodum & motu tum temporis vix percepto moverentur, nondubitabant Solem ad eundem reſpectu ejuſdem Stellæ locum reverſum, ad eundem etiam reſpectu Æquinoctiorum & Solſtitiorum ſitum denuo perveniſſe ; hoc eſt, cum eadem Fixa rurſus Coſmice, Achronyce aut (quod præcipue attendebant) Heliace oritur vel occidit, eandem rurſus Anni Tempeſtatem Orbi redditam, ac proinde ad eaſdem operas revertendum eſſe ; adeo ut ſtatas Anni Tempeſtates *Sydera* appellarent. Verum deprehenſum eſt Fixas poſt elapſos plurimos annos ex ſedibus ſuis exceſſiſſe ; adeoque ſi dies Ortûs vel Occaſûs datæ Fixæ apud Veteres ad noſtrum Calendarium reducendus ſit, ratio eſt habenda motûs Fixarum intermedio tempore facti. Verum cum hodie exemplaria Calendarii facile comparari poſſint, & Calendarium Romanum (quo nos utimur) ad Solis motum, quo Anni Tempeſtates ordinantur, propius

accedat

accedat quam Fixarum Ortus & Occaſus ; fit ut paulatim obſervatio hujus Ortûs & Occaſûs neglecta jaceat, nec ab aliis uſurpetur quam à Poetis, qui Tempora per circumſtantias tam varii Ortûs & Occaſûs tot Syderum (quibus nihil pulchrius) deſcribere & veluti pingere ſolent ; quamvis plerumque erroneè, quippe qui Calendarii noſtri diem per ejuſdem Stellæ ortum deſcribunt nunc, per quem recte deſcribebatur tempore Cæſaris, cum tamen tempora diſcrepent 14 diebus fere.

SECTIO II.

De Temporis Divisione, aliisque hinc pendentibus.

PROPOSITIO X.

Temporis diviſionem in Horas Dies & Hebdomadas, Voceſque in Aſtronomia uſitatas hinc pendentes explicare.

HActenus geneſin circulorum ſphæræ in Syſtemate Mundi apparenti, & voces in Aſtronomia uſitatiores inde pendentes explicuimus : Cum vero nullæ voces in Aſtronomicis ſæpius occurrant quam illæ, quibus Temporis ſpatium aliquod indicatur ; neceſſe eſt ut de hiſce breviter hic agamus, Temporiſque diſpoſitionem Civilem obiter oſtendamus, quatenus in calculo Aſtronomico uſurpatur.

Temporis partes præcipuæ ſunt *Dies*, *Hora*, *Menſis* & *Annus*. Inter has primo occurrit *Dies*, (quippe ſpatium temporis notiſſimum ;) eſtque vel Naturalis vel Artificialis. *Naturalis* dies eſt duratio integræ revolutionis apparentis Solis circa Terram. *Artificialis* eſt illa ejus pars, quâ Sol eſt ſupra Horizontem ; opponiturque *Nocti*, quæ pro mora Solis infra eundem accipitur : Naturalis vero Dies utrumque comprehendit. Dies Naturalis vel eſt Aſtronomicus vel Civilis ; qui quidem inter ſe non dif-

ferunt niſi principio, pro Civitatis conſuetudine & Aſtronomorum placito: eſtque Aſtronomicus temporis ſpatium quod effluit ex quo Sol datum Meridianum Cœleſtem reliquit, donec ad eundem proxime revertatur; hoc eſt, ſpatium quo revolutio integri Æquatoris Cœleſtis peragitur, & præterea iſtius ejus partis quæ reſpondet Eclipticæ portioni, quam interim Sol motu annuo in ortum percurrit. At quia Æquatoris portio hæc Æquatori integro ſuperaddita non eſt ubique æqualis, (licet ejus quantitas mediocris ſit unius proxime gradûs,) tam propter Eclipticæ obliquitatem, quam quod motus Solis annuus circa Terram apparens non eſt æquabilis, Dies Naturales ſive Aſtronomici non ſunt præciſe inter ſe æquales: verum de inæqualitate hac inferius proprio loco agetur; minutias enim nunc negligimus. Aſtronomi plerique Diem inchoant à Meridie. *Copernicus* vero *Hipparchum* ſecutus à media Nocte, quod in Tabulis *Prutenicis* dictis retinetur. Civitates variæ varium Diei initium ſtatuunt. *Babylonii* Diem auſpicabantur ab ortu Solis; *Judæi* & *Athenienſes* ab occaſu, quod etiamnum faciunt *Itali*. *Ægyptii* à media Nocte, quod etiamnum apud *Britannos*, *Gallos*, *Germanos*, aliaſque *Europæ* gentes obtinet. Immo tacite olim à *Judæis* idem fiebat. Naturaliter enim Noctem, quam ſomno & ſilentio tranſigimus, partim ad præcedentem, partim ad inſequentem Diem referimus; hoc eſt, Νυχθήμερον à media Nocte incipimus. *Umbri* olim à Meridie, quod adhuc *Arabes* retinent.

Licet dies Artificialis olim vix aliâ ratione vulgo divideretur quam in Matutinum Meridianum & Veſpertinum tempus, & nox in Vigilias; poſterius tamen dies Naturalis accuratius in 24 partes dividebatur, *Horas* dictas. Hora alia eſt æqualis, alia inæqualis. *Æqualis* eſt pars diei naturalis vigeſima quarta. Hujuſmodi Horâ ſemper uſi ſunt Aſtronomi, & nunc omnes fere gentes eâ utuntur. Horam primam, ſecundam, tertiam & ita denuo

uſque

uſque ad 24^{tam} ab initio Noctis (Diei quippe Civilis principio) numerant *Itali* ; eorumque horologia ita comparantur. Nos autem cum *Gallis*, &c. non 24 ſed bis 12 Horas numeramus ; forte ne tædioſus eſſet pulſuum ab horologio factorum numerus. Unde fit ut bipartiamur diem in Horas ante & poſt Meridiem. Licet Hora vulgo dividatur in quatuor tantum Quadrantes, (qui & à quibuſdam Puncta dicuntur,) cum ulterior diviſio in pleriſque negotiis inutilis ſit ; Aſtronomi (& nunc politiores quique) illam in 60 ſcrupula prima, & quodlibet primum in 60 ſecunda ſubdividunt. *Hora inæqualis* eſt pars duodecima diei Artificialis, & pars item duodecima noctis. Dicitur etiam Temporaria, quod diverſis anni temporibus variæ ſit quantitatis. Sic hora diurna æſtiva longior eſt hybernâ, & nocturnâ brevior ; & hora diurna æſtate longior eſt nocturnâ, & hyeme brevior : Tempore vero Æquinoctii diurnæ horæ nocturnis æquales ſunt, & horæ hæ inæquales tunc eædem ſunt cum æqualibus ſupra deſcriptis ; unde & æquales illæ horæ ab Auctoribus *Æquinoctiales* appellantur. Horis hiſce temporariis uſi ſunt *Judæi*, *Græci* & *Romani*. Qui mane vel veſpere civilem diem inchoant, id faciunt, quod Sol tum ſit in Horizonte, circulorum ſphæræ maxime ſenſibili. Illi hoc habent commodi, quod ex ipſo horarum æqualium numero ſciant quota pars diei naturalis, hoc eſt, quantum temporis elapſum ſit ab ortu Solis ; hoc vero incommodi, quod tempora occaſûs Solis, Meridiei & mediæ noctis, diverſis anni tempeſtatibus diverſis horarum numeris inſigniantur : qui non niſi per computationem innoteſcant : Hi hoc habent commodi, quod immediate dignoſcant quantum temporis adhuc reſtet ad Solis occaſum, ut itinera alioſque labores huic accommodare poſſint ; & hoc incommodi, quod non niſi per computationem horam ortûs, Meridiei mediæque noctis numerare poſſint. Qui à meridie mediave nocte diem

civilem auſpicantur, hoc faciunt, quod Sol ſit tunc in maxima elevatione aut depreſſione; at nomen horæ, quâ Sol oritur occiditve, non niſi ſubducto quaſi calculo tenent. Qui vero horis inæqualibus modo deſcriptis uterentur, Solis ortum & occaſum perpetuo per duodecimam horam indicarent; Meridiem & mediam noctem perpetuo per ſextam; ſolamque horæ quantitatem calculo dignoſcendam haberent.

Hebdomas eſt dierum collectio omnium antiquiſſima; ut ex Sacro Codice conſtat. Hâc uſi ſunt olim *Judæi*, & à Chriſtiana Fide recepta gentes aliæ. Cuilibet Hebdomadis diei nomen impoſitum eſt à Planetarum aliquo, hâc ratione: cum Horæ diei naturalis ſint vigintiquatuor, Planetæ vero ſeptem, hoc ordine in Syſtemate vulgari; Saturnus, Jupiter, Mars, Sol, Venus, Mercurius, Luna; inceperunt à prima Hebdomadis *Judaicæ* die, tribuentes Soli (authori diei) primam illius Horam, Veneri ſecundam, tertiam Mercurio, quartam Lunæ, tum incipientes à Saturno quintam eidem tribuebant Horam; & ita deinceps; unde fit ut diei ſequentis Hora prima Lunæ contingat, ac proinde iſti Hebdomadis diei nomen de ſuo imponat: Quod in ſequentibus ad Hebdomadis finem uſque continuatur.

PROPOSITIO XI.

Temporis Diviſionem in Menſes, Annos, horumque varia genera & collectiones explicare.

Licet *Menſis* ſit proprie ſpatium temporis, quo Luna Zodiacum percurrit; cum tamen duodecim præterpropter labantur Menſes interea dum Sol Eclipticam ſemel peragrat, factum eſt ut *Menſis Solaris* nomine veniat etiam tempus illud, quo Sol Zodiaci Signum percurrit; quod fit diebus fere $30\frac{1}{2}$. Rurſus, *Lunaris* Menſis alius eſt *Periodicus*, quo Luna digreſſa ab aliquo Zodiaci puncto

to ad idem revertitur, eſtque paulo minor diebus $27\frac{1}{3}$; alius *Synodicus*, paulo major quam dierum $29\frac{1}{2}$, quo Luna omnes Phaſes ſubit, & ob hoc in Temporis notatione uſûs præcipui. Uterque Menſis, tam Solaris quam Lunaris Synodicus, vel eſt *Aſtronomicus* (de quo hactenus) vel *Civilis* pro civitatis cujuſque inſtituto. Gentibus enim quibuſdam, ut *Ægyptiis*, Solares placuere Menſes, quorum quemvis poſuerunt 30 dierum; atque ut annum complerent, poſt duodecim hujuſmodi Menſes poſuerunt quinque dies confectos ex duodecies denis illis horis, quibus Menſis quiſque Solaris 30 dies ſuperat. Pleriſque autem Veteribus Lunaris Synodicus Menſis placuit, ut olim *Judæis*, *Græcis*, & ad *Julii Cæſaris* tempora *Romanis*; & hodie *Muhammedanis*. Verum ut hujuſmodi Menſes Lunares, qui ex integris diebus non conſtant, ad uſus civiles (in quibus dierum fragmenta conſiderari nequeunt) aptentur; Menſes Civiles alternatim dierum 29 & 30 conſtituebant, (illos *Plenos*, hos *Cavos* dixere;) ſic ut duo hujuſmodi Menſes duobus Lunaribus, quorum quiſque eſt dierum $29\frac{1}{2}$ æquarentur; & ut Novilunium à Menſis Civilis die primo ſenſibiliter non digrederetur in Annorum aliquot curriculo.

Annus aliquando accipitur pro tempore revolutionis Planetæ per Zodiacum; quo ſenſu Menſis quandoque Annus dicitur: immo & interdum pro Tempore integræ revolutionis apparentis Fixarum per Zodiacum, quod *Annum Magnum* vocant: *Annus* autem proprie eſt Tempus, quo Sol Zodiacum perluſtrat. Eſtque duplex, Aſtronomicus vel Civilis: & Aſtronomicus rurſus duplex etiam pro duplicibus Solaris revolutionis metis; Sydereus nempe & Tropicus. *Sydereus* Annus eſt ſpatium temporis, quo digreſſus Sol ab aliqua Fixa ad eandem revertitur; eſtque dierum naturalium 365, horarum 6, ſcrupulorum primorum fere 10. *Tropicus* ſive *Vertens* eſt quo digreſſus Sol ab uno punctorum cardinalium, Æquinoctiali nimirum aut Solſtitiali, ad

ad idem revertitur; qui Sydereo aliquanto eſt minor, quia ipſa Eclipticæ puncta cardinalia regrediuntur, & Soli obviam quaſi facta efficiunt ut Sol ad idem Eclipticæ punctum revertatur aliquanto citius quam ad eandem Fixam, ubi punctum iſtud Eclipticæ fuerat, cum Sol prius in dicto puncto verſaretur: eſtque Annus Tropicus dierum 365, horarum 5, ſcrupulorum proxime $49\frac{1}{5}$; deficiens utique à Sydereo ſcrupulis fere 21.

Annus *Civilis* eſt ſpatium temporis, ad quod motus Solis vel Lunæ vel utriuſque digitum intendit, populari cujuſque gentis inſtituto receptum. Ex quo patet tres eſſe Anni Civilis formas; aut nempe erit pure *Lunaris*, aut pure *Solaris*, aut ex utroque compoſitus *Luni-Solaris*. Annus *Lunaris* conſtat ex duodecim Lunationibus ſive Menſibus Synodicis, qui diebus 354 abſolvuntur, poſt quos finitos Annum Civilem denuo incipiunt. Cumque hic à Solari Anno vertente, qui tempeſtates reducit, deficiat diebus 11; fit ut Anni hujus initium nunc in ver incidens poſt 8 annos incidat in hyemem, inde poſt alios totidem in autumnum, poſt in æſtatem, & denique exactis annis circiter triginta & tribus, rurſum in ver tranſeat. Atque hic vocatur *Annus Lunaris Vagus*, quod ejus initium vagetur per omnes Anni tempeſtates, idque unius hominis memoriâ: dicitur & *Solutus*, nempe à motu Solis, qui in illius ordinatione prorſus non conſideratur. Tali annó utuntur *Turcæ*; & primo excogitatus videtur in regionibus, ubi diſcrimina æſtatis & hyemis non ſunt admodum evidentia; & ubi, ob Aſtronomiæ defectum, reditus Solis in puncta Zodiaci cardinalia, qui Annum Solarem definit, non facile cognoſcitur: unde factum eſt, ut ſigna temporum à Luna petentes exordia ſuorum Annorum ab exordio Phaſium petierint; nulluſque ſit Lunationum numerus, qui tam prope ad Solarem Annum (cujus aliquam ſaltem cognitionem habebant) ac duodenarius accedebat. A Luna etiam petendam eſſe rationem crediderim, cur Diem civilem

civilem ab occaſu Solis inchoarent: neceſſe enim habebant Diem civilem ſimul cum Anno & Menſe inchoare; hoc eſt, cum Novilunio, quod initio non aliter quam per oculorum indicium dignoſcebant; cum nempe veſpere immediate poſt Solis occaſum novam Lunam ſpectarent. Et hinc etiam factum eſt, quod hujuſmodi Menſis dies prima, ſecunda, tertia &c. vocetur Luna prima, ſecunda, tertia &c. & Dies Plenilunii conſequenter quarta decima Luna.

Veteres, qui Lunarem Annum retinere volebant, illum tamen ita ad Solarem ligare, ut ejus initium quodammodo fixum cenſendum ſit, retineatque Anni Cardines per tempeſtates indicatas, ne à Menſibus ſuis multum dilabantur, Menſibus utebantur Intercalariis ſive Embolimæis. Ac primo ex undecim diebus reliquis ex quovis Anno Solari, poſt finitos duodecim Menſes Synodicos, ſpatio trium Annorum Menſem conficiebant integrum, tertio quoque Anno intercalandum. Verum cum ne hoc artificium exactum eſſet, tres Menſes, quorum quivis eſt 30 dierum, intercalabant in octo Annis: (nempe poſt tertium, quintum & octavum, alii vero aliter;) tandemque 8 Menſes in Annis 19. Unde patet horum Annorum quoſdam eſſe ſimplices, dierum nempe 354 vel 355, quot ſunt in Lunari Vago; quoſdam embolimæos ſive intercalarios, dierum 384 vel 385, cum nempe Anno inſunt tredecim Lunationes. Horum Annorum Lunarium fixorum, ſive Luni-ſolarium, eſt uſus apud *Judæos* & Eccleſiaſticos Pontificios.

Annorum Solarium, ſive ad unicum Solis motum atque hinc pendentes Tempeſtatum viciſſitudines comparatorum, tria ſunt genera; *Ægyptiacum* nempe, *Julianum* & *Gregorianum*. *Annus Ægyptiorum* eſt dierum 365, quem in duodecim Menſes Solares diviſerunt, quorum quiſque dierum 30, & quinque dies ad finem ſuperadjectos, (qui ἐπαγόμεναι dicebantur;) ſicut ſuperius dictum.

In hujus Anni conſtitutione nulla eſt motûs Lunæ habita ratio: Verum cum deficiat hic Annus à Solari Tropico horis 5, ſcrupulis 49, ſive fere 6 horis; quatuor Annis antevertit Solarem Tropicum uno fere die integro, adeoque annis 1460 initium ejus vagatur per omnes Anni tempeſtates; unde quodammodo Vagus dici poterit, licet unius hominis ætate, ſive annis 60, illum non amplius quam 15 diebus antevertat.

Julius Cæſar deprehendens Annum *Ægyptiacum* ideo antevertere Tropicum, quod ſex horæ, quibus à Tropico deficit, prorſus negligantur in ejus conſtitutione; ideo ſex haſce horas Anno *Juliano* cuivis addidit, adeo ut *Julianus* quiſque ſit dierum 365, horarum ſex. Verum quia fragmentum hoc, ſive diei quadrans, in uſu civili conſiderari nequit; ex illis conflatum in quatuor Annis diem quarto cuique Anno addidit inter 23^{tium} & 24^{tum} diem *Februarii*, (quia ante *Cæſarem*, cùm adhuc Anno Lunari uterentur *Romani*, menſem embolimæum ibidem intercalabant,) quo fit ut tum ſcribatur *bis ſexto* Kalendas Martii; unde & Anno illi nomen *Biſſextilis* inditum. Atque Annus hic *Julianus* conſtans diebus 365, & adjiciens in quatuor Annis diem unum, ut poſt tres ſimplices quartus ſit dierum 366, eſt Aſtronomico computo maxime accommodus; quippe qui inter Annum utrumque naturalem, nempe vertentem dierum 365, horarum 5 & ſcrup. 49, & Sydereum dierum 365, horarum 6 & ſcrup. 10, eſt medius, & naturalem repedationem Æquinoctiorum ad oculum quaſi oſtendit. Hæc Anni forma penes omnes gentes politiores inde à *Cæſare Auguſto* (qui fere collapſum reſtituit) obſervatione continuâ trita eſt uſque ad Annum 1582, quo à *Gregorio* XIII. *Pontifice Romano* reformatum eſt *Calendarium Julianum*. Illo tamen adhuc utuntur *Britanni*, *Hyberni*, aliique. Fatendum tamen eſt quantitatem Anni *Juliani* eſſe nimiam, quare Anni hujus initium paulatim prorepit reſpectu

tu Tempeſtatum, vel (quod eodem redit) tempora Æquinoctiorum & Solſtitiorum repedant reſpectu dierum hujus Anni. Cumque ſingulis Annis repedatio hæc ſit $10\frac{4}{7}$ ſcrupulorum, Annis 133 circiter erit unius diei, & proinde ab Anno Chriſti 325, quo *Concilium Nicænum* celebratum eſt, ad Annum 1582, quo Pontifex Calendarium reformavit, nempe 1260 annis repedatio hæc fuit 10 dierum. Atque exinde evenit ut cum tempore *Nicæni Concilii* Æquinoctium vernum contingeret circiter ad Diem XXI *Martii*, Anno 1582 deprehenſum ſit ſenſim adrepſiſſe XI *Martii*. Quare cum reſtituere cuperet Æquinoctium priſtinæ ſedi, ſuppreſſi ſunt menſe *Octobri* Anni 1582 decem dies, & Dies 5ta mox habita pro 15ta; quomodo factum ut qui alias fuiſſet XI Dies *Martii* inſequentis, & Æquinoctii tempus, evaderet XXI *Martii*; hoc eſt, ut Æquinoctium fieret Die XXI *Martii*, ſicut fiebat tempore *Concilii Nicæni* Paſchatis celebrandi terminos inſtituentis. Verum exemptis ſic è Calendario 10 diebus, ſi alia nulla reformatio fuiſſet adhibita, poſt aliquot annos ſimili modo ſublaberentur Anni Cardines. Cavit igitur Pontifex ut ſemel in 133 annis (in quibus exceſſus Anni *Juliani* ſupra Tropicum excreſcit in diem ſolidum) unus dies eximeretur è Calendario; hoc eſt, ut tres dies eximerentur in Annis quadringentis: quod fieri juſſit, faciendo Centeſimum quemque Æræ Chriſtianæ Annum communem, qui ſecundum *Julium* eſt Biſſextilis; at Quartum quemque Centeſimum, ut in *Juliano*, Biſſextilem. Nova hæc Anni forma, à Pontifice *Gregorio* XIII. cujus Auctoritate ſtabilita eſt *Gregoriana* dicta, obtinet per *Italiam*, *Galliam*, *Hiſpaniam*, *Germaniam* ubicunque Pontificis *Romani* auctoritas valet; & exeunte ſæculo proxime elapſo à multis *Germaniæ* Reformatis admiſſa eſt quoad menſes civiles: Ad *Lunam* vero *Paſchalem* inveniendam ſe aſtrinxerunt *Kepleri Tabulis Rudolphinis*, donec aliquid certius conſtituatur.

Sicut Anni forma apud varias nationes varia, ita & ejus Principium varium. *Judæi* Annum Eccleſiaſticum incipiunt à Novilunio menſis, cujus Plenilunium proxime inſequitur Æquinoctium vernum: *Eccleſia Romana* Annum ſuum à Dominica quæ in dictum Plenilunium incidit, vel illud proxime inſequitur; ſive *Feſto Reſurrectionis Domini*, quod ante Annum 1564 in *Galliæ* regno etiam obtinuit. *Judæi* Annum Civilem incipiunt à Novilunio cujus Plenilunium proxime inſequitur Æquinoctium Autumnale. *Græci* Annum ſuum auſpicabantur à Novilunio proximo Solſtitio Æſtivo: & *Romani* olim ſuum à Novilunio inſequente Solſtitium Hybernum. Atque hæc videtur cauſa, cur *Julius Cæſar* principium ſui Anni (licet Solaris) non poſuerit in ipſo Brumali Solſtitio, ſed exſpectârit Novilunium inſequens, ubi ſecundum modum tum receptum initium ſui Anni ſive Calendas Januarias poneret. Sed & forſan nondum penitus abolita erat vetus opinio, Solſtitia confici in octavis partibus Signorum Cancri & Capricorni, non in ipſis horum Signorum initiis: (quâ nihil aliud apud peritiores intellectum eſt, quam quod Sol revera in octavis partibus Signorum verſaretur, cum vulgo in eorum initio haberetur; quod idem ſonat atque Æquinoctia & Solſtitia per 6 aut 7 dies anticipâſſe.) Et ſi Sol fuiſſet in primo Capricorni puncto IX. Cal. Jan. fuiſſet ſatis exacte in ejus octavo gradu ipſis Calendis Januariis. Quin & hoc artificio illud conſecutus eſt, ut Calendis Menſis Quintilis, quem ſuo nomine *Julium* dixit, celebrarentur Ludi Olympici; forſan ex antiquiſſimo ritu propter Solſtitium Æſtivum inſtituti.

Quamvis Calendæ Januarii fere per totam *Europam* pro Anni, ſive *Juliani* ſive *Gregoriani*, capite nunc habeantur; alii tamen alia vel olim vel etiam nunc illi capita aſſignant. De Mobili Feſto Paſchatis hactenus dictum. Æquinoctium vernum pro capite Anni habent *Veneti*, *Florentini*,

Florentini, *Piſani* in *Italia*, & *Treviri* in *Germania*. VIII Cal. *Apriles* ſive Feſtum Annunciationis, hoc eſt, Incarnationis Chriſti, pro capite Anni ſtatuerunt Veteres Eccleſiaſtici: ſtatuit & adhuc Eccleſia *Anglicana*. Sed & Annum Civilem hinc etiam incipit *Anglia*, licet vulgus illum à Cal. *Januarii* cum vicinis gentibus inchoet.

Collectiones Annorum celebriores, ſive tempora per repetitos Annos menſurata, ſunt *Olympias*, Annorum 4; *Luſtrum*, Annorum nunc 4 nunc 5; *Jubilæum*, Annorum 49 aut 50; *Seculum*, Annorum 100; *Annus Magnus*, qui, ſi ſignificet revolutionem integram apparentem Fixarum donec ad idem unde digreſſæ ſunt punctum revertantur, eſt 25000 vel 26000 Annorum circiter.

PROPOSITIO XII.

Epochas præcipuas & notabiliores recenſere, & earum ad ſe mutuo relationem declarare.

Sicut Aſtronomi in corporum Cœleſtium motibus ſupputandis certa aſſumunt Cœli puncta, à quibus initium ſumant; ita & certa temporis momenta, à quibus, ceu radicibus, ſupputatio incipiat indeque procedat. Radices hæ, quas etiam *Epochas* & *Æras* dicunt, ordinario denominantur à celebri quodam & memorabili caſu aut facinore, quod circa cujuſvis initium accidit.

Illuſtriſſima omnium & nobis maxime familiaris eſt *Epocha Nativitatis Chriſti*, ſive Calendæ ejus *Januarii*, quem ſupponimus proxime inſequutum Nativitatem Domini: Atque 45 ante annis eſt *Epocha Julii Cæſaris*, ſive *Anni Juliani caput*; quando nempe rejecto veteri Anno *Romano* ab uſque, uti credunt, *Numa* continuato, Annum *Julianum* per Imperium *Romanum* obſervandum propoſuit *Cæſar*. Verum quidem eſt Annum hunc non fuiſſe ab initio uſque obſervatum, ſed poſt varias & confuſas intercalationes præter ordinem; Anno demum quinquage-

ſimo poſt ejus caput, hoc eſt, quinto Æræ vulgaris Nativitatis Chriſti, ab *Auguſto* fuiſſe reſtitutum, eodem ordine ac ſi abſque interruptione fuiſſet ab initio continuatum, mutato *Sextili* in *Auguſtum.*

Quamvis Epocha Nativitatis Chriſti ſuperius deſcripta ſit ex uſu vulgari ſtabilita jam & fere univerſaliter recepta, *Anglia* tamen & *Hibernia* in negotiis Eccleſiæ & Reipublicæ Epochâ utuntur integro Anno poſteriore: & Chriſtum natum ponunt, non VIII Calendas *Januarias* finiente Anno quadrageſimo quinto *Juliano*, ſed Anno ſequente; nempe finiente Anno *Juliano* quadrageſimo ſexto: & Chriſtum conceptum ponunt VIII Calendas *Apriles* Anni quadrageſimi ſexti *Juliani:* & Annum numerant non denominatum à Nativitate ſed ab *Incarnatione* Chriſti, hoc eſt, Conceptione; ac proinde numero eundem, per maximam Anni partem, cum reliquo Orbe qui Annos à Nativitate numerat. Verum in tribus fere menſibus, inter Calendas *Januarias* & VIII Calendas *Apriles*, diverſum (ut ex ſua Æra oportet) numerant Annum à reliquis. Ut differentia hæc inter Æras à Chriſto denominatas melius intelligatur, advertendum eſt *Dionyſium Abbatem*, cognomento *Exiguum*, Annis poſt Chriſtum pluſquam quingentis Æræ hujus Auctorem fuiſſe, à quo primum tempore Anni à Chriſto Nato vel Incarnato numerari cœperunt, cum prius numerarentur per Conſules, & ab Urbe Condita, in Imperio *Romano*; & extra illud per Annos quibus Rex quiſque regnaverat. Atque Æra hæc, quæ ab Auctore *Dionyſiana* aliquando dicitur, pro exacta & hiſtorica habenda non eſt. Nam nondum extra dubium eſt poſitum, num natus ſit anno uno vel altero, vel etiam tertio, quarto aut quinto ante Æram vulgarem; ut ex *Kepleri* Libro *de Anno Natali Chriſti* conſtat. Sed Æra hæc hypothetica eſt à vera non nimis remota, quod ad Æram ſufficit. Atque ſecundum *Dionyſium* Æræ auctorem, Chriſtus conceptus eſt VIII Calendas *Apriles* primi Anni currentis hujus

Æræ

Æræ, & natus Brumâ ſequente, exeunte Anno 46to *Julii Cæſaris.* Computus hic Anni fuit primo univerſaliter receptus, at in *Anglia* ſola nunc retentus, una cum Anni tam Civilis quam Eccleſiaſtici capite (nempe Feſto Annunciationis) tunc temporis obtinente: Nam in reliquo Orbe Chriſtiano ab iſta Epocha tacite receſſum eſt; opinio quippe vulgaris nunc eſt Chriſtum Natum Brumâ antecedente Annunciationem *Dionyſianam*, nempe exeunte Anno *Juliano* 45to, ideoque Annos à Nativitate numerant: atque ſic Chriſtum Anno uno majorem natu faciunt quam *Dionyſius* Æræ auctor, & cum illo *Angli*.

Cum Æræ Chriſtianæ communiori Tabulæ Aſtronomicæ nunc pleræque adaptentur, ad hanc reliquæ celebriores exigendæ ſunt. Ac primo celebratur *Epocha Orbis conditi*, de qua tamen inſignes ſunt controverſiæ. Alii contendunt Mundum conditum ante Æram Chriſti vulgarem Annis 3950, quos ad veritatem propius accedere ait *Gaſſendus*, quodque Aſtronomis *Gallis* etiamnum probatur. Alii Annis 3983, cum quibus facit *Petavius*. *Keplerus* Annis 3993, mediâ æſtate, ex Aſtrologia. *Hevelius* Anno currente 3963^tio^ ante Chriſtum, 24 *Octobris Anni Juliani* retro producti, Horâ VI veſpertina in Meridiano Edenſi, cum ex ſuis Tabulis Solaribus invenerit tum temporis Solem in principio ♎, ejuſque Apogæum in principio ♈. Alii illum multo antiquiorem ponunt, etiam uſque ad 5199 Annos ante Chriſtum.

Olympiadum Epocha eſt inter profanas Antiquiſſima & Nobiliſſima, quæ refertur ad æſtatem Anni ante Chriſtum 777 ipſis Calendis *Julii*, in Anno *Juliano* retro producto.

Non multo poſterior eſt *Epocha Urbis conditæ*, quæ ad Annum ante Chriſtum 752 communiter refertur.

Æra Nabonaſſari, Aſtronomis ſemper celebris, incepit ad diem 26 *Februarii* Anni *Juliani* retro producti, Annoque ante Chriſtum 747. Cumque hic dies fuerit primus Anni *Ægyptiaci*, *Ptolemæus* & poſt illum reliqui Aſtronomi, ipſeque

ipſeque *Copernicus*, motus ſyderum per Annos *Ægyptiacos* inde computant. *Ægyptiorum* enim Annus dierum 365, licet in uſu communi incommodus, quia ejus cardines per omnes tempeſtates vagantur, in Calculo Aſtronomico imprimis commodus eſt, quia nullâ intercalatione perturbatus.

Sequitur *Epocha Obitûs Alexandri Magni*, die 12ma *Novembris* tunc ſuppoſiti, Anno ante Chriſtum 324. Cumque hic fuerit etiam vagi *Ægyptiaci* Anni primus (ſic enim Ærarum conditores voluerunt, licet eventus ante vel poſt initium Anni inciderit) Annos *Ægyptiacos* dehinc computarunt *Theon*, *Albategnius* & alii qui illâ uſi ſunt. Inter Æras *Nabonaſſari* & *Obitûs Alexandri Magni* interſunt Anni *Ægyptiaci* præciſe 424.

Tranſeo nunc *Æram Abyſſinorum*, quæ & *Diocletiani* & *Martyrum* eſt: Item *Æram Arabum*, quæ & *Hegiræ* ſive *Fugæ Muhammedis*: *Epocham* etiam *Perſarum* ſive *Jeſdegird* dictam aliaſque, quas (inter nos paucioris uſûs) apud Auctores videre licet; & etiam Epocham Periodi *Julianæ* Annorum 7980, à *Scaligero* excogitatæ, Annis *Julianis* 4714 ante Æram Chriſti, adeoque ante Mûndum conditum.

SECTIO III.

De Sphæris, aliisque Machinis ad Motum Primum adumbrandum excogitatis, et earum usu.

PROPOSITIO XIII.

Machinas vulgatiores, per quas Motum Primum ſive diurnum imitantur Artifices & ad oculum demonſtrant, nempe Globum Cœleſtem & Sphæram deſcribere.

UT prædicti in Cœlis circuli melius concipiantur, Cœli ſtellati imaginem nobis ſiſtunt Artifices in Globo Cœleſti,

quæ

quæ eſt Sphæra ex Metallo, Charta vel ſimili aliqua materia conſtans, ſuper duobus Polis facile mobilis. In ſuperficie convexa notantur loca præcipuarum Stellarum Fixarum ita inter ſe & Polos Sphæræ diſpoſita, ſicut Stellæ, quas referunt, diſponuntur ad ſe invicem & ad Polos, circa quos Cœlum motu diurno revolvi videtur. Depinguntur item imagines & deformationes Aſteriſmorum, quos Stellæ iſtæ Veteribus, vel ſimilitudine vel religione ductis, referre viſæ ſunt.

Delineantur præterea in ſuperficie Globi Æquinoctialis circulus inter Polos medius, atque huic paralleli duo Tropici hinc inde ab Æquinoctiali gradibus $23\frac{1}{2}$ remoti, totidemque Polares tantundem ab utroque Polo diſtantes. Delineatur etiam Ecliptica ad utrumque Tropicum pertingens, & Æquinoctialem in Globi ſuperficie interſecans in punctis ita verſus Stellarum loca relatis, ſicut puncta Æquinoctialis Cœleſtis (ubi Sol apparet Æquinoctiorum tempore) referuntur ad ipſas Stellas, ſæculo quo Globi conficiuntur. Tam Æquinoctialis quam Ecliptica in gradus dividitur, initio facto à puncto Æquinoctii verni punctum referente; & Æquinoctialis quidem continuato numero uſque ad 360, Ecliptica vero in 12 Signa propriis characteribus diſtincta, quorum quodvis rurſus in 30 gradus diſpeſcitur: & per cujuſvis Signi initium ducti Eclipticæ ſecundarii in ejus polis coeuntes Globum univerſum in Signa etiam dividunt. Æquatoris vero duo tantum ſecundarii, Coluri nempe, in Globo Cœleſti depinguntur, quorum alter, nempe Solſtitiorum Colurus, Eclipticæ etiam ſecundarius eſt. Globus hujuſmodi, Firmamentum ſtellatum referens, volubilis eſt circa prædictos polos, ita in Meridianum, circulum æneum immobilem extra Globum poſitum, inſertos; ut alteri Meridiani hujus faciei, quæ gradibus diſtinguitur, congruant; quæ facies proinde pro Meridiano vero habenda eſt, circuli craſſitie ad firmitatem tantum conducente. Porro, Globus Meridiano (ut dictum eſt) cinctus in compagem (li-

gneam communiter) Horizontem referentem ita demittitur, ut ejus dimidium exſtet ſupra compagis ſuperficiem ſuperam, quæ proinde pro Horizonte habenda eſt. Et ut Globus ad Horizontem ſatis prope undique accedat, in Horizonte ſunt crenæ, ut Meridianus extra Globum prominens in illas inſeratur hinc inde. In Horizonte hoc artificiali ſatis lato, præter circulum intimum in gradus ſuos à convenientibus initiis numeratos diviſum, eſt Calendarium *Julianum* pariter & *Gregorianum*, cum gradibus Signorum Eclipticæ juxta poſitis, quos Sol iſto ſeculo præter propter diebus iſtis occupat: eſt etiam & alius Ventorum ſive plagarum circulus. Horizon hic ſuffultus eſt quatuor aut pluribus columellis pedamento infixis, cui etiam Pyxis Nautica imponitur, ut Globus præterpropter ad Mundi plagas dirigatur. Eſt præterea & Quadrans Altitudinis, qui ad Meridiani punctum ſupremum ope cochleæ affigi poteſt. Hujus margo in gradus diviſa pro vero Quadrante habenda eſt: & numerantur gradus 90 ab ejus extremo Horizontem attingente ſurſum uerſus Zenith. In Globis, ſicut hodie communiter fabricantur, adeſt etiam & Circulus *Horarius* dictus, Meridiano affixus, cui Polus eſt centrum, Dividitur circellus hic in bis 12 horas, ut ad noſtrum horas numerandi morem accommodetur, à Meridiano incipientes. Et cum Polus Indicem geſtet, horas pro Globi revolutione oſtendet index, ſi duodecimam diurnam attingeret, dum Solis locus Meridiano ſubjiceretur.

Sphæra vulgo ſic dicta in hoc differt à Globo, quod ejus ſuperficies non ſit unita & perfecta ut in Globo, ſed circuli principaliores ex Armillis conflati (unde & Sphæræ hujuſmodi *Armillaris* nomen) ſphæricam ſuperficiem adumbrent. In hujuſmodi Sphæra, præter Horizontèm & Meridianum (intra quos immotos, Globi inſtar, rotatur) ſunt quatuor circuli maximi; nempe Æquator & Ecliptica ſive potius Zodiacus (nam faſciæ inſtar 20$^{gr.}$ latus eſt hic circulus) duoque Coluri; & quatuor minores

nores, ſc. duo Tropici & totidem Polares: unde fit quod decem vulgo numerentur Sphæræ Circuli. Ita excavata eſt Sphæra hæc, ut tranſparentiâ quaſi ſuâ Mundi effigies ſit, oſtendatque in ſui medio Terræ globulum immotum ab axe ſuſpenſum, quod in Globo, cujus ſuperficies integra eſt & unita, non tam bene procedit. Ex dictis patet in Sphæra Armillari ſupra deſcripta Fixarum loca non poſſe notari, ſi paucas excipias, quæ in Zodiaco videntur, quæ tamen plerumque etiam negliguntur; & ideo quæ Fixas attinent problemata, non poſſe per iſtiuſmodi Sphæram ſolvi. Cum vero in ſuperficie Globi Circuli Sphæræ dicti delineati ſint, omnia, quæ per Sphæram Armillarem fiunt, per Globum etiam facillime confici poſſunt. Adeoque Sphæræ, licet ſub initio renaſcentis Aſtronomiæ magni fuerint nominis, raro nunc, præterquam ad Juniorum imaginationem adjuvandam adhibentur.

Sphæris hiſce armillaribus quandoque adduntur Planetæ ſimulati in diverſis circulis mobiles, ordine quo ab Aſtronomis Sectæ *Ptolemaicæ*, *Tychonicæ* aut *Copernicanæ* numerantur; unde & Machinis iſtis nomen. Adeoque in Sphæra *Ptolemaica* & *Tychonica* Planetæ intra Armillas, quibus Fixarum Cœlum repræſentatur, in plano Zodiaci in diverſis circulis feruntur circa Terrellam in medio immobilem. At cum ad Motum Primum ſive diurnum repræſentandum requiratur ut ſuperficies Sphærica (ab Armillis adumbrata) ſit Terræ concentrica, & hæc ſit in *Sphæra Copernicana* mobilis; ideo in illa Planetas ſimulatos extra Armillas Terræ circa mentitum Solem mobili circundatas ponunt Artifices. Quandoque Sphæræ iſtiuſmodi & Globi Elatere aut Pondere ita animantur, ut Fixarum ortum & occaſum, omnemque motum diurnum mentiantur: quandoque etiam Planetæ circuitus ſuos debito tempore perficiunt: Verum hæc non ſunt hujus loci.

PROPOSITIO XIV.

Globum Terreſtrem, qualem vulgo conſtruunt Artifices, deſcribere.

GLobus hic Terreſtris à ſupra deſcripto Cœleſti non differt, præterquam quod loco Stellarum & ex hiſce conflatorum Aſteriſmorum delineantur Terrarum & Marium deformationes. Horum Tractus, Sinus, Promontoria, reliquaque Terreſtria, in ſuperficie ſphærica convexa ita depinguntur, ut illorum imagines eum inter ſe & Polos, circa quos Globus in Meridiano convertitur; ſitum obtineant, quem habent loca Terreſtria, quæ referunt, Polique circa quos Tellus revera motu diurno revolvitur. Telluris autem hujus ſimulatæ loca tum demum ſitum iſtum obtinebunt, ſi quiſque ſecundum longitudinem latitudinemque obſervatam in hanc quaſi Terrellam transferatur. Depinguntur etiam in Globo Terreſtri Æquator, ejuſque ſecundarii ſive Meridiani per denos gradus tranſeuntes: inter quos unus præcipue eminet, qui per *Inſulas Azores* aut *Fortunatas* traductus primus Meridianus appellatur; à quo nimirum cujuſque loci Longitudo computatur, ut dictum eſt; & ab hoc proinde Meridiano numeratio graduum Æquatoris verſus ortum continuatur. Depinguntur item Æquatori paralleli, Tropici nimirum & Polares, aliique denis ſemper gradibus inter ſe diſtantes, & etiam (in ſpatiis præſertim ampla vaſtaque maria referentibus) Rhumbi Navium curſus per Pyxidem Nauticam ordinatos referentes. Porro, ut Globus Terreſtris præter uſus proprios etiam Sphæræ Cœleſtis (deficiente hâc) vices ſubire poſſit, Eclipticam illi aptârunt artifices. Cum vero circulus hic ſit pure Cœleſtis, & in Tellure locum nullum habeat, ideo ejus interſectionem cum Æquatore Terreſtri (quam ubivis ponere potuiſſent) poſuerunt ubi primus Meridianus Æquatorem interſecat.

PRO-

PROPOSITIO XV.

Varia Problemata circa Situm locorum Terræ ad ſe invicem, & Motum Aſtrorum diurnum, per Globos reſolvere; hoc eſt, uſum præcipuum utriuſque Globi oſtendere.

QUamvis ſequentium Problematum ſolutio per Globos non ſit accurata, ad Juniorum tamen animos formandos plurimum conducit: Ea autem omnia unicâ Propoſitione abſolvemus. In illorum praxi per Globos exercenda concipiendus eſt Globus Cœleſtis tanquam ipſa Mundi Machina; Sol vero & Stellæ, omniaque quæ in concavo Firmamento aſpicimus, concipienda ſunt tanquam ſuper convexam ſuperficiem ſpectata ab oculo extra ſuperficiem illam poſito: in Terreſtri non opus eſt hâc fictione. Et quoniam Globi ſunt inſtrumenta quibus in hac Propoſitione utimur, ii pro perfectis habendi ſunt, neque quomodo fabricandi ſint nunc inquirendum, ſed hactenus fabricati adhibendi ad Problemata ſequentia & ſimilia.

1. *Dati in Globo Terreſtri Loci Longitudinem & Latitudinem invenire.*

Datum Locum admove Meridiano (intellige ſemper faciei ejus numeris diſtinctæ, quæ (ut ſupra dictum) verus eſt Meridianus) & gradus Æquatoris, qui tum ſub Meridiano reperietur, numero ſuo oſtendet Longitudinem quæſitam. Nam initium numerandi gradus hoſce ſumitur à Meridiano primo; ut ſuperius dictum. Porro, ab Æquatore computa in Meridiano ad Locum uſque datum gradus Latitudinis: Nam Meridianus dividitur in quater 90 gradus, quorum bis 90 incipiunt numerari ab Æquatore verſus utrumque Polum; at reliquorum bis 90 graduum numeratio incipit ab utroque polo, deſinitque in Æquinoctiali, ſub Horizonte. Latitudo autem Septentrionalis erit aut Meridionalis, prout Locus datus

ab Æquatore recedit ad hunc vel illum Polum.

2. *Datis Longitudine & Latitudine, Locum in Globo Terreſtri, cui illæ congruunt, aſſignare.*

Quære in Æquatore gradum Longitudinis datæ; patet Locum quæſitum eſſe in Meridiano per punctum hoc in Æquatore ſumptum traducto. Punctum igitur hoc admove Meridiano diviſo, & ab Æquatore numera gradus Latitudinis datæ verſus Polum Arcticum, ſi borea ſit, vel Antarcticum, ſi auſtralis, & punctum in numerationis fine erit ipſe Locus quæſitus.

3. *Globum utrumque ad datam Latitudinem, nec non Quadrantem Altitudinis Globo aptare; & Globos uti decet ad Mundi Cardines diſponere.*

Si Latitudo loci data ſit borea, elevetur Polus Arcticus ſupra Horizontem, ſi auſtralis Antarcticus, donec arcus Meridiani inter Polum & Horizontem interceptus totidem ſit graduum, quot ipſa loci Latitudo: per Prop. enim VII. Elevatio Poli eſt arcus ſimilis Latitudini loci; hoc eſt, totidem gradus continens. Unde ad oculum patet quænam Stellæ ſint perpetuæ apparitionis; nempe quæ, voluto Globo ſic aptato, Horizontem non ſubeunt: quænam è contra perpetuæ occultationis. Deinde ab Æquatore computa in Meridiano ſurſum gradus Latitudinis datæ, & punctum, in quod deſinit numeratio, erit vertex dati loci: (Nam Altitudo Poli æqualis eſt diſtantiæ Æquatoris à vertice, cum idem arcus, nempe diſtantia Poli & Verticis ſit utriuſque complementum ad quadrantem:) Vertici ſic invento affigatur Quadrans altitudinis ope cochleæ, ita ut ejus margo in gradus diviſus (quæ Quadrantis vicem gerit) inde quaſi procedat. Denique ope Pyxidis Nauticæ pedamento Globi affixæ, recta, quæ eſt communis ſectio planorum Horizontis & Meridiani, in linea Meridiana collocetur, ita ut Polus Globi elevatus Mundi Polum ibi conſpicuum reſpiciat. Supponimus enim acum Magneticam ſecundum lineam Meridianam

dianam dirigi ; ſaltem ejus declinationem (quo minus iſtud contingat) notam eſſe. Unde & Meridianus Globi cum Meridiano loci congruet, & reliqui cardines cum reliquis cardinibus. Planum autem, cui inſiſtit Globus, Horizontale eſt eligendum, ut Globi Horizon Loci Horizonti parallelus fiat, uti decet.

4. *Gradum quem Sol in Ecliptica ad datum tempus tenet, ope Calendarii & adjuncti Circuli Signorum ſuper Horizontis ſuperficie delineatorum indagare, indeque Locum ejus in ipſa Ecliptica aſſignare.*

Quære in dicto Calendario Menſem & Diem propoſitum, & è regione invenies Signum ejuſque gradum quem Sol tum occupat. Deinde in Ecliptica, ſuperficiei Globi inſcripta, quære dictum Signum ejuſque gradum, qui erit Locus Solis quæſitus. Si exactius procedere libeat, Locus Solis ex Ephemeridibus inventus in Ecliptica in ſuperficie Globi deſcripta, ut prius, determinandus eſt. Eodemque modo Planetarum loca ex iiſdem quæſita in Globi ſuperficie deſignare licebit; quærendo nimirum primo longitudinem Planetæ in Ecliptica, & ejus latitudinem ab hac vel illa Eclipticæ parte ope circini ex Ecliptica protrahendo. Pro gradu, quem Sol præterpropter dato tempore in Ecliptica tenet, neceſſe tantum eſt ſcire, quo Die cujuſque Menſis Sol Eclipticæ Signum ingreditur, & gradum unum pro quovis deinde Die computare. Ad illud conſequendum recitantur verſiculi, quos apud Doctrinæ Sphæricæ ſcriptores videre eſt.

5. *Aſcenſionem rectam & Declinationem Solis, vel Stellæ, vel puncti cujuſvis dati invenire, adeoque Tempus Culminationis datæ Stellæ vel puncti invenire.*

Aſcenſio recta Solis, aut cujuſvis puncti in Globo Cœleſti, ſimiliter inveſtigatur atque longitudo & latitudo loci in Globo Terreſtri; (per Probl. 1 :) idem enim in Cœleſti ſunt Aſcenſio recta & Declinatio, quod in Terreſtri longitudo & latitudo. Porro, loco Solis ad Meridianum

admoto,

admoto, adjunge indicem horarium horæ duodecimæ, (nam duodecimam numeramus cum Sol eſt in Meridiano;) & circumvoluto Globo, donec Stella aut punctum datum culminet, oſtendet index ſimul delatus horam, quâ illud continget. Quoniam vero circellus hic horarius parvus nimis eſt, horæ partes in illo vix diſtingui poſſunt: ſic ergo accuratius procedere licet. Quia integer Æquator (cum ejus portione quadam, competente nimirum motui Solis proprio interea facto) Meridianum ſpatio diei naturalis pertranſit, idque æquabiliter; patet Æquatoris partem 24^{tam}, ſive gradus 15, in una hora Meridianum pertranſire, & illius gradum unum in quatuor ſcrupulis primis horariis; atque ſic porro. Si ergo ab Aſcenſione recta Stellæ auferatur Aſcenſio recta Solis, relinquetur portio Æquatoris, quæ Meridianum pertranſit, labente tempore intermedio inter Culminationem Solis & inſequentem Stellæ Culminationem: quod ſi tempus aſſumatur neceſſarium ut pertranſeat dictus Æquatoris arcus, (concedendo pro quindecim gradibus horam unam, & pro quovis gradu minuta horaria 4, ut dictum eſt; quæ Operatio communiter dicitur *Converſio arcûs Æquatoris in Tempus*;) invenietur tempus Culminationis Stellæ à meridie. Quod ſi Stellæ Aſcenſio recta minor ſit Aſcenſione rectâ Solis, ita ut hæc ab illa ſubduci nequeat, illi addendus eſt integer circulus, ſive gradus 360.

6. *Dato Loco Solis vel Stellæ cujuſvis, Aſcenſionem ejus & Deſcenſionem Obliquam, nec non Amplitudinem Ortivam & Occiduam invenire.*

Datum Locum Solis vel Stellæ adjunge Horizonti ortivo, (Globo prius ad loci latitudinem per Probl. 3^{tium} compoſito,) & nota gradum Æquatoris qui una aſcendit: Arcus enim Æquatoris inter initium Arietis & punctum notatum interceptus (qui per numerum exprimitur puncto adpoſitum) eſt ipſa Solis vel Stellæ Aſcenſio Obliqua: Tum à cardine Orientis (hoc eſt, ab interſectione Æquatoris & Horizon-

Horizontis) ad Locum uſque Solis vel Stellæ, arcus in Horizonte interceptus eſt Amplitudo Syderis Ortiva. Sin eundem Locum Solis vel Stellæ adjungas Horizonti occiduo, erit gradus Æquatoris ſimûl deſcendens Deſcenſio Obliqua, & Horizontis arcus interceptus inter Occidentis cardinem & Sydus occidens eſt ejus Amplitudo Occidua.

7. *Datâ Aſcenſione Solis vel Stellæ rectâ pariter atque obliquâ, dimidiatam ejus moram ſupra & infra Horizontem; & ſi Sol ſit, cujus Aſcenſiones dantur, Longitudinem Diei & Noctis, Horamque Ortûs & Occasûs Solis; ſi vero ſit Stella, ex dato tempore Culminationis Horam Ortûs & Occasûs ejuſdem invenire: Et è contra, datis Loco Solis & Longitudine Diei, Loca in Tellure; quibus illa competit, determinare.*

Si indicem horarium aptaveris horæ duodecimæ Meridianæ circuli horarii, cum locus Solis ſub Meridiano eſt, voluto retrorſum Globo, donec idem locus Solis ſit in Horizonte ortivo, oſtendet index Horam Ortûs Solis; ſi vero Locus hic Solis ad occiduum Horizontem volvatur, indicabitur tum Hora occasûs; oſtendetque index Horam, quâ Stella data culminat, occidit vel oritur, quando Stella in Globo notata pervenit ad Meridianum vel Horizontem ortivum vel occiduum. In hiſce enim omnibus ipſam rerum naturam imitamur. Ex Hora vera Ortûs & Occaſûs, mora Syderis ſupra vel infra Horizontem per ſe conſtat.

Ex datis Aſcenſionibus abſque Globo idem accuratius per computum ſic elicitur. Differentia Aſcenſionalis in tempus converſa, & addita ſex horis ſi Sydus ab Æquatore declinet ad Polum Mundi elevatum, vel ſubducta à ſex horis ſi declinet ad Polum depreſſum, dabit dimidiatam Syderis moram ſupra Horizontem: Hæc vero addita momento Culminationis dabit Horam Occaſûs, ab eodem vero ſubducta exhibet Horam Ortûs Syderis. Unde dabitur mora ejus integra ſupra Horizontem, (quæ

cum de Sole agitur, eſt Longitudo Diei,) & reliquum ad 24 horas eſt ejus mora infra Horizontem.

Si vero quæratur Locus in quo Dies eſt datæ Longitudinis, cum Sol datum in Ecliptica punctum occupat; Locum Solis adjunge Meridiano, indicemque horæ duodecimæ, & volvatur Globus donec index oſtendat Horam Ortûs vel Occaſûs Solis datæ Diei longitudini congruam; tum, elevando vel deprimendo alterutrum Polum, in eum ſitum adducatur Globus, ut Solis locus Horizontem occupet dum index dictam Horam oſtendit; in quo caſu Globus eſt in eo ſitu, in quo Sol in dato Eclipticæ puncto exiſtens Diem efficit Longitudinis datæ. Omnia ergo Terræ Loca, quorum Latitudo æquatur Altitudini Poli Globi ſic compoſiti, quæſito ſatisfacient. Et ſi datus Solis Locus ſit in Tropico verſus Polum conſpicuum; (hoc eſt, ſi Locus deſideretur cujus dies longiſſima eſt datæ longitudinis,) Problema hoc Climatibus & Parallelis diſtinguendis inſerviet.

8. *Datis Latitudine Loci & Loco Solis, ſi præterea ex his tribus nimirum Horâ diei, Altitudine Syderis & ejuſdem Azimutho, unicum detur, reliqua duo invenire.*

Compone globum ad Latitudinem Loci datam, per Probl. 3; Locum Solis adjunge Meridiano, indicemque horæ duodecimæ; tum ſi Hora detur, volve Globum donec index oſtendat Horam iſtam, vel accuratius, donec tot quindeni Æquatoris gradus Meridianum prorſum vel retrorſum tranſeant, quot Horæ à meridie elapſæ ſunt, aut ad meridiem adhuc deficiunt; & ſi Horæ datæ adhæreant ſcrupula, pro ſingulis quaternis ſcrupulis horariis pertranſeat Æquatoris gradus unus. Firmato in hoc ſitu Globo, Solis vel Stellæ Altitudo & Azimuth menſurentur per Quadrantem Altitudinis ad Zenith prius affixum: Altitudo nempe in Quadrante ab Horizonte ſurſum numeranda eſt; Azimuth vero computandus eſt in Horizonte à

te à cardine Meridiei vel Septentrionis ad ipſam interſectionem Quadrantis cum Horizonte. Si vero Solis vel Stellæ Altitudo detur, volve Globum donec Stella datam attingat Altitudinem, (quod Quadrante Altitudinis experiri ſtatim licet) oſtendetque pes Quadrantis ejuſdem Azimuthum, & index horarius Horam. Dato vero Azimutho, adjunge pedem Quadrantis ipſi Azimutho dato, & volve Globum donec Sydus datum Quadrantis marginem attingat, ſtatimque innoteſcet Altitudo Syderis in Quadrante computata, & Hora ex indice: niſi ſatius ſit hanc determinare ex numero graduum Æquatoris, qui Meridianum pertranſierunt, ex quo Locus Solis illi fuerat adjunctus. Per Horas hic intelligimus Æquinoctiales à meridie vel media nocte numeratas, quas tamen ad *Italicas* vel *Babylonicas* pronum eſt reducere, quærendo (per Probl. præc.) horam Ortûs vel Occaſûs Solis, unde illæ (itidem Æquinoctiales) numerantur: Facile etiam eſt horam Æquinoctialem numero datam, à quovis principio numeratam, ad inæqualem ſive *Planetariam* reducere, adhibitâ longitudine diei. Quod ſi Planetarum loca (ex Ephemeridibus ad idem iſtud tempus inventa) in ſuperficie Globi ſignentur, ex Globo facillime Conſtellationes Fixarum & ipſi Planetæ diſcernentur, ſi nocte ſerenâ Globus ſic ad noctis horam compoſitus cum ipſa Cœli facie comparetur, & labente nocte paulatim rotetur Globus, ut eundem cum Cœlis ſitum conſervet.

9. *Invenire Tempus, quo data Fixa Coſmice vel Achronyce oritur vel occidit.*

Datam Stellam adjunge Horizonti ortivo, & nota punctum Eclipticæ cooriens; & quando Sol illud occupat, (quod in Globi Horizonte facile deprehendes ex circulo Signorum cum adjuncto Calendario,) Stella oritur Coſmice: Si vero Tempus Occaſûs Coſmici quæratur, nota in Globo punctum Eclipticæ oriens cum data Stella Horizontem occiduum attingit, & Tempus quo Sol no-

tatum punctum Eclipticæ tenet eſt Tempus quæſitum. Pro ortu vero Achronyco, notetur punctum Eclipticæ occidens cum Stella oritur, & Tempus quo Sol punctum iſtud occupat eſt illud quod quæritur. Si vero Eclipticæ punctum notetur quod ſimul cum Stella Horizontem occiduum attigerit, die quo Sol illud occupat dicta Stella occidit Achronyce. Atque hæc ſufficiunt, ſi per Ortum & Occaſum Coſmicum & Achronycum intelligatur Ortus & Occaſus matutinus & veſpertinus, ut vulgo fit. Si vero Ortus & Occaſus Coſmicus (ut vult *Keplerus*) idem ſignificent atque ſupra dati loci Horizontem aſcenſus, & deſcenſus infra eundem, tum hic quotidie (ſiquidem omnino) cuivis Fixæ accidit ; cujus momentum ex Probl. 7 determinatur. Atque Ortus Stellæ Achronicus (qui ſecundum eundem ſignificat ortum Stellæ dum Sol occidit) idem erit eodemque modo reperietur quo prius : Occaſus vero Achronycus eodem recidit cum Occaſu Coſmico in ſenſu vulgari.

10. *Tempus invenire, quo data Fixa Heliace oritur vel occidit.*

Cum Fixæ omnes Heliace oriantur mane & occidant veſpere, ad inveniendum Tempus quo data Fixa (*ex. gr.* magnitudinis primæ) oritur Heliace, determinandum eſt Eclipticæ punctum, quod 12^{gr} infra Horizontem ortivum deprimitur cum illa oritur : Cum enim Sol dictum Eclipticæ punctum occupat, tantum deprimitur infra Horizontem, quantum requiritur ut Stella iſta nunc ſupra Horizontem emerſa conſpici poſſit. Ut hoc per Globum inveniatur, admove Stellam Horizonti ortivo, & per Quadrantem Altitudinis explora punctum Eclipticæ 12 gradus ſupra Horizontem occiduum elevatum : Huic oppoſitum illud ipſum eſt quod quæritur, ſc. 12 gradus depreſſum infra Horizontem ortivum : Die igitur quo Sol punctum iſtud Eclipticæ tenet, (quod ex Calendario circulo Signorum in Horizonte Globi adjuncto facile exploratur,)

ratur,) dicta Stella magnitudinis primæ oritur Heliace. Si ſtella ſit magnitudinis ſecundæ, inveniendum eſt Eclipticæ punctum, quod tredecim gradibus deprimitur infra Horizontem, dum ſtella illi adjungitur: ſi tertiæ, 14 opus erit gradibus, & ita deinceps; uti ex Prop. IX. patet. Quod ſi tempus Occaſûs Heliaci datæ Stellæ primi honoris deſideretur, adjunctâ Stellâ Horizonti occiduo, reperiatur ut prius punctum Eclipticæ, quod eo momento 12 gradus elevatur ſupra Horizontem ortivum; & huic oppoſitum (quod nempe totidem gradibus deprimitur infra Horizontem occiduum) eſt ipſe Solis locus in Ecliptica, dum dicta Stella occidit Heliace. Pari modo invenietur locus, quem Sol in Ecliptica tenebat, cum data Fixa dato præterito tempore Heliace oriebatur vel occidebat; ac proinde tempora à ſcriptoribus rei Ruſticæ & Medicæ olim conſignata cum noſtris comparari poterunt: vice enim datæ Stellæ, prout hodie in Globis noſtris depingitur, adhibendus eſt ejus locus, quem dato illo ſæculo occupabat; nempe pro quolibet ſæculo elapſo Longitudinem Stellæ gradu uno & triente minorem quam hodie ſumendo, & eandem Latitudinem conſervando.

II. *Ad datum Tempus initium Crepuſculi matutini & finem veſpertini determinare.*

Compoſito Globo ad latitudinem Loci, (quæ in hoc & ubique in præcedentibus data ſupponitur,) Locum Solis dato tempori congruum adjunge Meridiano, indicemque horarium (uti decet) horæ duodecimæ; tum volvatur Globus ortum verſus, donec punctum Eclipticæ Solis loco oppoſitum elevetur ſupra Horizontem occiduum 18 gradibus, quo caſu locus ipſe Solis totidem gradibus deprimitur infra Horizontem ortivum; adeoque (per Prop. VIII.) incipit Crepuſculum matutinum: hujus proinde momentum oſtendit index. Præſtat vero arcum Æquatoris, qui Meridianum pertranſiit, (interea dum

Globus volvitur in ſitum hunc ab eo quem obtinebat cum Locus Solis Meridianum attingeret,) in tempus convertere à duodecim horis ſubducendum, ut habeatur Tempus initii Crepuſculi matutini. Similiter finis Crepuſculi veſpertini obtinetur, volvendo Globum donec punctum Solis loco oppoſitum elevetur 18 gradibus ſupra Horizontem ortivum, &c.

12. *Datorum in Terra duorum Locorum diſtantiam invenire, & Angulum Poſitionis; nempe quem circulus maximus per data Loca traductus comprehendit cum Meridiano utriuſvis.*

Diſtantia proxima duorum Locorum, quæ in circulo maximo computatur, invenitur capiendo diſtantiam eorundem in Globo depictorum; (circino nempe cruribus incurvis ad iſtud comparato,) & intercapedinem hanc ad Æquinoctialem vel Meridianum primum applicando, ut numerus graduum inter bina Loca innoteſcat; & pro quovis gradu 60 milliaria *Anglica* vel 15 *Germanica* computando. Ea enim eſt Telluris magnitudo, ut gradus circuli maximi in ejus ſuperficie deſcripti ſit præterpropter 60 milliarium *Anglicorum* vel 15 *Germanicorum*. Ad inveniendum Poſitionis Angulum, volvatur Globus donec Locus primus attingat Verticem, (quod fiet cum ad Meridianum pervenerit, ſi Globus ad loci iſtius latitudinem fuerit compoſitus;) tum Quadrantem altitudinis Vertici & proinde Loco primo affixum circumduc donec ſecundum attingat; arcus Horizontis inter Meridianum & Quadrantem altitudinis interceptus erit menſura Anguli Poſitionis inter Meridianum Loci primi & circulum maximum (nempe dictum Quadrantem) per Loca traductum comprehenſi, quoniam Zenith eſt Horizontis polus. Ejuſdem Quadrantis arcus inter Loca data interceptus in milliaria converſus (abſque ope circini ſuperius adhibiti) exhibebit diſtantiam locorum. Quod ſi, eâdem praxi repetitâ, quæratur angulus, quem idem circulus per bina

Loca

Loca traductus facit cum aliquot intermediis Meridianis; (per ſingulos *v. g.* gradus Æquatoris incedentibus;) determinabuntur *Rhumbi*, ſecundum quos, ad loca intermedia in dictis Meridianis poſita, eundum eſt, ut præterpropter in circuli maximi arcu (hoc eſt, breviſſimâ viâ) iter fiat inter Loca data.

13. *Datâ Horâ in dato Loco numeratâ, Horam eodem momento in alio dato Loco numeratam determinare; & Locum invenire, in quo data Hora numeratur.*

Adjunge Locum Meridiano, & indicem Horæ datæ ibi numeratæ; deinde volve Globum donec alter Locus datus Meridiano ſubjiciatur; oſtendet index Horam quæſitam. Pro ſecundo caſu adjunge Locum datum Meridiano & indicem Horæ datæ ut prius; dein volvatur Globus donec index Horam alteram datam oſtendat; Loca omnia Meridiano tum adjuncta datam illam Horam numerabunt.

Si vero per calculum procedere libeat, ita accuratius fiet. Si Loca duo data ſub eodem ſint Meridiano, ſive eandem habeant longitudinem, eandem quoque à meridie vel media nocte numerant Horam; ſi vero eorum longitudines ſint diverſæ, Differentia longitudinum per Globum explorata in Tempus (ut in Probl. 5) converſa dat intervallum Horarum in Locis iſtis eodem momento numeratarum, ita ut Locus orientalior numeret Horam majori numero inſignitam. In poſteriori caſu, ubi Temporis differentia datur, convertatur hæc in arcum Æquatoris: hic arcus erit Differentia longitudinis, quæ addita longitudini Loci dati, ſi hic priorem numerat Horam, vel ab illa ſubducta, ſi poſteriorem, exhibebit longitudinem quæſitam; omniaque Loca Telluris in Meridiano, cujus iſta eſt longitudo, ſatisfacient propoſito. Quodque de Horis noſtris à meridie vel media nocte numeratis hic dictum eſt, facillime ad *Italicas* vel *Babylonicas*

lonicas vel etiam *Planetarias* reducendo transfertur; ſicut Probl. 8. oſtenſum eſt.

14. *Locum Telluris aſſignare, cui Sol dato Tempore perpendiculariter imminet; item Loca omnia, quibus dicto tempore Sol in Horizonte apparet oriens vel occidens.*

Compoſito Globo Terreſtri ad latitudinem loci tui & ad Mundi Cardines, volvatur Globus donec ille Verticem occupet; & Globus ſic compoſitus Solis radiis exponatur, (amoto Horizonte qui Solis radios impediret,) atque uno oculi ictu apparebit quibus Terræ locis Dies ſit, quibus Nox; quibus Sol oriatur, quibus occidat. Nam quoniam Globus hic ipſaque Tellus ſunt Figuræ ſimiles, ſimiliterque poſitæ: ſimiliter etiam illuſtrantur à Sole, cujus diſtantia immenſa pro infinita habetur. Locus vero ille, qui polus eſt circuli per confinia lucis & umbræ ſignati, ipſe eſt cui Sol perpendiculariter imminet, & qui mechanice facile determinatur, quærendo locum ubi ſtyli ſuperficiei globi normaliter inſiſtentis umbra nulla eſt, ſive in ipſum ſtyli pedem incidit. Si vero eadem deſiderentur cum Sol non ſplendet, quæratur (per Probl. præc.) Meridianus locorum ubi tum eſt meridies, & in hoc Meridiano ſume Terræ Locum, cujus eadem eſt & verſus eundem Polum latitudo, atque Solis declinatio tum temporis; erit hic ipſe Locus cui Sol normaliter imminet, qui ſi in vertice ponatur, Horizon oſtendet confinia lucis & umbræ, ſive Loca omnia, quibus Sol in Horizonte videtur; ex quibus facile diſtinguuntur ii quibus Sol oritur, ab illis quibus occidit.

15. *Sciotericum Horizontale dato loco congruum ope Globi conſtruere.*

Componatur Globus (ut ſæpe ſupra) ad Loci latitudinem & Mundi cardines: Si præter Meridianum alii undecim Horarii circuli (hoc eſt, 24 Horarii Semicirculi) extra Globum immobiles circumſtarent, & Globus omnis

omnis diaphanus eſſet præter Axem circa quem revolvitur; patet Solem in Meridiano poſitum Axis umbram in alteram Meridiani ſemiſſem projicere, & Solem in circulo Horæ primæ poſt meridiem conſtitutum opaci Axis umbram in circulum Horæ primæ poſt mediam noctem ſimiliter projicere, alteram nempe ejuſdem Horarii circuli medietatem ultra Polos; & ſic in cæteris Horariis accidere. Si præterea concipiatur planum Horizontale Axis umbram in ſe projectam reflectendo oſtendere; cum Sol in Meridiano conſiſtit, Axis umbra in Horizontale planum projecta erit in parte ea communis ſectionis Meridiani & Horizontis, quæ ultra centrum eſt; hoc eſt, in recta jungente centrum cum puncto interſectionis Meridiani & Horizontis: cum Sol ad circulum Horæ primæ pervenit, umbra opaci Axis in Horizontale planum projecta erit pars ea communis ſectionis circuli Horæ primæ cum Horizontali plano, quæ ultra centrum jacet, ſive quæ conjungit centrum cum communi interſectione circuli Horæ primæ poſt mediam noctem; quæque adeo cum linea Horæ duodecimæ ſive Meridiana angulum comprehendit, quem metitur arcus Horizontis interceptus inter Meridianum & circulum Horæ primæ poſt meridiem aut mediam noctem. Eodemque modo Sol, in circulo Horæ ſecundæ poſt meridiem poſitus, umbram Axis ſuper Horizontale planum projicit in rectam jungentem centrum & interſectionem circuli Horæ ſecundæ poſt mediam noctem & Horizontis; quæque proinde cum linea Meridiana angulum comprehendit, cujus menſura eſt Horizontis arcus inter Meridianum & circulum Horæ ſecundæ comprehenſus: atque ſimiliter in reliquis lineis Horariis ſuper Horizontale planum, earum quælibet cum linea Meridiana comprehendit angulum, cujus menſura eſt Horizontis arcus inter Meridianum & ejuſdem Horæ circulum interceptus.

Ut ergo Horologium Sciotericum in Horizontis plano

 deli-

delineetur, puncto quolibet ceu centro deſcribatur circulus Horizontem in Globo repræſentans, (namque hujus centrum refert centrum Terræ ſive, in caſu præſenti, Mundi centrum;) per centrum ducatur Meridiana recta, nempe quæ producta ad cardines meridiei & ſeptentrionis pertingeret; & ex centro erigatur recta opaca Axem mundi repræſentans, quæ ad Polum dirigitur; hoc eſt, quæ in plano Meridiani cum linea Meridiana comprehendit angulum æqualem angulo elevationis Poli ſupra Horizontem loci. Hiſce conſtitutis, linea Horæ primæ poſt meridiem ducatur ex centro circuli ad latus orientale Meridianæ lineæ, cum illa angulum continens, quem metitur arcus Horizontis inter Meridianum & circulum Horæ primæ comprehenſus. Quoniam vero circuli Horarii in Globis non reperiuntur, eligatur certus Æquatoris ſecundarius, (*v. g.* Colurorum alter,) atque ita collocetur Globus, ut aſſumptus hic circuli Horæ primæ locum teneat; hoc eſt, ut 15 gradus Æquatoris inter Meridianum fixum & aſſumptum hunc intercipiantur, & numerentur in Horizonte ejus gradus inter fixum Meridianum & aſſumptum intercepti. Volvatur dein Globus, donec aſſumptus ille Æquatoris ſecundarius locum teneat circuli Horæ $2^{dæ}$ pomeridianæ, hoc eſt, donec 30^{gr} Æquatoris ipſum & Meridianum fixum interjaceant; numeratiſque Horizontis gradibus inter Meridianum & circulum aſſumptum ſic poſitum interceptis, ducantur ad latus ejus orientale lineæ ex centro Scioterici cum Meridiana linea angulos continentes iiſdem numeris graduum menſuratos, eruntque hæ ex ſupra dictis lineæ Horæ $1^{mæ}$ & $2^{dæ}$. Et procedendo ſubſequentium Horarum lineæ ſimiliter ducantur, donec ad Horam perveniatur quâ Sol die longiſſimâ occidit: Ubi patet lineam Horæ ſextæ ad Meridianam lineam eſſe normalem, cum in omni latitudine 90 gradus Horizontis intercipiantur inter Meridianum & circulum Horæ ſextæ. Similiter determinabuntur anguli,

guli, quos lineæ dimidiarum Horarum aut aliarum quarumvis partium comprehendunt in Horizontali plano cum linea Meridiana. Abſolutâ vero linearum Horariarum delineatione ab una parte lineæ Meridianæ, *v. g.* pro Horis poſt meridiem, lineæ Horariæ antemeridianæ ita ducuntur, ut lineæ referentés Horas à meridie æqualiter diſtantes æqualibus quidem angulis cum linea Meridiana inclinentur, ſed ad alteras partes jaceant. Pari modo) adhibendo etiam Probl. 13,) Horologium Scioterioum in quovis plano deſcribetur : quodvis enim planum eſt cujuſdam Loci Horizontale planum.

SECTIO IV.

De Determinando per observationes situ & respectu, quem Circuli Sphæræ ad se mutuo obtinent.

PROPOSITIO XVI.

Planum Meridiani Circuli, in data Habitatione, per obſervationes determinare.

DAtâ Habitatione, datur ejus Horizon : hic enim circulus viſu definitur. Cumque ſolus ſit in ſenſum incurrens, reliqui hujus reſpectu determinandi veniunt; ac primo quidem Meridianus. Obſerventur duo plana circulorum Verticalium, quos Sydus declinationem non mutans occupat, cum æquialtum eſt ante & poſt maximam ſupra Horizontem elevationem ; planum verticale biſecans angulum ſub obſervatis duobus planis comprehenſum erit Meridiani planum, quod viſu in Cœlos productum ſignabit Meridianum quæſitum. Quoniam (ex hypotheſi) Sydus declinationem non mutat, motu diurno deſcribet circulum Æquatori parallelum : hujus ergo circuli (ſicut ipſius Æquatoris) punctum altiſſimum eſt in

 Meri-

Meridiano circulo, & puncta æqualiter alta hinc inde à Meridiano æqualiter diſtant. Quare è converſo, circulus à quo verticales, in quibus Sydus ejuſdem erat altitudinis, æqualiter diſtant hinc inde, Meridianus eſt; hoc eſt, circulus, cujus planum biſecat angulum à prædictis verticalibus comprehenſum, eſt ipſe Meridianus. Q. E. I.

Praxin quod attinet, ſic commode conficitur Problema: Super planum Horizonti parallelum, hoc eſt, cui Perpendiculum ſive filum pondere onuſtum normale eſt, (cum Zenith & Nadir, in quæ perpendiculum productum incidit, ſint Horizontis poli,) erigatur Gnomon, cujus radice (ſive puncto apici directe ſubjecto) ceu centro deſcribatur in plano Horizontali circulus, noteturque punctum in hujus circumferentia, in quod apicis umbra à Sole facta ante meridiem incidit; rurſuſque ejus punctum, in quod ejuſdem umbra poſt meridiem incidit: Recta conjungens centrum circuli cum puncto biſecante arcum inter notata duo puncta interjectum eſt communis ſectio plani Meridiani cum plano Horizontali, quæ & *Linea Meridiana* nuncupatur; quippe cardines meridiei & ſeptentrionis directione ſuâ monſtrans. Super hanc ergo erectum planum ad Horizontem rectum eſt Meridiani planum quæſitum. Cum Sydus in hac praxi adhibitum ſit Sol, patet illam tunc exercendam cum Sol declinationem ſuam ſenſibiliter non mutat; (illud enim in Sydere ad hoc electo neceſſarium eſt;) hoc eſt, tempore Solſtitiali. Quoniam vero obſervationes inſtituendæ ſunt ante & poſt meridiem, Solſtitium æſtivum eligendum eſt, quoniam in brumali, ob Solem tum temporis Horizonti vicinum, Refractiones incertæ praxin redderent dubiam: & præterea Sol oblique nimis tunc aſcendit deſcenditque, verticalem multo magis quam elevationem mutans; quod incommodum eſt in praxi hac, ubi verticalis ex elevatione determinandus eſt. Unde, Sole in æſtivo Solſtitio exiſtente, ita ducendus eſt in plano Horizontali

rizontali circulus, ut Gnomonis umbræ extremitas in illum incidat, cum Sol elevationem multum, Azimuthum parum mutat; adeoque plures concentrici circuli ducendi ſunt, ut commodior eligatur.

Ad Lineam Meridianam determinandam, ad quam inſtrumenta perfectiora ſunt collocanda, ſæpius repetenda eſſet hæc praxis, & aliæ adhibendæ, quas apud Auctores paſſim videre licet, & quilibet per ſe facile excogitabit: quod & de aliis quibuſvis obſervationibus intelligendum eſt, quæ fundamentales ſunt, quibuſque aliæ longâ ſerie ſuperſtruuntur. Gnomonum, præcipue altiorum, alii ſunt commodiſſimi in obſervando uſus: loco tamen extremitatis opacæ commode adhibetur, in ædificio magno, foramen radios Solis intra tectum tranſmittens; ut in Templo S[ti] *Petronii Bononiæ* à Cl. D. *Caſſini* factum eſt.

PROPOSITIO XVII.

Altitudinem Poli & Situm Æquinoctialis circuli reſpectu Horizontis per obſervationes determinare. Tab. XIV. Fig. 5.

UBi Polus alter elevatur, obſervetur per inſtrumentum in plano Meridiani (per præced. determinato) collocatum Fixæ cujuſvis nunquam occidentis Altitudo maxima O S, & minima O σ ſupra Horizontem H O, quarum utraque in Meridiano contingit. Harum differentiæ S σ dimidium P S vel P σ eſt diſtantia Syderis à Polo: Hæc ergo P σ vel P S minori Altitudini O σ addita, vel à majore O S ſubducta, facit O P Altitudinem Poli quæſitam. Si Sydus in Altitudine maxima ſit ad alteram verticis Z partem, inter Z & H; tum loco maximæ Altitudinis Syderis, in calculo prædicto, adhibendum eſt ejus complementum ad ſemicirculum.

In obſervatione hac inſtituenda, ſummâ curâ & diligentiâ procedendum eſt: hinc enim reliquæ omnes Solis & Fixarum obſervationes, ac Proinde Aſtronomica quævis

 vis

Tab. XIV. *Fig.* 5. vis ſuperſtruuntur. Quare Fixa talis ſeligenda eſt, quæ in minima Altitudine Refractioni minime ſit obnoxia; hoc eſt, Polo vicinior quævis, quæ Horizonti non admodum appropinquat: nam Refractio Syderum loca prope Horizontem obſervata incerta reddit; ut inferius oſtendetur.

Si Polorum neuter ſatis fuerit ſupra Horizontem elevatus, tum ex Altitudine Meridiana Syderis, cujus nota eſt declinatio, res perficitur; ut in Corollario Prop. ſequentis oſtendetur. Immo in locis pleriſque, ubi paucas tantum obſervationes inſtituere decretum eſt, rem ſic conficiunt. Verum, cum declinationis Syderum obſervatio à Poli Altitudinis notitia pendeat, æquum eſt modum tradere hanc obſervandi, qui ab illa non pendet; quique à cautis omnibus obſervatoribus, qui Stellarum loca determinare volunt, aliorumque obſervatis (quæ repetere licet) minime fidere, neceſſario uſurpanda eſt.

Inventâ Altitudine Poli, Altitudo Æquatoris ſive H E arcus Meridiani inter Horizontem H O & Æquatorem E Q interceptus determinatur; eſt enim prioris complementum ad circuli quadrantem: Nam quia H Z O eſt ſemicirculus, & P E quadrans, erunt P O & H E ſimul quadranti æquales. Determinatur igitur Æquatoris ſitus reſpectu Horizontis dati H O: Illum enim interſecat in punctis veri Ortûs & Occaſûs, quæ per rectam ſignantur Meridianæ lineæ (Prop. præced. inventæ) normalem; ejuſque planum inclinatur ad planum Horizontis angulo, cujus menſura eſt arcus H E modo inventus.

SCHOLIUM.

Ope harum duarum Propoſitionum Telluris magnitudo innoteſcet. Si ſecundum Lineam Meridianam (per Prop. XVI. ductam) iter factum exactiſſime menſuretur, & ex obſervata (per Prop. XVII.) Altitudine Poli ad initium & finem itineris, arcûs Meridiani Terreſtris intercepti ratio ad integrum Meridianum determinetur; non latebit ambitus

ambitus integri Meridiani Terreſtris : ac proinde, ex cognita circuli dimenſione, Telluris Diameter, & exinde (per Geometriam) illius ſuperficies & ſoliditas innoteſcunt. Porro, quoniam in hac praxi iter ſub quolibet Meridiano confectum, ſive longitudo viæ ubique quamproxime proportionalis deprehenditur obſervatæ mutationi elevationis Poli; conſtat communem ſectionem ſuperficiei Telluris & plani Meridiani cujuſvis eſſe circulum, & proinde Telluris figuram eſſe ſphæricam. Abſtrahimus nunc à parva elevatione ad Æquatorem, (de qua Prop. XXXI. Lib. I,) quæ in prædicta praxi erit inſenſibilis.

PROPOSITIO XVIII.

Cujuſvis Syderis Declinationem obſervare.

PRopoſiti Syderis Altitudo Meridiana obſervetur. Si Sydus fuerit in Meridiani quadrante Z H, in quo Æquator E Q Meridianum interſecat, ut ad σ; erit differentia altitudinis Æquatoris H E & altitudinis Syderis H σ (nempe E σ) Declinatio Syderis quæſita. Si vero Sydus fuerit in Meridiani quadrante Z O, in quo Polus P, ut in S; tum differentia altitudinis Poli P & altitudinis Syderis O S, (nempe P S,) ſive diſtantia Syderis à Polo, eſt complementum Declinationis quæſitæ. Q. E. I. *Tab. XIV. Fig. 6.*

Nihil hic de obſervationum praxi & inſtrumentorum conſtructione addimus, in quibus horum præcipua difficultas conſiſtit. Artificem enim in *Geometria Practica*, *Mechanicis* & *Opticis* verſatiſſimum ſupponimus. Patet vero cuivis Fixarum loca determinaturo commodiſſimum fore, ſi Quadrantem aut potius Semicirculum in Meridiani plano prorſus immotum, & in gradus horumque partes ſecundum artem diviſum habeat, ſuper cujus centrum index Pinnacidiis Teleſcopicis inſtructus movetur, ut Syderis cujuſvis Altitudo Meridiana prompte menſuretur, cum ad Meridiani planum appellit: hæc enim Declinationis

tionis Syderum obſervatio in Fixarum locis reſtituendis præcipua eſt.

COROLLARIUM.

Tab. XIV. Fig. 6. Sicut ex datis Elevatione Poli vel Æquatoris & Altitudine Syderis Meridiana ejus Syderis Declinatio invenitur, ita è converſo, ex datis Syderis Altitudine Meridiana & Declinatione, Æquatoris vel Poli Elevatio habetur. In quadrante enim Z E H, ſumma vel differentia ipſarum H σ, E σ dat Æquatoris elevationem H E. In quadrante vero Z P O, ſumma vel differentia ipſarum O S & P S exhibet altitudinem Poli.

PROPOSITIO XIX.

Inclinationem Eclipticæ ad Æquatorem, ſive Eclipticæ Obliquitatem obſervare, ejuſque ac proinde Colurorum, Tropicorum & Polarium ſitum reſpectu Æquatoris determinare.

QUotidie circa Solſtitium utrumvis obſervetur (per præced.) Solis Declinatio: Hæc, ubi maxima, ipſa eſt Eclipticæ Obliquitas quæſita. Quoniam enim Ecliptica eſt ipſa via Solis, quanta eſt Solis declinatio maxima, tanta etiam eſt ipſius Eclipticæ; unde obſervatâ illâ, ſimul obſervatur & hæc. Q. E. F.

Verum cum, ex praxi præcedente, Syderis Declinatio obſervari nequeat, niſi cum Sydus iſtud eſt in Meridiano; ſi contingat Solſtitium celebrari, Sole in Obſervatoris Meridiano non exiſtente, (quod certe plerumque fiet,) paululum aberrabitur: hoc autem tantillum eſt, ut ſit merito negligendum. Præcipimus enim quovis meridie Declinationem inquirere; adeoque aberratio maxima eſt cum Solſtitium mediâ nocte celebratur; nempe temporis puncto à meridie remotiſſimo. Error igitur cum maximus eſt, tantus erit, quanto Solis Declinatio 12 horis ante aut poſt Solſtitium deficit ab ejus Declinatione

ne maxima: hic autem defectus ad quatuor minuta ſecunda non aſcendit; cum tamen ipſa Obliquitas intra minutum primum aut etiam duo ab Artificibus nondum ſit definita. E Solſtitiis eligendum erit illud, in quo Sol commodiſſime obſervari poterit abſque erroris periculo, *v. g.* in regionibus hiſce prope Polum ſeptentrionalem Solſtitium æſtivum, quoniam Sol in Solſtitio hyberno ipſo meridie refractionum periculis non caret; quæ res in hujuſmodi obſervatione maximi eſt momenti. Dantur & habitationes, ubi ad Obliquitatem Eclipticæ inquirendam conſultum ſit altitudinem Meridianam Solis, in uno Solſtitiorum poſiti, ſubducere ex ejuſdem altitudine Meridiana in altero Solſtitio, ſi Sol in utroque caſu ſit ab eadem verticis parte; ſed ſi ad diverſas, ex poſterioris Meridianæ altitudinis complemento ad ſemicirculum, ut relinquatur diſtantia Tropicorum, cujus ſemiſſis eſt ipſa Obliquitas quæſita.

Ad exquiſitam autem indagationem Obliquitatis Zodiaci, ait Obſervatorum ſolertiſſimus *Hevelius* plurimorum annorum continuatas, omnibuſque numeris abſolutiſſimas, majoribus & fide digniſſimis Organis adminiſtratas obſervationes requiri. Atque hinc fit quod etiamnum hodie, quando inſtrumenta ſunt & magna & accurate diviſa, & Teleſcopiis inſtructa, diſcrimen ſatis ſenſibile interſit inter Zodiaci Obliquitates ab Artificibus poſitas. Siquidem *Hevelius* illam ponit $23^{gr}\ 30'\ 20''$; eandem quam *Ricciolus* in *Aſtronomia Reformata*: *Moutonus*, qui integrum fere librum hac de re ſcripſit, illam poſt multas & repetitas obſervationes, mediamque inter extremas eligens hanc, conſtituit $23^{gr}\ 30'$, quam etiam Obliquitatis menſuram ex ſelectis obſervationibus *Ricciolus* in *Almageſto* ponit: hanc etiam ponit *Streetius* in *Aſtronomia Carolina*, & generaliter Artifices uſurpant. Quo non obſtante Cl. D. *De La Hire* in *Tabb. Aſtron. Part. Prior. de Motibus Solis & Lunæ* illam minuto primo integro minorem conſtituit;

nempe tantum 23^{gr} $29'$, idque ex obſervationibus prŏpe Zenith & extra refractionis periculum factis. Si vero Veterum hac de re placita notare libet, tanta reperitur inter Obliquitatem ab illis obſervatam, & illam quæ nunc ex Cœlis deducitur, differentia, ut plurimi Auctores eam mutabilem poſuerint præter mutationem bis quolibet anno reſtitutam; de qua utpote fere inſenſibili hic non diſputamus: quandoquidem tempore *Ariſtarchi Samii*, qui 300 prope annis ante Chriſtum natum floruit, ea ipſa habita eſt 24^{gr}: vivente vero *Ptolemæo* annis poſt Chriſtum 140, non amplius quam 23^{gr} $51'$: & rurſus *Albategnii* tempore 900 fere poſt Chriſtum annis, tantum 23^{gr} $35'$: & *Tycho* 23^{gr} $31'$ $30''$ eam per obſervationes prodit. Verum diligentiſſimi hujus ſæculi Obſervatores illam nihilominus conſtantem volunt; *Gaſſendus* nempe, *Ricciolus*, *Horoxius* & ipſe *Hevelius*, qui Veterum obſervationibus haud adeo multum tribuendum eſſe in *Prodromo* cenſet, cum nec inſtrumenta omnibus numeris perfecta adhibuerint, nec tutiori viâ inceſſerint. Immo Antiquiores ipſeque *Ptolemæus* in *Almageſto* idem cenſent; & *Albategnius* ob eandem cum *Hevelio* rationem Veterum obſervationes ſuis poſtponit. Et *Gaſſendus* in *Vita Peireſkii* oſtendit per obſervationes à ſe inſtitutas, eandem eſſe hodie Zodiaci Obliquitatem, quæ fuerat tempore *Alexandri Magni*; eandem quippe à ſe obſervatam rationem Gnomonis ad ſuam umbram in meridie Solſtitii æſtivi *Maſſiliæ*, quæ fuerat in eadem urbe tum obſervata à *Pythea Maſſilienſi*.

Porro, puncta in Cœlo, ubi Ecliptica Æquatorem interſecat, illa ſunt, in quibus Sol apparet dum dies noctibus æquales ſunt Obſervatori, cui Polorum alteruter elevatur ſupra Horizontem. Eclipticæ ergo ſitus is eſt, ut Æquatorem interſecet in dictis punctis, & ad Æquatorem inclinetur in angulo ſupra determinato, ejus dimidio ad Polum Boreum vergente, in quo Sol verſatur dum

dum dies noctibus ſunt longiores Borealis hemiſphærii Terræ incolis. Eclipticæ ſitu dato, protinus datur ſitus Tropicorum; quippe qui Æquatori paralleli Eclipticam contingunt, ſuntque tantum ab Æquatore remoti, quanta eſt Eclipticæ Obliquitas: & Polares tantundem à Polis proximis diſtant. Colurorum etiam ſitus hinc deducitur: nam in Polis hactenus per obſervationes determinatis, ad angulos rectos ſe mutuo interſecantes, per puncta Æquinoctialia & Solſtitialia ſupra inventa tranſeunt.

PROPOSITIO XX.

Datâ Eclipticæ Obliquitate, Aſcenſionem rectam & Declinationem dati in ea puncti, item Angulum, quem ad dictum punctum comprehendit Ecliptica cum Meridiano, per calculum eruere; & è converſo, Eclipticæ punctum, cui horum aliquod competit, definire, & proinde locum Solis in Ecliptica, ex obſervatione per Prop. XVIII. *facta, determinare.*

Referat E Q Æquatorem, cujus Polus P; E L Eclipticam; E Æquinoctii alterutrius punctum; L punctum in Ecliptica datum, per quod traductus concipiatur circulus declinationis P L Q. In triangulo ſphærico E L Q datur latus E L, nempe diſtantia puncti dati ab E, & angulus Q E L Eclipticæ Obliquitas; datur item angulus Q, nempe rectus, quia P eſt Polus circuli E Q: Invenietur igitur (per Trigonometriam ſphæricorum) latus Q L puncti L Declinatio quæſita, quæ borealis eſt vel auſtralis pro Poli adjacentis natura; item latus E Q, quod (pro ſitu puncti L in hoc vel illo Eclipticæ quadrante, & natura puncti E) erit vel ipſa Aſcenſio recta quæſita, vel illius complementum ad quadrantem, vel ſemicirculum, vel tres quadrantes, vel integrum circulum. Datur etiam angulus Q L E, quem Ecliptica in dicto puncto facit cum Declinationis circulo ſive Meri- *Tab.* XIV. *Fig.* 7.

 diano.

diano. Hujus converſum ſimiliter conſtruitur : adverten-dum tamen duo eſſe Eclipticæ puncta, quorum eadem eſt verſus datum Polum Declinatio ; adeoque opus eſſe determinatione aliquâ.

SECTIO V.

De Stellis Fixis, earum Locis per obseruationem definiendis, aliisque huc attinentibus.

PROPOSITIO XXI.

Stellarum Fixarum claſſes varias explicare, in quas ob diverſam magnitudinem apparentem dividuntur; hujuſque differentiæ rationes reddere.

PRopoſitionibus quibuſdam præcedentibus modum tradidimus, quo præcipuorum Sphæræ circulorum Poſitio reſpectu Horizontis ſenſu definiti determinatur; Meridiani nempe, Æquatoris, Zodiaci, Coluri utriuſque, Tropicorum & Circulorum Polarium : conſequens eſt ut Fixarum loca circulorum iſtorum reſpectu inveniendi modum tradamus. Oportet autem prius aliquid de ipſis Fixis, harumque differentiis & ordine præfari.

Et primo cuivis Cœlum nocte ſerenâ & illuni aſpicienti ingens Stellarum diverſitas apparet quoad magnitudinem apparentem & radiorum vim. Hujus reſpectu Aſtronomi illarum ſex fecerunt claſſes, quarum maximas appellarunt *Primæ Magnitudinis*, minimas *Sextæ* & intermedias eodem ordine. Diverſitatem hanc aliqui in ipſam Stellarum veram magnitudinem rejiciunt, alias aliis eſſe revera majores aſſerentes, dum omnes æqualiter diſtant; quippe ſecundum hos in ſuperficie ſphærica locatæ : Alii Veteres ſecuti cauſam diverſæ Magnitudinis rejiciunt in diverſam earum diſtantiam.

Huic ſententiæ numerus Fixarum primæ & ſecundæ magnitu-

gnitudinis multum favet. Nam ſi Fixa quælibet Solis officio fungatur in ſpatii Mundani portione fere æquali huic, cui Sol noſter imperitat, tot erunt Fixæ magnitudinis primæ, quot hujuſmodi Syſtemata noſtrum tangentes circumſtare poſſunt; hoc eſt, quot æquales Sphæræ mediam æqualem contingere poſſunt. Ex Geometria autem conſtat tredecim Sphæras mediam illis æqualem circumcirca contingere; (perperam enim *Keplerus* duodecim hujuſmodi pro numero angulorum *Icoſaedri* reperiri aſſerit, in *Lib.* I. *Epit.*) & totidem obſervantur incontraverſæ Stellæ magnitudinis primæ. Advertendum enim inter ipſos Fixarum obſervatores, de illarum numero non prorſus conſtare: Nam *Hevelius Lucidam in ſcapulis Aquilæ* ad ſecundam magnitudinem refert, quam *Tycho* primæ magnitudinis dixit; & è contra *Hevelius Canem minorem* & *dextrum Humerum Orionis* primæ cenſet, quas tamen *Tycho* ſecundæ ponit. Aliæ interim reperiuntur, de quarum claſſe dubitat ipſe *Hevelius.*

Rurſus, ſi quæratur quot Sphæræ prioribus æquales prædictum primum ordinem Sphærarum, Sphæram ab initio poſitam circumſtantium (ſive potius priores illas 13 cum decimaquarta centrali comprehendentem Sphæram,) contingere poſſunt; invenietur harum numerus 52, ſive 4 × 13. Nam Sphærarum harum ſecundi ordinis centra verſantur in ſuperſicie ſphærica, quæ quadrupla eſt ejus in qua verſantur centra Sphærarum primi ordinis intimam tangentium, cum illius diameter diametri hujus dupla ſit; Et totidem præterpropter deprehenduntur Fixæ magnitudinis ſecundæ; *Hevelio* illas circiter 50 ſtatuente, dum *Keplerus Tychonem* ſecutus ipſas 58 ponit; *Ptolemæus* non ultra 45; inter quos nos medium aſſumimus: in Stellis enim magnitudinis ſecundæ, magis quam in iis magnitudinis primæ, diverſi obſervatores diverſa ſentiunt. Nec in numero Fixarum reliquarum magnitudinum hâc methodo determinando magis aberratur. Ad hanc rem ulterius

confirmandam, reſtat ut oſtendamus eundem inter Fixas primi honoris obſervari ordinem, qui inter corpora centralia Sphærarum intimam Sphæram (prope cujus centrum oculus ponitur) circumcirca contingentium; eundem inter Fixas ſecundæ magnitudinis, qui inter corpora centralia Sphærarum ordine ſecundarum ab his; atque ita denuo. Atque hic quidem res non æque procedit, (quæ cauſa fuit, cur *Keplerus* in aliam abiit ſententiam;) ut vel exinde conſtat quod primo obtutu quidam Firmamenti tractus Stellis innumeris quaſi ſcatentes cernantur, alii vero ab iis tantum non vacui deprehendantur. Aſt in primæ & ſecundæ magnitudinis Stellarum ordine adeo non eſt aberratum, ut comparanti patebit: Nam ſex ſunt Stellæ primæ magnitudinis in Zodiaco, tres ad Boream, & quatuor ad Auſtrum, præterpropter uti ex hac theoria decet.

PROPOSITIO XXII.

Conſtellationes, in quas Fixæ ab Aſtronomis diſtribuuntur, enumerare.

VEteres vel lineamenta ſecuti diſpoſitionis variæ Fixarum, vel religione ducti diſtribuerunt Fixas omnes, in Zona noſtra Temperata conſpicuas, in Imagines 48: Quarum 12 in Zodiaci longitudinem incidunt, ejuſque Dodecatemoriis nomina imponunt ſua: Suntque in Boreali Zodiaci dimidio, *Aries*, *Taurus*, *Gemini*, *Cancer*, *Leo* & *Virgo*; in Auſtrali, *Libra*, *Scorpius*, *Sagittarius*, *Capricornus*, *Aquarius* & *Piſces*. Reliquæ imagines in Hemiſphæriis per Zodiacum diſtinctis locantur: in Septentrionali 21, nempe *Urſa minor*, *Urſa major*, *Draco*, *Cepheus*, *Bootes*, *Corona Septentrionalis*, *Hercules*, *Lyra*, *Cygnus*, *Caſſiopeia*, *Perſeus*, *Andromeda*, *Triangulum*, *Auriga*, *Pegaſus*, *Equuleus*, *Delphin*, *Sagitta*, *Aquila*, *Serpentarius*, *Serpens*. Hiſce poſtea adjectæ ſunt Conſtellationes

lationes *Antinoi* ex informibus prope Aquilam, inter hanc & Capricornum & Sagittarium, & *Comæ Berenices* ex informibus prope Caudam Leonis. Antinoum ad Aquilam, & Equulcum ad Pegaſum reducit *Ptolemæus*. Ad Auſtralem Zodiaci partem ſunt Aſteriſmi 15 Veteribus cogniti, nempe *Cetus*, *Eridanus*, *Lepus*, *Orion*, *Canis major*, *Canis minor*, *Argo-navis*, *Hydra*, *Crater*, *Corvus*, *Centaurus*, *Lupus*, *Ara*, *Corona Auſtralis*, *Piſcis Auſtrinus*.

Hiſce nuper adduntur, quæ circa Polum Auſtrinum ſunt nobis inconſpicuæ, Conſtellationes 12. *Phœnix*, *Grus*, *Indus*, *Pavo*, *Apus*, *Triangulum Auſtrale*, *Muſca*, *Chamæleon*, *Piſcis volans*, *Toucan* ſive *Anſer Americanus*, *Hydrus*, *Xiphias* ſive *Dorado*.

Extra depictarum imaginum limites ſunt Stellæ quædam ad illas irreducibiles, quas ideo *Informes* vocant, atque ex hiſce inſigniores Fixarum Obſervatores novos Aſteriſmos ſubinde confingunt, nominaque imponunt. Cl. nempe *Edmundus Halleius*, dum in *Inſula* S^tæ. *Helenæ* Stellas Polo Auſtrino vicinas primus exacte obſervaret, jure ſuo uſus eſt in nova Conſtellatione ſub ſpecie Quercûs ex informibus inter Argum Navem & Centaurum condenda, & ſub nomine *Roboris Carolini* conſecranda, in perpetuam ſub illius latebris ſervati *Caroli* II. memoriam in Cœlum tranſlati. Sic *Bartſchius* in Globo ſuo Quadrupedali novas duas fundavit Conſtellationes, *Camelopardum* & *Monocerotem*, quas retinet *Hevelius*. Ipſe autem *Hevelius* omnium longiſſime in hac materia progreſſus eſt, pluraque ex informibus prius Stellis conſtruxit Sydera nova quam Recentiorum quivis, ut ex ejus *Firmamento* patet; nempe inter Leonem & Urſam majorem *Leonem minorem* invexit, & *Lyncem* inter Urſam majorem & Aurigam ſupra Geminos; *Canes Venaticos* poſt Urſam majorem & ſub ejus Cauda repoſuit, ita ut quæ *Tychoni* fuit informis inter Caudas Helices & Leonis, (quæ poſtea *Cordis Caroli* nomine fuit ab *Anglis* inſignita,)

ta,) *Hevelio* ſit *in Annulo Armillæ Charæ*; *Lacertam* ſivè *Stellionem* inter Andromedam & Cygnum ; *Uraniæ Sextantem* inter Leonem & Hydram ; *Scutum Sobieſcianum* inter Aquilam & Serpentarium ; *Vulpeculam cum Anſere* inter Aquilam & Lyram ſub Cygno ; *Triangulum minus* inter Triangulum Boreale & Arietis Caput. Veteres etiam Conſtellationes quaſdam immutavit paululum, aliaſque illis adjunxit ; ut Antinoum prius inermem *Arcu* & *Sagitta* armavit, in Herculis genu inflexi ſiniſtram *Cerberum* induxit, & ſub Bootis pedibus *Montem Mænalum* poſuit. Prædicta Sydera in Locis deſcriptis collocavit ad fabulæ veteris adjacentium Syderum continuationem, ne Aſtrologorum placita & regulas nimium turbaret, vel ad facinoris nobilioris memoriam perpetuandam.

Alii rurſus integra Sydera novis nominibus iiſque *Chriſtianis* deſignanda cènſent ; cujus ſpecimen dedit V. *Beda* in Aſtris Zodiaci, & continuavit in ſuo *Cælo Stellato* anno 1627 edito *Julius Schillerus*. Conſilium tamen hoc merito improbarunt *Copernicus*, *Tycho*, & *Hevelius* in *Firmamento*, aliique Aſtronomi, qui priſcas formas & antiqua nomina retinenda cenſent, ne Veterum Aſtronomia paulatim deperdatur, & confuſio oriatur. Modo enim hucuſque ab ipſis Aſtronomiæ primordiis recepto, quod in hac re præcipuum eſt conſequimur ; nempe (ut ait *Copernicus*) *ut tanta Stellarum multitudo per partes diſcerneretur, & ut hæ denominationibus quibuſdam deſignari poſſint.*

Ad Aſteriſmos etiam pertinet *Via Lactea*, quam noſtrum ſæculum innumerarum minutarum Fixarum congeriem eſſe deprehendit, prout Veterum quidam, teſte *Manilio*, cenſuere: Eſtque Circulus latus candore Lactis perfuſus, totum Cœlum ambiens ; nonnunquam duplici tramite, plerumque ſimplici incedens per Caſſiopeiam, Perſeum, Aurigam, Pedes Geminorum, Clavam Orionis, Monocerotis anteriora, Caudam Canis majoris, Argum Navem,

Navem, Robur Carolinum, Crucem & Centauri pedes, quos ultra, è regione Aræ, in duplicem dividitur tramitem ; cujus pars Orientalior tranſit per Aram, extremam Scorpii Caudam, Pedemque Serpentarii orientaliorem, Arcum Sagittarii, Scutum Sobieſcianum, Antinoi Pedes & Cygnum, ubi maxima ejus pars alteri jungitur: Occidentalior autem per priorem partem Caudæ Scorpii, Serpentarii Dextram & Cygni Sydus ; abſolvitque periodum ſuam in Caſſiopeia, unde ejus deſcriptionem incipit *Manilius*. Sunt etiam & aliæ *Galaxiæ* diviſiones minores, quas videre licet in *Hevelii Firmamento*. Viæ Lacteæ etiam affines ſunt duæ *Nubeculæ* prope Polum auſtrinum ſitæ, in *Europa* inconſpicuæ, quæque à nautis *Nebulæ Magellanicæ* appellantur ; illius enim albedinem (teſte Cl. *Halleio*) exactè referunt, & Teleſcopio inſpectæ hinc inde Nebulas parvas & exiguas Stellas oſtendunt. Harum major inter Hydrum & Doradonem ; minor inter Anſerem Americanum ſive Toucan & Hydrum collocatur.

PROPOSITIO XXIII.

Datis Solis Theoriâ & Horologio Automato, Fixarum Aſcenſionem Rectam per obſervationes determinare.

EXplicatâ Fixarum diverſitate tam ſecundum apparentem magnitudinem, quam ſecundum figuras Aſteriſmorum, in quos communiter dividuntur, reſtat ut cujuſvis ex illis locum determinandi methodum oſtendamus reſpectu circulorum Sphæræ, quorum ſitus ſuperius eſt determinatus, ac primo quidem reſpectu Æquatoris ; in quem finem cujuſvis Declinationem obſervare Prop. XVIII. docuimus : Reliquum eſt ut illius Aſcenſio Recta etiam inveniatur. Verum, quoniam Æquatoris initium, à quo Syderum Aſcenſio Recta numeratur, eſt illius interſectio cum Ecliptica ; in qua licet Sol reperiatur ſemel in anno, ineunte ſc. noſtro Vere, inde tamen ſtatim diſcedit, &

punctum iſtud relinquit obſcurum, nullo phænomeno; quod in ſenſus incurrat, inſignitum, & tale denique unde Stellarum Aſcenſiones nequeunt immediate per obſervationes deduci; aliquod igitur eligendum eſt Phænomenon, cujus Aſcenſio Recta quolibet momento datur, ut aliorum Aſcenſiones Rectæ hinc obſerventur. Inter omnia vero ad hoc opus Sol eſt maxime commodus, quippe cujus motus eſt maxime ſimplex, cujuſque Aſcenſio Recta ex dato ejus loco in Ecliptica expedite invenitur per Prop. XX. Hujus ergo Theoriâ datâ; hoc eſt, ad datum tempus dato ejus loco in Ecliptica, & dato etiam Horologio Automato indicem æquabiliter circumagente, ſic obſervantur Fixarum Aſcenſiones Rectæ.

Primo, ita ordinetur Horologium, ut index 24 horas numeret labente tempore, quo Fixa quævis à Meridiano digreſſa ad eundem revertitur, quod die naturali paulo eſt brevius. Horologii ſic ordinati index ad initium numerationis conſtituatur, dum Sol Meridianum attingit, & notetur hora ab Horologio numerata, quando Fixa, cujus Aſcenſio Recta quæritur, eundem attingit. Horæ earumque partes ab indice numeratæ in Æquatoris gradus & illorum partes convertantur, ut ſupra eſt dictum: Prodibit intervallum Aſcenſionum Rectarum Fixæ & Solis; hoc vero additum Aſcenſioni Rectæ Solis exhibet Fixæ Aſcenſionem Rectam quæſitam.

Si vero, in Automato ad motum Fixæ diurnum ordinato, loco 24 horarum oſtendantur 360 gradus horumque partes ſexageſimæ, &, dum Sol eſt in Meridiano, indices ſtatuantur ad numerum graduum & ſcrupulorum, ex quibus Solis Aſcenſio Rectâ tum conſtat; oſtendent hi (abſque ulteriore reductione) Aſcenſionem Rectam Fixæ, cum hæc Meridianum attingit.

PRO-

PROPOSITIO XXIV.

Datis Declinatione & Aſcenſione Rectâ unius Syderis, & Declinatione alterius una cum Syderum Diſtantia, poſterioris hujus Aſcenſionem Rectam invenire; & è converſo, Syderum, quorum Aſcenſiones Rectæ & Declinationes dantur, Diſtantiam invenire.

Referat E Q Æquatorem, cujus Polus P; ſintque Sydera A & B, ex quorum Declinationibus C A, D B datis dantur horum complementa ſive diſtantiæ à Polo, nempe P A, P B, daturque etiam (ex hypotheſi) Syderum diſtantia A B. Quare in triangulo A P B, datis lateribus invenietur angulus A P B, & proinde ejus menſura C D arcus; differentia nempe Aſcenſionum Rectarum Syderum A & B, quæ proinde addita vel ſubducta Aſcenſioni Rectæ datæ unius, (prout circulus Declinationis per hoc tranſiens eſt ad ortum vel occaſum circuli Declinationis per illud tranſeuntis,) dat alterius Aſcenſionem Rectam quæſitam. *Tab. XIV. Fig. 8.*

E converſo, datis Syderum A & B Aſcenſionibus Rectis, datur harum differentia C D; hoc eſt, angulus C P B, cujus iſte arcus eſt menſura: & in triangulo A P B, dantur latera P A, P B datarum Declinationum complementa, una cum angulo comprehenſo A P B: invenientur igitur reliqui anguli, & latus A B Syderum Diſtantia quæſita.

Pariterque duorum in Telluris ſuperficie Locorum, quorum Longitudines & Latitudines dantur, invenientur Diſtantia in circulo maximo computata, & anguli quos hic (qui communi Azimutho Cœleſti reſpondet) cum utroque Meridiano continet.

PROPOSITIO XXV.

Datæ Stellæ Aſcenſionem Rectam per obſervationes determinare, mediante Phænomeno interdiu & noctu conſpicuo.

OBſervetur Phænomeni diu noctuque conſpicui Declinatio (per Prop. XVIII.) & diſtantia tam à Sole quam à Stella; hæc noctu, illa interdiu. Ex Phænomeni Declinatione, Diſtantia à Sole, & Solis loco, elicitur (per præced.) Phænomeni Aſcenſio Recta; ex qua & ejuſdem Declinatione obſervata, una cum obſervatis Stellæ Declinatione & Diſtantia à Phænomeno, ſimiliter invenietur Stellæ Aſcenſio Recta quæſita. Q. E. F.

SCHOLIUM.

Veteres, qui temporis menſurâ accuratâ (qualem Prop. XXIII. requirit) carebant, (Clepſydræ enim ab Antiquiſſimis adhibitæ erant nimium fallaces,) Fixarum loca mediante Lunâ exquirebant, capiendo diſtantiam Lunæ à Sole ſecundum Æquatorem aut Eclipticam computatam de die, & diſtantiam Stellæ à Luna noctu, unde Diſtantiam inter Stellam & Solem, ac proinde (ex Solis Theoria) Diſtantiam Stellæ ab Eclipticæ initio concludebant.

Recentiores Venerem adhibuerunt loco Lunæ, quod hujus diameter parva minorem in diſtantia obſervanda errori anſam præbeat; & quod Lunæ locus obſervandus ſæpenumero veniat per Fixarum loca prius correcta, ut ejus Theoria, in hunc diem (præſertim circa quadraturas, quando Veterum obſervationes hæ inſtituebantur) minus accurata, corrigatur; & etiam quod Veneris motus neque ſit tam velox, neque tam incertus. Ideoque Venerem obſervare conveniet in maxima elongatione à Sole, cum illius motus motui Solis propemodum eſt æqualis; & etiam cum ob elevationem Sol & Venus Refra-

ctioni minime ſunt obnoxii. In hujuſmodi obſervationibus faciendis præcipue curandum, ut ſæpius repetantur tam cum Venus orientalior eſt Sole, quam cum occidentalior; ut ex obſervationibus diverſis ad eundem Fixæ locum determinandum conſpirantibus verus locus certo conſtet. *Ricciolus* loco Veneris *Sirium* ſubſtituendum cenſet, quem ait ſplendere adeo ut circa Æquinoctia octo & amplius minutis ante occaſum Solis *Martio*, & poſt ortum Solis *Septembri*, videri poſſit. Sed & *Regulus* & *Arcturus* tandem in Meridiano, lucente Sole, nudis oculis obſervati ſunt à Regiæ Scientiarum Academiæ *Gallicæ* Aſtronomis; etiam cum Sol extra incertas Refractionis limites elevaretur: quod ope Teleſcopii in quavis Fixa illuſtriori quotidie fieri poterit.

PROPOSITIO XXVI.

Datis Altitudine Poli, Horâ à Meridie & Loco Solis, ſi præterea Syderis Altitudo & Azimuth obſervatione innoteſcant, invenire Syderis iſtius Aſcenſionem Rectam & Declinationem.

Referat P Z H O Meridianum; H A O Horizontem, cujus Polus eſt Zenith Z; E R Q Æquatorem, cujus Polus P; S Stellam, per quam traducti intelligantur circulus verticalis Z S A & declinationis circulus P S R In triangulo S Z P, dantur Z P latus, complementum elevationis Poli O P; Z S latus, complementum altitudinis Stellæ S A; & angulus S Z P, quem menſurat arcus A O ex Azimutho datus: Invenitur igitur latus P S, complementum arcûs R S Stellæ Declinationis quæſitæ; & etiam angulus Z P S, & proinde ejus menſura, nempe arcus E R. Sed ex data Hora datur arcus Æquatoris interceptus inter Meridianum & circulum Declinationis per Solem traductum; horum ergo arcuum datorum dantur ſumma & differentia. Hæc autem ſumma, ſi Sol & *Tab. XIV. Fig. 9.*

Stella fuerint ad diverſa Meridiani latera; vel differentia, ſi ad idem, eſt differentia Aſcenſionum Rectarum Solis & Stellæ. Et ex dato Solis loco datur ejus Aſcenſio Recta, (per Prop. XX.;) quare innoteſcit etiam Stellæ Aſcenſio Recta quæſita.

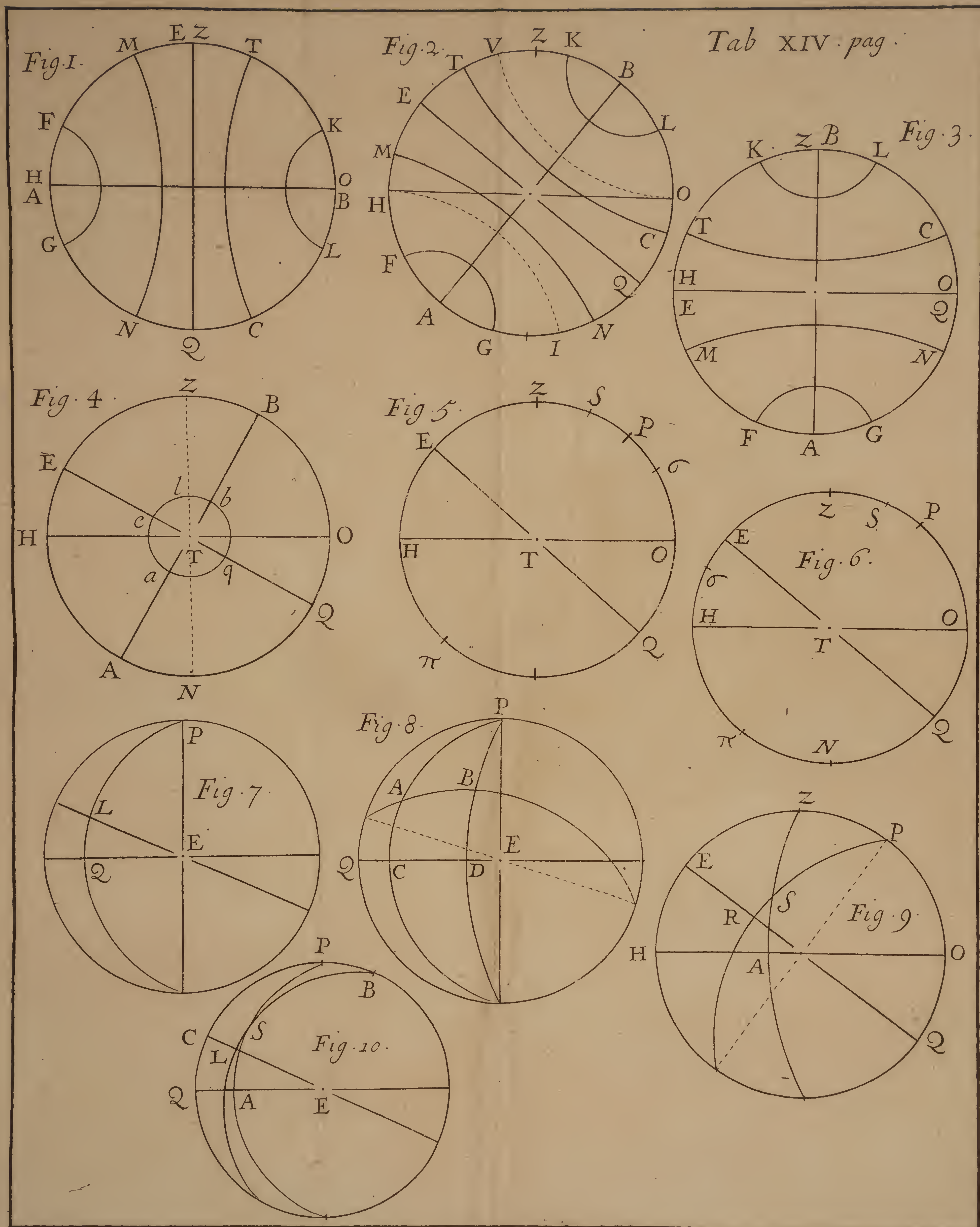
PROPOSITIO XXVII.

Datæ Stellæ Longitudinem & Latitudinem inveſtigare.

Tab. XIV. Fig. 10. IN ſchemate E Q repræſentet Æquatorem, cujus polus P; E C Eclipticam, cujus polus B; punctum E communem horum circulorum interſectionem, initium ♈ vel ♎; S Sydus datum, per quod ducti intelligantur Eclipticæ & Æquatoris ſecundarii B S L, P S A. Et circulus maximus P B Q C ipſos polos conjungens eſt Colurus Solſtitiorum. Inveniatur per Prop. XVIII. Syderis Declinatio A S, unde habebitur ejus complementum P S; & per Prop. XXIII. vel XXV. Stellæ Aſcenſio recta E A, (ſaltem ex data Aſcenſione recta dabitur E A,) unde habebitur ejus complementum Q A, & angulus Q P A, cujus eſt menſura. In triangulo igitur B P S, dantur latus P S & latus P B, diſtantia nempe Polorum Æquatoris & Eclipticæ hujus obliquitati æqualis, una cum angulo ab iis comprehenſo B P S: Innoteſcit igitur latus B S, hujuſque proinde complementum S L, Stellæ Latitudo quæſita. Invenietur etiam angulus P B S, ejuſque menſura arcus C L, adeoque hujus complementum L E. Atqui arcus hic vel eſt ipſa Longitudo quæſita, vel ejus complementum ad unum, duos, tres vel quatuor quadrantes.

Similiter ex dato ſitu Stellæ reſpectu Eclipticæ determinabitur ejuſdem ſitus reſpectu Æquatoris.

PRO-


Tab XIV · pag ·
Fig · 1 ·
Fig · 2 ·
Fig · 3 ·
Fig · 4 ·
Fig · 5 ·
Fig · 6 ·
Fig · 7 ·
Fig · 8 ·
Fig · 9 ·
Fig · 10 ·

PROPOSITIO XXVIII.

Datis Longitudine & Latitudine duorum Syderum, & Diſtantiâ tertii ab utroque, tertii iſtius Locum invenire.

Referat C E D Eclipticam, cujus Polus P; A & B Stellas, quarum Longitudo & Latitudo dantur, per quas traducti intelligantur Latitudinis circuli P A C, P B D: anguli C P D ſub illis comprehenſi menſura eſt Eclipticæ arcus C D, Longitudinum datarum differentia, ac proinde datur. In triangulo A P B, datis lateribus P A, P B, Latitudinum C A, D B complementis, & angulo A P B, invenietur A B latus, & angulus P B A. Rurſus, in triangulo A S B, datis omnibus lateribus; nempe S A, S B, diſtantiis Stellæ S à duabus A & B, & prius invento A B, reperietur angulus A B S; adeoque S B P, hujus & prius inventi P B A intervallum: & tandem in triangulo S B P, datis duobus lateribus B P, B S, cum angulo ab illis comprehenſo S B P, invenietur P S, & conſequenter ejus complementum E S, nempe Syderis S Latitudo; & angulus B P S, hujuſque menſura D E, differentia nempe Longitudinum Stellarum B & S addenda Longitudini Stellæ B ut fiat Longitudo Stellæ S, ſi P S E ſit orientalior quam P B D; ſubtrahenda vero, ſi occidentalior. Alii ſunt hujus Problematis caſus pro vario ſitu punctorum A & S, ſed qui omnes ſimiliter ſolvuntur. *Tab. XV. Fig. 1.*

Eodemque prorſus modo, ſi detur ſitus Stellarum A & B reſpectu alterius cujuſvis circuli, Æquatoris *ex. gr.* hoc eſt, ſi dentur earum Aſcenſiones Rectæ & Declinationes, & Diſtantia tertiæ S ab utraque; dabitur etiam hujus ſitus reſpectu ejuſdem circuli. Atque hæc in Tellure fiunt ſimiliter.

PRO-

PROPOSITIO XXIX.

Fixarum Cotalogum condendi modum deſcribere; præcipuos ejus Conditores, methodoſque, quibus ſunt uſi, indicare, & Globum Cœleſtem conſtruere.

Cujuſque Aſteriſmi Stellæ ſingulæ pro loco, quem quævis in Aſteriſmo obtinet, ordine deſcribantur; & è regione cujuſvis, ejus Longitudo & Latitudo per Prop. XXVII. inventæ adſcribantur, atque poſtea ejus Magnitudo notetur. Si plures fuerint in eadem Aſteriſmi parte (capite *ex. gr.* vel manu) Stellæ, in deſcriptione diſtinguantur in borealiores & auſtraliores, & in præcedentes, medias & ſequentes; ubi illæ præcedentes ab Auctoribus *Ptolemæum* ſecutis vocantur, quæ ad occidentem ſitæ ſunt; ſive quæ Zodiaci partes præcedentes *i. e.* initio Arietis viciniores obtinent; hoc eſt, quæ in motu diurno præcedunt: A quibuſdam etiam diſtinguuntur per literas alphabeti adſcriptas. Si Stella notabilis in Aſteriſmo occurrit, quæ ſingulari nomine indigitatur, nomen hocce etiam apponitur; ut *Arcturus* in Boote, *Regulus* in Leone, *Sirius* in Cane, &c. Poſt Stellas cuique Aſteriſmo proprias adjiciuntur & informes circa eundem, ſimiliter per viciniam hujus vel illius partis (cui ſc. adſtant) deſcriptæ, cum cujuſque Longitudine, Latitudine & Magnitudine.

Primus, qui Fixas omnes in Catalogum reducere, earumque loca determinare eſt aggreſſus, fuit *Hipparchus Rhodius* annis ante Chriſtum circiter 120, ex *Plinii* ſententia *auſus rem etiam Deo improbam, adnumerare poſteris Stellas & Sydera ad normam expangere.* Ex *Ptolemæo* tamen conſtat *Tymocharidem* & *Ariſtyllum* plurimas circa hanc rem obſervationes, 180 annis ante *Hipparchum* factas, reliquiſſe. *Menelaus* item Geometra anno *Trajani* primo quædam de Fixarum locis obſervavit *Romæ.* Poſt hos

hos *Claudius Ptolemæus*, circa annum à nato Chriſto 140, nonnulla de Fixarum progreſſione in conſequentia animadvertere ac literis mandare aggreſſus eſt; *Hipparchico* tamen circa earum ad invicem quoad longum & latum collocationem retento abaco, qui ad Fixas 1026 aſcendit. Neque præter ea, quæ à *Ptolemæo* ſunt conſignata, Veterum obſervata amplius exſtant. Idem quoque fecit *Albategnius Syrus* circa annum Chriſti 880: nam in Libro quem inſcripſit de *Scientia Stellarum, Cap.* LII. *pag.* 202. ait ſe II. gradus & dimidium & tertiam partem addidiſſe locis, in quibus, in *Ptolemæi* Libro, eas ſcriptas invenit. Neque etiam *Perſæ Aſtronomi* aut *Alphonſini*, neque illis recentior *Copernicus* omnes Fixas obſervarunt, ſed *Hipparchico* Catalogo acquieverunt, additâ ſolummodo in reſpectivis Catalogis portione motionis in omnibus interea factæ; de qua inferius. *Copernicus* interim Stellarum omnium Longitudines numerat à duarum in Arietis Cornu Præcedente, quam *Omnium Primam* vocat; quæque proinde omni ævo ſunt eædem, dum Primæ hujus Longitudo ab Æquinoctii puncto indies augetur.

Hi omnes ad Stellarum loca determinanda Armillarem Sphæram, vel ejus partem (quam *Aſtrolabium* dixerunt) utplurimum adhibuerunt. Ejus deſcriptionem vide *Cap.* I. *Lib.* V. *Magnæ Conſtructionis.* Hoc enim inſtrumento ad Mundi cardines & Loci Latitudinem compoſito, Armillam Eclipticam referentem de Die ope radiorum Solis (cujus locum ex ejus Theoria notum habebant) in eum componebant ſitum, quem tum Horizontis iſtius reſpectu Ecliptica obtinebat, & Lunæ locum in Ecliptica, ope circuli Latitudinis in Aſtrolabio mobilis, exinde obſervabant. Nocte deinde inſequente, mediante Lunâ, (pro cujus motu interea facto locum prius inventum corrigebant,) Armillam illam Zodiacalem in ſitum iſti temporis puncto congruum (quemadmodum prius mediante Sole) componebant, unde cujuſvis Stellæ longitudinem ſe-

cundum Eclipticam numeratam obſervabant, ſicut prius Lunæ Longitudinem interdiu obſervaſſent (per mobilem Latitudinis circulum collimando) ejuſque Latitudinem ope pinnacidii in dicto circulo itidem mobilis. Hunc obſervandi modum plene deſcriptum videre licet *Cap.* 4. *Lib.* VII. *Magnæ Conſtructionis Ptolemæi*, & *Cap.* 14. *Lib.* II. *Copernici de Revolut.*

Quamvis Veteres Lunam credidere prorſus neceſſariam ad Stellarum loca reſpectu Æquinoctialium & Solſtitialium punctorum definienda, & cum iis ſagaciſſimus *Copernicus Cap.* 14. *Lib.* II. ſic loquatur; *Etenim ſine ipſa non erat modus locis Stellarum comprehendendis, utpote quæ ex omnibus ſola Diei & Noctis ſit particeps*; nihilominus *Hieronymus Cardanus*, in Libro quem inſcribit *Supplementum Almanach*, (poſtquam monuit Fixas ad Lunam comparandas eſſe tempore Eclipſeos Lunaris, quia locus Lunæ Solis reſpectu eſt tum temporis optime perſpectus, quippe oppoſitus,) Veneris Stellam in hoc negotio Lunæ feliciter ſubſtituit, quippe diei & noctis etiam participem, cujuſque alia etiam ſunt commoda, Schol. Prop. XXV. expoſita.

Proximus poſt *Hipparchum*, qui Fixas de novo obſervavit, fuit *Ulugh Beigh Tamerlanis Magni* Nepos. Hic quidem in Præfatione ait ſe obſervaſſe omnes, quæ obſervari poterant, præter 27 auſtraliores. Mortuus eſt Princeps hic circa annum Chriſti 1449. Stellarum loca notavit in *Catalogo* ſuo (à D. *Tho. Hyde* latine reddito) ad annum Chriſti 1437.

Sæculo demum poſt Chriſtum natum decimoſexto illuxit ſæculi iſtius Atlas, immortalis *Tycho Brahe*, qui indefeſſo labore Fixas omnes ſupra Horizontem *Uraniburgicum* facile conſpicuas denuo obſervavit. Eodemque tempore *Gulielmus* Illuſtriſſimus *Haſſiæ Landgravius* hoc ipſum opus *Caſſellis* aggreſſus eſt, & cum Mathematicis ſuis *Rothmanno* & *Byrgio* ultra 30 annos continuavit. Stellarum longitudinem

tudinem & latitudinem calculo quæſivit, ex Aſcenſione Recta & Declinatione prius obſervatis per Methodum Prop. XXVII; ut *Tycho* teſtatur *Cap.* 2. *Part.* I. *Progymnaſmatum pag.* 147: quam tamen non uſquequaque probat *Tycho*, ob difficultatem tempus à Meridie exacte numerandi, quod utut à ſe ſæpius tentatum fuerit per Horologiorum conſtructionem, modiſque aliis in *Progymnaſm. Cap.* citato deſcriptis, nunquam tamen ſatis pro voto ſucceſſit. At licet Principis obſervationes non extendantur ad plures quam 400 Fixas, & inſtrumentis paulo minoribus fuerint factæ, illas tamen ipſius *Tychonis* laboribus præfert *Hevelius* in *Prod. Aſtr.* quod ex ſua ſententia majorem diligentiam adhibuerit Princeps cum ſuis coobſervatoribus, quam *Tycho* cum ſuis. Princeps poſtea per Veneris Stellam rem perfecit. *Tycho* autem, licet *pag.* 146. *Lib.* I. *Progymnaſm.* exprobret *Cardano* errorem in loco Meridionalioris & Lucidioris Lancium Libræ per Venerem conſtituendo majorem, quam eſt is *Alphonſinarum Tabularum*; fatetur tamen hoc exinde profluxiſſe, quod Veneris ſitus nullis tum numeris adſtrictus eſſet: Veneremque ille etiam ad idem opus adhibet modo Prop. XXV. deſcripto. Loco Armillæ Zodiacalis à Veteribus adhibitæ ad Syderum longitudinum differentias & latitudines obſervandas, *Tycho* optimis rationibus permotus Armillas Æquatorias ſubſtituit; quibus nempe Aſcenſionum rectarum differentias & declinationes etiam extra Meridianum obſervaret, altitudine Meridianâ ad alias comprobandas ſemper adhibitâ. Reliquas, quas diligentiſſimus Obſervator adhibuit, cautiones videre licet *Cap.* II. *Lib.* II. *Progymnaſm.* Ex poſitis ſemel quarundam Stellarum locis, per methodos hactenus traditas inventis, aliarum Stellarum prope Æquatorem aut Eclipticam collocatarum loca modo Prop. XXIV. adducto determinavit: Cujuſvis vero ignotæ Stellæ Aſcenſionem rectam per binas, quarum loca hactenus verificata erant, inqui-

 ſivit,

ſivit, & ſi paululum inter ſe diſcrepantes eſſent ejuſdem Stellæ Aſcenſiones Rectæ ſic inventæ, mediam pro vera abſque omni hæſitatione aſſumpſit: poſtea ex Aſcenſione Recta & Declinatione ejus Longitudinem & Latitudinem, modo Prop. XXVII. demonſtrato, ſupputavit. Stellarum vero prope Polos poſitarum loca ex prioribus deduxit per praxin Prop. XXVIII; verificato tamen loco ſic invento per diſtantiam à Stella tertia prius determinata obſervatam. Et univerſaliter, Fixæ loco unicâ tantum obſervatione determinato, nunquam acquievit; ſed ſingula tum per methodos ſupra indicatas, tum per Armillas ſuas Æquatorias, tum per praxin Prop. XXIII, Horologiis optimis ad menſurandum tempus adhibitis, & hydrargyro plumboque arte Chymicâ in pulverem redactis, & decurſu per foraminulum tempus ſimul indicantibus; quæ omnia in *Progymnaſm.* graphice deſcripta videre licet.

Hâc curâ & diligentiâ ad Annum MDC conditus *Catalogus 777 Fixarum Tychonicus*, ex ipſo Cœlo deſumptus, tandem prodiit, Anno MDCX in *Aſtron. Inſtaur. Progymnaſm.* editus; & deinde Anno MDCXXVII. in *Tabulas Rudolphinas* tranſlatus, & Stellis 223 auctus ex aliis *Tychonis* obſervationibus, ita ut *Catalogus* hic in *Tabulis Rudolphinis* ad mille Fixas aſcendat. Addidit *Keplerus* claſſem ſecundam Fixarum, quas de vetuſto *Hipparchi* Catalogo à *Ptolemæo* repetito & emendato *Tycho* omiſit, quaſque *Semi-tychonicas* appellat: Tertiam ſubjungit XII Imagines Cœleſtes complectentem, in Zona noſtra temperata Septentrionali inconſpicuas. Haſce à *Luſitanis* denominatas, & à *Petro Theodori* ad normam Aſtronomicam correctas, in Catalogum refert. Fama eſt Auſtraliores haſce poſtea obſervaſſe quendam *Fredericum Houtmannum Batavum*, & ex illis obſervationibus *Globum Cœleſtem Blavianum* correctum fuiſſe. Verum hunc laborem, prout Aſtronomum decuit, primus exantlavit Cl. *Edmundus Halleius* in *Inſula* S^{tæ} *Helenæ*, & Fixarum 350

Auſtra-

Auſtraliorum ad Annum Incarnationis 1677 completum reſtitutarum *Catalogum* edidit, *Catalogi Tychonici* vere *Supplementum.* Diſtantias Auſtralium ignotarum à *Tychonicis* quibuſdam obſervavit; & illarum loca ex aſſumptis locis quarundam *Tychonicarum* (per Prop. XXVIII.) calculo ſupputavit, adjectis etiam ipſis diſtantiis obſervatis.

Proximus poſt *Tychonem,* qui integrum Fixarum Catalogum proprium Orbi oſtendit, eſt R. P. *Ricciolus,* in *Aſtr. Reform. Lib.* IV. ad Annum Chriſti MDCC completum. Verum Catalogus hic, qui continet plane tot Stellas, quot *Tycho* habet, ex *Tychonico* deſumptus eſt, præterquam in Stellis 101, quas ſolas ex Cœlo per Obſervationes deduxit. In reliquis, paululum citra ultrave à *Tychone* recedit, ejus errores manifeſtiſſimos in ſuum etiam tranſtulit, Stellaſque quaſdam à *Tychone* vere obſervatas, ſed *Riccioli* tempore haud amplius conſpicuas, in *Catalogo* ſuo conſervavit, ſicut *Hevelius Prop. Aſtron.* p. 133. & ſeqq. notat.

Prodiit denique Illuſtris Viri *Jo. Hevelii Dantiſcani Fixarum Catalogus,* Stellas in univerſum 1888 continens; nempe 950 Veteribus cognitas, 603 quas ſuas dicit, utpote quas ante illum nemo recte & rite determinavit debitis inſtrumentis, & 335 *Halleii* in Horizonte *Gedanenſi* inconſpicuas. In hoc condendo ſancte profitetur ſe ad nullius Auctoris obſervationes attendiſſe, ſed negotium hoc ita ſuſcepiſſe, ac ſi nullus Catalogus fuiſſet in rerum natura. Immo aliena fundamenta rejecit prorſus omnia, Soliſque Theoriam Tabulaſque Solares ſuas de novo conſtruxit, propriis obſervationibus unice nixas. Sincere denique affirmat ſe nemini quicquam ſurripuiſſe, aut Stellæ minimæ Locum in Catalogum retuliſſe, quem non per diverſas diſtantias & altitudines Meridianas ipſe eruerit.

Catalogos duos inſtruxit *Hevelius,* primum ſive Majorem exhibentem tam Longitudines & Latitudines, quam

Aſcenſiones Rectas & Declinationes ad Annum Chriſti completum MDCLX, cui annexa ſunt Loca ſecundum Longitudinem & Latitudinem, ad eundem annum reducta, Fixarum olim à *Tychone Brahe, Principe Haſſiæ, Ricciolo, Ulugh Beigh* & *Ptolemæo* obſervata; alterum ſive Minorem earundem Fixarum loca ſecundum Longitudinem & Latitudinem exhibentem, ad Annum Chriſti MDCC completum, cui ſubnectitur Cl. *Halleii Catalogus Stellarum Auſtralium*, ex obſervationibus *Gedanenſibus*, quoad Longitudinem partim correctus, ad idem tempus reductus: Adeo ut Catalogus Major exhibeat ſimul omnium Anteceſſorum Catalogos, quo protinus ad oculum pateat quouſque obſervationes omnium inter ſe conveniant vel diſcrepent. Hiſce ſubnectit Tabulam Aſcenſionis Rectæ & Declinationis plurimarum Fixarum ad Annos Chriſti 1660 & 1760, cum earundem differentiis pro 100 iſtis annis.

Ex hujuſmodi Fixarum Catalogo facile conſtruitur Globus Cœleſtis: Signatis enim in ſuperficie Globi Eclipticâ ejuſque Polis, Fixarum loca è Catalogo deprompta ſecundum Longitudinem & Latitudinem ad Eclipticam iſtam exacta itidem ſignentur, additis Aſteriſmorum imaginibus. Delineetur etiam Viæ Lacteæ tractus per loca Fixarum, quas pertranſit; addanturque Æquinoctialis Circulus, Eclipticam in aſſumpto numerationis initio & puncto huic oppoſito ſecans & ad illam debite inclinatus, Tropici etiam & Polares, reliquaque neceſſaria; de quibus ſupra Prop. XIII. dictum eſt. Atque ad hunc præcipue finem Catalogum Minorem deſtinavit *Hevelius*, & hinc etiam Uranographiam ſuam ſive Tabulas omnium Syderum in plano delineatas deduxit, quas ſub *Firmamenti Sobieſciani* Titulo Anno MDCXC in lucem edidit. Hæ enim à Globo Cœleſti differunt ſicut Regionum Tabulæ à Globo Terreſtri. Schemata hæc Aſteriſmorum Uranographica in plano ita ſunt delineata, ac ſi Cœlum convexum ab extra, ut in Globis artificialibus contingit, aſpiceremus;

quod

quod à Prædeceſſoribus, qui Cœlum contemplati ſunt, Fixarum Catalogos condiderunt, aut de Aſtris ſcripſerunt, factum eſt. *Bayerum*, quia in *Uranometria* contrarium molitus eſt, *incogitato animo Sydera omnia invertere* dicit *Hevelius*; & quod *per ejus Figuras nihil amplius præſtant, quam quod totum Cœleſte negotium perturbent, & quod omnes Stellæ, quæ in Globis ad ſiniſtram ſunt conſtitutæ, ad dextram appareant. Firmamenti* ab *Hevelio* editi ope Globi Cœleſtis Conſtructio longe erit facilior, quia Aſteriſmorum Figuræ in illo apte ſunt delineatæ, cum Via Lactea ejuſque quaſi rivis diverſis. Fixarum vero Catalogum longe omnium ampliſſimum expectare jubent Clariſſ. D. *Flamſtedii* Obſervationes, per plures annos inſtrumentis magnis ſimul & commodis in hunc finem inſtitutæ.

PROPOSITIO XXX.

Mutationes aliquas notabiliores inter Fixas recenſere.

JAm olim *Hipparchi* ævo Stella Nova inter Fixas apparuit. Atque hæc, teſte *Plinio*, in *cauſa fuit* cur *Hipparchus aggreſſus ſit annumerare poſteris Stellas, Syderaque ad normam expangere, organis excogitatis, per quæ ſingulorum loca & magnitudines ſignaret; ut facile ex eo diſcerni poſſet, non modo an obirent naſcerenturve, ſed an omnino aliquæ tranſirent moverenturve; item an creſcerent minuerenturve, Cœlo in hæreditate cunctis relicto.* Et quamvis non pauciores quam ſex Stellas Novas tempore medias inter hanc & celebrem illam, quæ in *Caſſiopeia* Anno 1572 apparuit, numeret *Ricciolus*; cum tamen vel vix omnino vel ab imperitis ſunt obſervatæ, de iis nihil fere dicendum reſtat. Nova hæc in Caſſiopeia, maximarum in Cœlo æmula, primo apparuit circa initium *Novembris* Anni 1572, duravitque uſque ad *Martium* Anni 1574. Hæc non ſecus atque *Hipparchæa* illa occa-

ſionem

ſionem præbuit *Tychoni* obſervandi, novis ac maximis inſtrumentis, Fixas, eaſque de novo ad normam expangendi; ut ipſe in *Progymnaſm.* teſtatur, ubi de Nova hac expreſſe agit.

Anno 1596 menſe *Auguſto*, Novam magnitudinis 3^{tia} in Ceto obſervavit *David Fabricius*, quæ poſt duos menſes evanuit.

Anno 1600 Nova apparuit in pectore Cygni, prius ab aliis, poſtea ab ipſo *Keplero* viſa, qui de ea narrationem conſcripſit Aſtronomicam. Hæc ad Annum uſque 1659 teſte *Hevelio* (qui illam ab Anno 1638 majoribus organis obſervaverat) ejuſdem manſit magnitudinis, ſc. tertiæ; verum ab Anno 1659 notabiliter decrevit, & exeunte Anno 1661 plane evanuit. Elapſo vero quinquennio, nempe *Septembri* 1666, illa rurſus *Hevelio* 7^{mæ} aut 6^{tæ} magnitudinis nudo oculo apparuit, eundem præciſe Cœli locum retinens.

Anno 1604 circa initium *Octobris*, Nova in dextro pede Serpentarii viſa eſt, quæ Jove major & Veneri propemodum æqualis apparuit: duravit per integrum annum; quippe poſt *Octobrem* 1605 inviſa. De hac Librum edidit *Keplerus*, Phyſicis & Aſtrologicis diſputationibus plenum. Novas iſtas tres, nempe in Caſſiopeia, Cygno & Serpentario, ſubminiſtravit Galaxia, quæ propterea Stellarum Novarum Promptuarium à quibuſdam dicitur. Obſervatæ ſunt & aliæ Novæ, nempe illa Anno 1612 in cingulo Andromedæ à *Simone Mario Mundi Jovialis* Auctore, & alia in Antinoo à *Juſto Byrgio Principis Haſſiæ Automatopœo* & aliis.

Anno 1638 *Joannes Phocyllides Holuuarda Franequeræ* obſervavit Novam in collo Ceti tertiæ magnitudinis, aut etiam amplius. Quomodo hæc ſingulis annis diſpareat, ac rurſus prodeat, ſed non ſemper eodem prorſus tempore, (licet *Bullialdus* aliter ſentiret,) poſtea per quatuor integros annos plane delituerit, ex ejus Hiſtoria ab

Hevelio

Hevelio conſcripta & *Mercurio* ſuo annexa, & ex *Anno Climacterico* abunde patet. D. *Caſſini* eaſdem hujus Stellæ Phaſes exactis prope 330 diebus recurrere ex obſervationibus comperit; ſic tamen ut 15 diebus aliquando reſtitutio hæc retardetur aut prævertat. Hæc Stella eadem videtur eſſe cum illa, quam Anno 1612 obſervaverat *Fabricius*; loca enim congruunt.

Anni 1670 menſe *Julio*, Novam tertiæ magnitudinis ſub capite Cygni detexit *Hevelius*, quam ad Vulpeculam ſuam in *Catalogo* refert; brevi autem adeo diminuta eſt, ut circa finem *Auguſti* 1671 penitus ſit exſtincta: ſed proximo *Martio* rurſus affulſit, initio inſtar minutiſſimæ Stellulæ, deinde vero ad tertiam magnitudinem crevit, ac poſtea denuo ſenſim imminuta ſic ut alterâ vice, *Septembri* Anni 1672, penitus evanuit, amplius non viſa.

Non tantum Fixæ Novæ nunc primum apparent, ſed & aliæ magnitudinis ſextæ, quintæ & quartæ, Veteribus cognitæ & ab ipſo *Tychone* obſervatæ, penitus evanuerunt, cujus exempla in *Hevelii Catalogo* paſſim videre eſt. Ipſe quatuor memorat in *Prodr. Aſtr.* nempe Stellam in ſiniſtro femore Aquarii, contiguam in cauda Capricorni præcedentem, ſecundam ventris Ceti, & poſt lances Libræ informium primam. Aliæ etiam circa haſce factæ ſunt ab Aſtronomis *Gallis* obſervationes. Sed & notabiles Fixæ primæ, ſecundæ & tertiæ magnitudinis claritatem & magnitudinem ſuam ſenſibiliter mutare deprehenduntur; ut ex Auctorum circa Fixas primæ & ſecundæ, vel ſecundæ & tertiæ, magnitudinis diverſis ſententiis dilucide conſtat. Ut autem Poſteri de mutatione Fixarum notabiliorum facilius & abſque errore dijudicare valeant; plura huc ſpectantia à ſe obſervata adſcripſit *Hevelius* in *Prodromo*.

Tranſeo nunc alias in Fixis mutationes ope Teleſcopii obſervatas, quales ſunt quæ à D. *Caſſini* noviter detectæ perhibentur; quod nempe quædam, ut Arietis prima &

præcedens caput Geminorum, aliquando in binas æquales intervallo diametri utriuſvis diſtantes diviſæ appareant; quædam aliæ, ut Pleiadum aliquæ & media in gladio Orionis, quandoque triplæ aut etiam quadruplæ videantur. Phænomena enim hæc, præterquam quod nudis oculis (de quibus ſolis nos hic agimus) non cernantur, aliunde originem ducere videntur, & alio proinde loco tractanda veniunt.

PROPOSITIO XXXI.

Punctorum Æquinoctialium Præceſſionem veram, ſive Fixarum Motum in conſequentia apparentem definire; & ad datum tempus Locum cujuſvis Fixæ ex dato Fixarum Catalogo determinare.

HIpparchus olim, referente *Ptolemæo Cap.* I. *Lib.* VII. *Magnæ Conſtructionis*, ex comparatione ſuarum obſervationum cum illis *Ariſtylli* & *Tymocharidis*, ſuſpicionem habuit motûs Fixarum in Zodiaco ſitarum in conſequentia: *Ptolemæus* vero ex *Hipparchi* & aliorum obſervatis, comparatis cum ſuis, hunc diſerte affirmavit de omnibus, & quidem in circulis Eclipticæ parallelis factum; quod in plurimis notabilioribus Fixis *Cap.* II. & III. comprobat, comparatis earum locis reſpectu Æquatoris ab Anteceſſoribus & à ſeipſo obſervatis. Motumque hunc progreſſûs comperit eſſe unius gradus in Annis centum. *Albategnius* ex Reguli locis à *Menelao* & à ſeipſo obſervatis, intercedentibus annis 785, motum Fixarum eſſe unius gradûs in 66 annis *Cap.* LII. *Libri* de *Scientia Stellarum* colligit. *Ulugh Beigh*, pluribus adhuc annis interpoſitis edoctûs, ſingulis ſeptuagenis Annis Solaribus Fixas per unum gradum moveri in *Præf.* ad *Tabulas* ſuas pronunciat. Poſteriores Aſtronomi, comparatis veteribus, *Albategnii* intermediis, & recentioribus circa hanc rem obſervationibus, invenerunt & motum hunc eſſe æquabilem,

lem, & celeriorem quam credidit *Ptolemæus*, tardiorem vero quam *Albategnius* eundem fere quem *Ulugh Beigh* poſuit. *Tycho* enim in *Progymnaſm. Lib.* 1. hunc colligit gradûs unius & 25′ in centum annis, ſive 51″ in uno anno. *Copernicus* licet motum hunc inæqualem habuerit, medium ex obſervationibus antiquis & ſuis invicem collatis poſuit $1^{gr}: 23': 40'': 12'''$ in annis 100: At paulo minorem poſuit *Ricciolus*, nempe $1^{gr}: 23': 20''$ pari tempore, quem retinet D. *Flamſtedius*. *Streetius* in *Aſtronomia Carolina* eum adhuc minorem ponit, quippe non ultra $1^{gr}: 20'$. *Bullialdus* in *Aſtronomia Philolaica* hunc ponit $1^{gr}: 24': 54''$ in annis 100, dum noviſſime *Hevelius* in *Tabb. Solar.* in *Prodr.* eum vult tantum $1^{gr}: 24': 46'': 50'''$.

Pro ſingulis igitur annis, prorſum ab Anno cui Catalogus aptatur, addantur Longitudini Fixæ per Tabulas inventæ 50″, (numero rotundo inter variorum numeros intermedio,) fietque Longitudo quæſita: Latitudo interim invariata manet, cum & Fixæ & Ecliptica ſint in Cœlo immobiles, ſoluſque Æquator (circulus origine Terreſtris) luxatus quaſi priſtinas ſuas ſedes deſerat. Pro ſingulis vero annis, retrorſum ab Anno Catalogi dato, ſubducantur 50″ à Longitudine Tabulari, ut proveniat Longitudo dato tempori congrua. Si vero Catalogi dati is ſit ordo, ut ſingularum Fixarum Longitudines à Prima Arietis numerentur, (ut fit in *Copernici* Fixarum Catalogo, item *Clavii*, & quarundam *Tabulis Carolinis* adjuncto,) numero Longitudinis Tabularis (quippe perpetuæ) addatur Longitudo Primæ Arietis (quæ ineunte Anno 1701 ex *Hevelio* eſt $29^{gr}: 00': 58''$, & ſingulis poſt annis augetur per 50″, ſingulis vero ante minuitur per totidem, ut ſuperius dictum) tempori dato congrua, & conflabitur Longitudo quæſita ab Æquinoctio verno, rejecto integro circulo, ſi ſumma hunc exceſſerit. Quod ſi ad tempus datum quærantur Fixæ Aſcenſio Recta &

 Declinatio,

Declinatio, ex inventis ejus Longitudine & Latitudine ad tempus datum ut prius, fiet propoſitum per converſam Prop. XXVII.

SECTIO VI.

De Primi Motus Problematibus inſignioribus per Calculum resolvendis.

PROPOSITIO XXXII.

Datorum duorum in Telluris ſuperficie Locorum Differentiam Meridianorum ſive Longitudinum per obſervationes determinare, & Loca illuſtriora Telluris cum Latitudinibus & Meridianorum Differentiis in Catalogum referre, & Globum Terreſtrem conſtruere.

AB obſervatoribus in datis Locis obſervetur Phænomenon aliquod inſtantaneum, (initium *ex. gr.* aut finis Eclipſeos Lunæ noſtræ, aut Eclipſis cujuſvis è Satellitibus Jovis,) notatâ in utroque Loco horâ; Differentia horarum indicatarum in Æquatoris arcum converſa dat Longitudinum ſive Meridianorum Differentiam quæſitam. Locorum autem propoſitorum ille eſt orientalior, qui plures poſt meridiem numerat horas; ſi vero eandem numerent, ſub eodem ſunt Meridiano. Nam quoniam idem Temporis punctum diverſis nominibus horarum in duobus illis Locis gaudet, tantum inter ſe diſtabunt Locorum Meridies, aut aliæ quævis horæ eodem nomine inſignitæ, quantum diverſæ illæ horæ in eodem Loco; adeoque Æquatoris arcus inter Locorum Meridianos interceptus rite reperitur tribuendo cuilibet horæ 15^{gr}. Dictum autem Temporis intervallum *Meridianorum Differentia* vocatur, appoſite ſatis, quia eſt revera Meridierum.

Pariter, ſi Horologium Automaton horas in Locorum altero exacte indicans ad alterum deportetur, ut cum

alio,

alio horas illic indicante comparetur; Differentia horarum ab Horologiis numeratarum in Æquatoris arcum converſa dat Longitudinum Differentiam quæſitam: ſic enim, ut in caſu priori, cognoſcitur intervallum inter horas eodem momento in binis Locis numeratas. Horologium enim deportatum ſupponitur horas ſimiliter indicare, ac ſi ſuo in loco conſtitiſſet.

Locorum illuſtriorum in Catalogum repoſitorum cuivis adponatur Latitudo propria, eodem numero graduum deſignata (per Prop. VII.) quo Altitudo Poli ibi obſervata per Prop. XVII. Adjiciatur etiam in altera columna Differentia Meridianorum per horas earumque partes expreſſa (ex ſupra deſcriptis inventa) Loci propoſiti & Loci præcipui aſſumpti, cum titulo Additionis vel Subtractionis, prout illius Meridianus ad occaſum jacet vel ad ortum reſpectu Meridiani hujus.

Facillime ex datis Locorum Latitudinibus & Differentiis Meridianorum conſtruitur Globus Terreſtris: Polis enim & circulo ſuper illis maximo in Sphæra ad id comparata ſignatis, qui Telluris Polos & Æquatorem referant, ducatur per Polos Circulus Meridianum Loci (ad quem reliquorum in Catalogo Locorum Meridiani referuntur) repræſentans, in quo notetur punctum totidem gradus ab Æquatore ficto diſtans, quot numerantur in Loci Latitudine tabulari; & propterea illud ipſum erit, quod dictum Locum refert. Alius quivis Locus ponitur in circulo per Polos tranſeunte, inter quem & Meridianum hactenus poſitum tot interjiciuntur Æquatoris ficti gradus, (& quidem pro Loci ſecundi ſitu, verſus ortum vel occaſum numerati,) quot reperiuntur in Longitudinum Differentia tabulari ſupra inventa; & tot gradus ab Æquatore ficto verſus alterutrum Polum, quot ſunt in ejus Loci Latitudine tabulari. Similiter reliqua Loca illuſtriora in ſuperficie Globi ſignantur. Intermedia vel minus illuſtria per Chorographiam vulgarem & itinera ſupplentur,

 tur,

tur, adhibitâ quorundam Latitudine ad correctionem; hæc enim facilius obſervatur quam Differentia Longitudinis. Globo ſic perfecto, vel Meridianus Loci proprii, vel alius quivis per Azores vel Fortunatarum aliquam traductus, pro primo haberi poterit; hoc eſt, Æquatoris gradus ab ejus interſectione cum Meridiano dicto (ceu initio) verſus orientem numerandi ſunt. Reliqui circuli aliaque neceſſaria Prop. XIV. deſcripta addantur ſecundum artem.

PROPOSITIO XXXIII.

Datâ Elevatione Poli, & Stellæ vel alterius in Cœlo puncti Aſcenſione Rectâ & Declinatione, ejuſdem Differentiam Aſcenſionalem, adeoque Aſcenſionem Obliquam, Moram ſupra Horizontem, & Amplitudinem Ortivam invenire.

Raditâ in præcedentibus methodo ſitum circulorum Sphæræ pro qualibet habitatione determinandi, Stellarum loca reſpectu dictorum in Sphæra Cœleſti circulorum, Locorumque in Tellure ſitum reſpectu eorundem in Telluris ſuperficie conſideratorum per obſervationes inveniendi; ordo poſtulat, ut præcipuorum (quæ reliqua ſunt) circa hæc prius determinata & inventa Problematum per calculum reſolutionem breviter indicemus, ad quorum exemplum alia quævis circa Motum Primum ſimiliter reſolvere proclive erit.

Tab. XV. Fig. 2. In caſu præſenti, repræſentet E Q Æquatorem, cujus Polus P; H O R Horizontem, quorum communes interſectiones, O & punctum huic oppoſitum, ſunt puncta veri Ortûs & Occaſûs, poli nempe Meridiani P E Q. Sit S Sydus oriens vel occidens per quod traductus intelligatur circulus Declinationis P S A. In Triangulo O A S dantur, præter rectum ad A, angulus S O A, cujus menſura eſt H E altitudo Æquatoris; latus A S, Stellæ Declina-

Declinatio data; invenitur ergo O A, Differentia Aſcenſionalis quæſita: nam O eſt punctum Æquatoris ſimul cum Stella ad Horizontem pertingens; A ejuſdem punctum quod ſimul ad Meridianum appellit. Hæc igitur Differentia Aſcenſionalis detracta ex Aſcenſione Recta Stellæ declinantis ad Polum elevatum, addita vero Aſcenſioni Rectæ Stellæ declinantis ad Polum depreſſum, dat ejuſdem Aſcenſionem Obliquam; & è contra in Deſcenſione Obliqua. Aſt hæc eadem Differentia Aſcenſionalis, quadranti addita vel ab eodem ſubducta, dat arcum ſemidiurnum Stellæ, prout hæc declinat ad Polum elevatum vel depreſſum: Hic autem in Tempus converſus dat dimidiatam Syderis Moram ſupra Horizontem. Invenitur etiam in triangulo O A S latus O S, Syderis Amplitudo Ortiva vel Occidua.

Similiter prorſus reſolvendo idem triangulum O A S ſolvitur Problematis hujus converſum; ex datis nempe Syderis punctive Aſcenſione Recta, Declinatione & Mora ſupra Horizontem, Poli Elevationem invenire.

PROPOSITIO XXXIV.

Datâ Poli elevatione, ſi Stellæ, cujus Aſcenſio Recta & Declinatio ſunt notæ, Altitudo obſervatione innoteſcat, Temporis momentum & Syderis Azimuthum invenire.

Iisdem Sphæræ circulis per eaſdem literas denotatis, intelligatur porro per Sydus S verticalis Z S A traductus. *Tab. XV, Fig. 3.* In triangulo P Z S dantur omnia latera; nempe P Z, complementum Elevationis Poli; Z S, complementum Altitudinis Stellæ ſupra Horizontem; & P S, ejuſdem Stellæ diſtantia à Polo ſive Declinationis complementum: Invenitur ergo angulus P Z S, quem metitur Azimuthus quæſitus O A; item angulus Z P S, cujus menſura eſt Æquatoris arcus E R. Sed ex dato loco Solis datur ejus Aſcenſio Recta: ergo datur differentia inter hanc & Stel-

læ

læ Aſcenſionem Rectam ex hypotheſi etiam notam : Dabitur ergo horum arcuum ſumma vel differentia ; nempe arcus Æquatoris interceptus inter Meridianum P E H & circulum Declinationis per Solem traductum, qui in tempus converſus exhibet tempus ante vel poſt meridiem, prout Sol ad hujus latus orientale vel occidentale ſitus eſt.

Idem fiet, ſi loco Altitudinis Stellæ ejus Azimuthus obſervatione notus ſit.

PROPOSITIO XXXV.

Datis Longitudine Loci, Diei Horâ & Solis Loco, ſitum Eclipticæ reſpectu Horizontis determinare ; hoc eſt, Eclipticæ & Horizontis angulum, (ſive gradûs Eclipticæ ab oriente puncto Nonageſimi Altitudinem ſupra Horizontem,) punctum Eclipticæ oriens (indeque gradum Nonageſimum) punctumque Horizontis, in quo Ecliptica illum interſecat, invenire.

Tab. XV. Fig. 4. Reliquis manentibus ut prius, ſit in Ecliptica M S E A Sol S. Ad Horam datam inveniatur (per Prop. XX.) ejus Aſcenſio recta, ſive (poſito P S B declinationis circulo) punctum B in Æquatore, ejuſve adeo diſtantia ab E proximo Æquinoctiali puncto, nempe E B. Cumque Hora detur, innoteſcit Æquatoris arcus B Q inter B & Meridianum interceptus, adeoque & B O ejus complementum ad Æquatoris quadrantem Q O : ſed datur B E, unde notus eſt E O arcus. In triangulo igitur A E O inter Eclipticam, Æquatorem & Horizontem comprehenſo, dantur anguli A E O Eclipticæ obliquitas & A O E inclinatio Æquatoris ad Horizontem, & modo inventum latus E O : unde innoteſcent reliqua ; quorum E A O hujuſve complementum ad duos rectos M A H eſt angulus, quem Ecliptica facit cum Horizonte, ab Altitudine gradûs Nonageſimi menſuratus ; E A diſtantia puncti Eclipticæ

Eclipticæ orientis ab Æquinoctiali puncto E, indeque punctum altiſſimum; ſive gradus ab oriente puncto A Nonageſimus innoteſcit; & O A diſtantia orientis puncti A à vero Ortu O, in Horizonte computata. Q. E. F.

PROPOSITIO XXXVI.

Iiſdem datis, Syderis, cujus Longitudo & Latitudo dantur; ſitum reſpectu Horizontis, ſive Altitudinem & Azimuthum invenire; item punctum angulumque, in quo Verticalis per dictum Sydus Eclipticam interſecat, determinare.

SYderis S locus ſecundum Longitudinem & Latitudinem datus (per converſ. Prop. XXVII.) reducatur ad Æquatorem; hoc eſt, quærantur ejus Aſcenſio Recta & Declinatio. Cumque Solis Aſcenſio Recta detur, dabitur & Aſcenſionum harum differentia. Sed ex Hora data notus eſt Æquatoris arcus inter Meridianum & circulum declinationis per Solem traductum interceptus: innoteſcit igitur & Q B arcus Æquatoris inter Meridianum & P S declinationis circulum per S tranſeuntem; adeoque, quem hic menſurat, angulus Q P B. In triangulo Z P S dantur latera P Z, P S (illud complementum Elevationis Poli, hoc dati Syderis diſtantia à Polo, ex illius Declinatione cognita) cum modo reperto angulo Z P S; unde innoteſcent latus Z S & angulus P Z S: Z S eſt Altitudinis E S complementum, & angulum P Z S menſurat R E arcus Horizontis, qui Azimuth dicitur; cumque R O ſit quadrans, inventus eſt arcus O E diſtantia inter O punctum veri Ortûs & verticalem Z E per S traductum. Porro, in triangulo E C A inter verticalem Z S E, Horizontem H O R & Eclipticam A C M comprehenſo, dantur anguli ad E & A (hic ſupra inventus, Prop. præced. ille rectus) cum latere interjecto E A, cognitorum arcuum O E, O A ſumma vel differentia: ergo dantur reliqua; nempe A C diſtantia puncti C ab oriente puncto Tab. XV. Fig. 5.

 cognito

cognito A, E C latus, & angulus E C A, quem verticalis Z S E per Sydus S traductus cum Ecliptica continet. Q. E. F.

Licet Probl. hoc ſit Prop. XXVI. quaſi converſum, illud ipſum tamen, ob frequentem uſum, placuit inſerere.

COROLLARIUM.

Iiſdem datis, eâdem operâ determinatur Terræ locus, cui Stella S eſt in vertice. In triangulo enim Z P S, in quo omnia latera angulique innoteſcunt, latus P S indicat diſtantiam loci Terræ à Polo ipſi P ſubjecto; unde ejus latitudo nota eſt, & angulus Z P S eſt diſtantia Meridianorum Loci dati & quæſiti. Quod ſi S ſit in ipſa Ecliptica, Problema ſimplicius evadit; & adhuc magis tale, ſi ſit Sol, eive oppoſitum punctum.

PROPOSITIO XXXVII.

Datâ Elevatione Poli & Aſcenſione Obliquâ Stellæ, ejus Ortum Coſmicum & Achronycum invenire.

Tab. XV. Fig. 6. SPhæræ circulis per literas ut ſæpe ſupra deſignatis, in triangulo E O A datur angulus ad E, nempe Eclipticæ Obliquitas; latus E O Syderis S Aſcenſio Obliqua (ſaltem diſtantia puncti Æquatoris cooricntis ab Æquinoctio proximo, ex Aſcenſione Obliqua data) & angulus E O A inclinatio Æquatoris ad Horizontem, vel hujus complementum ad duos rectos: Dabitur ergo E A latus, adeoque punctum in Ecliptica cum Stella oriens. Igitur quo tempore Sol locum hunc in Ecliptica tenet, Stella S oritur Coſmicè; Sole vero punctum huic oppoſitum occupante, eadem Stella Achronyce oritur. Similique modo ex Stellæ Deſcenſione Obliqua (per Prop. XXXIII. inventa) Occaſus Coſmicus & Achronycus Stellæ elicientur.

Quod ſi Ortus & Occaſus Coſmicus idem ſignificent, quod

quod ſupra Horizontem Aſcenſus infraque eundem Deſcenſus ; Ortûs & Occaſûs Coſmici tempus per præced. determinatur : Stellæ enim Altitudo (quippe in Ortu & Occaſu nulla) datur, unde temporis momentum innoteſcet. Et tunc Ortus Achronicus idem quod vulgo ſonat ; nempe veſpertinus : Occaſus vero Achronycus eodem redit cum Occaſu Coſmico vulgo dicto, ſive matutino.

PROPOSITIO XXXVIII.

Datæ Stellæ Ortum & Occaſum Heliacum definire.

Reliquis manentibus ſit D locus quem tenet Sol, cum Stella S oritur Heliace. Datur igitur in triangulo A F D, præter rectum ad F, F D latus, ſc. arcus depreſſionis Solis requiſitæ ut Stella datæ magnitudinis appareat ; item angulus D A F, quem Ecliptica comprehendit cum Horizonte, cum Stella S oritur, per Prop. XXXV. repertus : invenietur igitur latus A D. Hic autem arcus adjunctus arcui E A (per præced. invento) dat E D diſtantiam Solis ab Æquinoctiali puncto E, quando S oritur Heliace. Innoteſcet igitur tempus Ortûs Heliaci dati Syderis S ; idem nempe quo Sol inventum Eclipticæ punctum D tenet. Similiterque Occaſus ejus Heliacus reperietur. *Tab. XV. Fig. 7.*

PROPOSITIO XXXIX.

Datis Latitudine Loci & Loco Solis, initium Crepuſculi Matutini & finem Veſpertini invenire.

Deſignet Z E P N Meridianum ; E Q Æquatorem ; H O Horizontem, cujus Poli Zenith Z & Nadir N ; S Solem infra Horizontem depreſſum : per quem traductus intelligatur Declinationis circulus P S R, & verticalis Z S N. In triangulo Z P S dantur omnia latera ; nempe P Z complementum Elevationis Poli ; P S diſtantia Solis à Polo, ex ejus Loco nota ; & latus Z S, compoſitum ex qua- *Fig. 8.*

 drante

drante & depreſſione Solis ad initium vel finem Crepuſculi neceſſaria: Innoteſcet igitur angulus Z P S, cujus menſura eſt arcus R E, qui in Tempus converſus exhibet horas quæſitas, poſt Meridiem numerandas ad finem Crepuſculi veſpertini; harumque complementum ad 12 horas, ſive arcus R Q, horas à media nocte numerandas ad initium Crepuſculi matutini.

PROPOSITIO XL. LEMMA.

Si circulum in Sphæra maximum duo maximi ad angulos æquales ſecuerint, omnium huic parallelorum circulorum arcus à duobus ſecantibus intercepti ſunt inter ſe ſimiles; interſecantium vero arcus inter binos parallelos comprehenſi ſunt inter ſe æquales.

Tab. XV. Fig. 9. Circulum maximum E Q V ſecent duo maximi H E O, H Q R in E & Q, ita ut anguli H E Q, H Q V ſint æquales. Dico cujuſlibet circuli P A L ipſi E Q V paralleli arcum A P, ab ipſis H E O, H Q R interceptum, ſimilem eſſe ipſi E Q; ipſorum vero H E O, H Q R arcus P E, A Q inter binos parallelos interceptos eſſe inter ſe æquales. Per Polos ipſius E Q V ducantur circuli maximi P B, A C. Eſtque Sinus arcus A C. Sinum A Q: : (Sinus A Q C. Radium: : Sinus P E B. Radium: :) Sinus P E B. Sinum P E. Sed arcus P B, A C (per Prop. X. *Lib.* 2. *Sphæric. Theodoſii*) æquantur, adeoque & horum Sinus: ergo etiam arcus A Q, P E æquales ſunt. Porro, in triangulis P E B, A Q C, in quibus anguli B & C (quippe recti) & E & Q (ex hypotheſi) ſunt æquales, item latera P E, A Q & P B, A C hactenus oſtenſa æqualia, erunt etiam & latera E B, Q C æqualia, adeoque arcus E Q, B C æquales. Sed A P, B C (per *Prop.* X. *Lib.* 2. *Sphæric. Theodoſii*) ſunt arcus ſimiles, ergo & Q E, A P etiam ſimiles ſunt. Et quoniam circulus P A L ſumptus eſt utcunque, omnium ipſi E Q V parallelorum circulorum

culorum arcus à circulis H E O, H Q R comprehenſi ſunt ipſi E Q & proinde inter ſe ſimiles. Q. E. D.

PROPOSITIO XLI.

Parallelum invenire, in quo Sol verſatur tempore Minimi Crepuſculi.

LOnge diverſam eſſe rationem incrementi & decrementi Crepuſculorum ab incremento & decremento Dierum Artificialium jam olim eſt obſervatum: Dies enim augentur Sole à Tropico hyemali ad æſtivalem redeunte; Crepuſcula vero non item. Hæc enim minuuntur poſt brumam uſque ad certum terminum ante Æquinoctium vernum, ubi minima ſunt; & poſtea augentur, dum Sol Æquatorem tranſit & ad Tropicum æſtivum tendit: inde vero minuuntur ad certum terminum poſt Æquinoctium autumnale; poſt hunc vero ad mediam hyemem augentur rurſus. Proponatur inquirendus Parallelus à Sole per motum diurnum deſcriptus, cum Crepuſculum in data habitatione eſt minimum.

In ſchemate ſit Z S N M Meridianus, S E M Horizon, cui ſit parallelus *Circulus* minor C A R *Crepuſculorum* dictus; is nempe in quo Sol hæret ad initium Crepuſculi matutini & finem veſpertini. Ponatur A P parallelus quæſitus. Per punctum A, ubi hic interſecat C R, ductus concipiatur A Q H O circulus maximus Horizonti H O in O & H occurrens, qui Æquatorem E Q ſecat in Q, ita ut angulus A Q E ſit æqualis angulo P E D vel T E K. Et (ideo per præc. Lemma) E Q arcus ſimilis eſt arcui P A; & alterius cujuſvis circuli Æquatori paralleli arcus *a p*, inter O E S & O A L interceptus, eidem A P vel Q E ſimilis etiam erit; eorumque quilibet erit menſura durationis Crepuſculi, dum Sol parallelum P A percurrit. Quoniam vero (ex hypotheſi) iſtud minimum eſt, horum arcuum nullus, præter P A, ad C R pertinget. Tab. XV. Fig. 10.

 (Nam

Tab. XV. *Fig.* 10. (Nam dum Sol motu diurno alium quemvis parallelum deſcribit, durationis Crepuſculi menſura eſt ejus arcus *p b*, inter Horizontem S E M & Crepuſculorum circulum C A R interceptus; quæ cum (ex hypotheſi) major ſit quam Crepuſculi Minimi menſura P A, patet *p a* ad C R non pertingere, quia major *p b* eouſque tantum pertingit.) Et igitur Crepuſculorum circulus C A R circulum maximum O A H contingit: & quia ejus pars infra Horizontem (nempe O A H) eſt ſemicirculus, & C A R Horizonti parallelus, patet H L A vel O A eſſe circuli quadrantem. Ideoque polis O & H per A deſcriptus circulus N A T Z Æquatorem ad K interſecans maximus eſt, & per Zenith & Nadir tranſit, & Horizonti ad angulos rectos in T occurrit. Porro, in triangulis ſphæricis E T K, Q A K anguli E T K, Q A K (per *Prop.* XV. *Lib.* I. *Theod.*) recti ſunt & proinde æquales, item anguli T E K, A Q K (per conſtructionem) æquales, & reliqui T K E, A K Q æquales; (quippe ad verticem poſiti:) unde (ex ſphæricis) invicem æquilatera ſunt iſta triangula; hoc eſt, arcus T K æqualis K A, & T E æqualis Q A: Sed (per præced. Lemma) Q A æqualis E P, quare T E æqualis E P. Præterea, in triangulo ſphærico E T K rectangulo ad T (per Prop. Trigonom. Sphæric. notiſſimam) eſt radius ad tangentem complementi anguli T E K inclinationis Æquatoris ad Horizontem, ſicut tangens arcus T K ad ſinum arcus E T: & permutando, radius ad tangentem ſemiſſis arcus depreſſionis circuli Crepuſculorum infra Horizontem ſicut tangens Elevationis Poli ad ſinum arcus E T vel E P. Rurſus, in triangulo E D P (poſito D P circulo Declinationis) rectangulo ad D ſinus arcus E P eſt ad ſinum arcus D P ut radius ad ſinum anguli D E P; hoc eſt, ad ſinum complementi Elevationis Poli: Sed in omni arcu tangens eſt ad ſinum ſicut radius ad ſinum complementi; quare ſinus arcus E P eſt ad ſinum arcus D P

ut

ut tangens Elevationis Poli ad ejuſdem ſinum. Et invertendo ac permutando, tangens Elevationis Poli eſt ad ſinum arcus E P, ſicut ſinus dictæ Elevationis ad ſinum arcus D P: Sed eſt (ex ſuperius oſtenſis) in caſu Minimi Crepuſculi, ut radius ad tangentem ſemiſſis arcus depreſſionis circuli crepuſculorum ita tangens Elevationis Poli ad ſinum arcus E P; & igitur eſt radius ad tangentem ſemiſſis arcus depreſſionis circuli crepuſculorum, ſicut ſinus Elevationis Poli ad ſinum arcus P D; nempe declinationis Paralleli, quem Sol decurrit dum Crepuſculum eſt Minimum. Q. E. I. *Tab. XV. Fig. 10.*

Scholium.

Si depreſſio circuli Crepuſculorum infra Horizontem ſit 18^{gr}, (ut communiter ſtatuitur,) erit radius ad tangentem 9^{gr} ut ſinus Latitudinis ad ſinum declinationis Solis verſus Polum depreſſum tempore Minimi Crepuſculi. Datis vero paralleli Declinatione & Obliquitate Eclipticæ, invenientur (per Prop. xx.) Eclipticæ puncta bina, & (ex Theoria Solis) tempora Anni, quibus Sol eſt in datis locis; hoc eſt, quando Minimum fit Crepuſculum. Sic *Londini* Minimum Crepuſculum eſt Sole ab Æquatore declinante verſus auſtrum $6^{gr}\ 7'$, & $15^{gr}\ 30'$ ♎ vel ♓ occupante, quod hoc ævo circa diem 22 *Februarii* & 27 *Septembris* Anni *Juliani* contingit. Hoc à *Blancano* in *Sphæra* annotatum eſt, qui ait Crepuſcula breviſſima circa dimidiam *Libram* ac dimidios *Piſces* contingere. Problema hoc propoſuit ac ſolvit (per binas tamen analogias) *Petrus Nonius* in *Libro* de *Crepuſculis* Anno 1541 edito, quem ſequuntur *Ambroſius Rhodius* & *Clavius*.

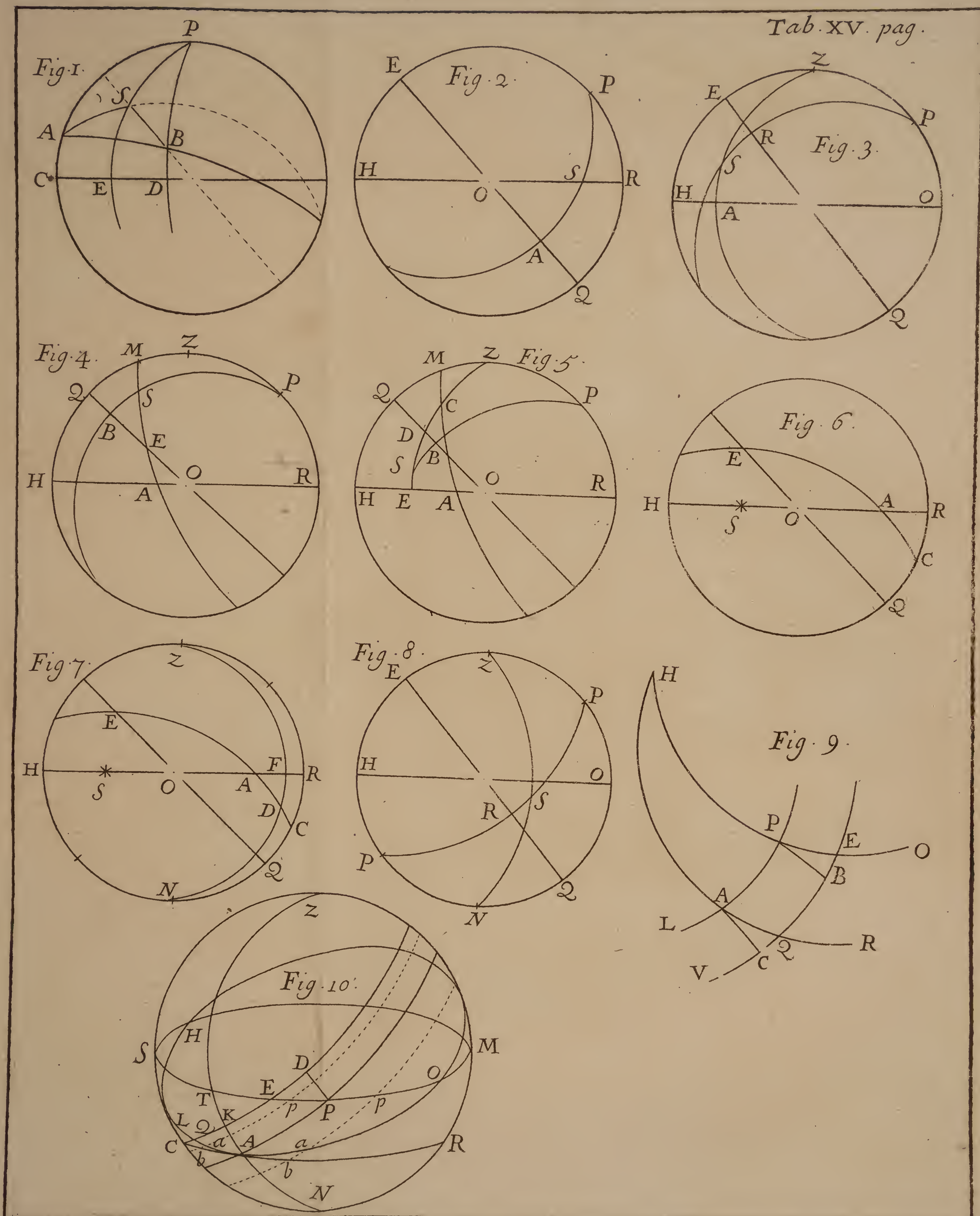
PRO-

PROPOSITIO XLII.

In dato poſitione plano, cui Horologium Sciotericum eſt inſcribendum, Lineam Meridianam, Angulum Styli, & Lineam Subſtylarem determinare.

Tab. XVI. Fig. 1. PLanum omne, cui Sciotericum Horologium inſcribitur, per centrum Sphæræ tranſire ſupponitur, (quia reſpectu diſtantiæ Solis ejus diſtantia à centro inſenſibilis eſt,) adeoque hujus interſectio cum Sphæræ ſuperficie eſt circulus maximus. Sit tale planum I R S M C T per Mundi centrum T tranſiens, quod ad ſuperficiem productum circulum efficit I R S M C. Sit H I O habitationis Horizon, H Z O Meridianus (in quo Polus P, & Zenith Z) priorem circulum ad M interſecans. Ex data plani I R S C poſitione datur ejus *Declinatio,* per angulum I T H ſive arcum I H menſurata, quâ nempe plani I R S C recta Horizontalis I C declinat ab H O linea Meridiana in plano Horizontali per Prop. XVI. ducta. Datur etiam Z R; nempe arcus circuli verticalis ad I R S C normalis inter Zenith & dictum circulum interceptus, *Inclinationis* vel *Reclinationis* plani dati menſura. In triangulo Sphærico M Z R rectangulo ad R datur Z R, & angulus R Z M æqualis complemento anguli I T H ad rectum: (Nam verticalis Z R in circulum I R S C normalis tantum declinat à verticali primario (per ortum & occaſum Æquinoctialem traducto) quantum I T ab H T; adeoque illius complementum, nempe R Z M, æquale eſt hujus I T H complemento.) Invenietur ergo latus R M, ſive (quem hoc menſurat) angulus in Sciioterici plano R T M. Sed datur T R poſitione; (eſt enim in plano dato perpendiculi ſuccedaneum, ſive recta Horizontali rectæ I T C normalis;) quare dabitur quæſita Meridiana recta T M in plano Scioterici, ſive communis ſectio plani Meridiani cum plano Scioterici. In eodem triangulo M Z R inve-

Tab. XV. pag.



inveniuntur etiam latus Z M & angulus R M Z, uſui modo futura. Rurſus, per Polum Mundi P ducatur arcus circuli maximi P S ad I R S C normalis: Et in triangulo P S M rectangulo ad S datur angulus P M S modo inventus, & latus P M prius inventi arcûs Z M, & diſtantiæ Poli à Zenith, nempe Z P ſumma vel differentia: innoteſcet igitur tum arcus P S, ſive, quem hic metitur, angulus P T S inclinatio Axis P T ad planum I R S C; hoc eſt, Styli Angulus quæſitus; tum latus M S, ſive, quem hoc menſurat, angulus rectilineus in Sciioterici plano S T M comprehenſus inter T M lineam Meridianam prius determinatam & Subſtylarem rectam T S, cui nempe inſiſtens planum Gnomonis P T S, cujus acies altera eſt Mundi Axis P T umbram faciens, eſt ad Scioterici planum normale. Q. E. F.

PROPOSITIO XLIII.

Invenire angulum, quem linea Horæ datæ comprehendit cum Meridiana in plano Scioterici; & inde Horologium Sciotericum in dato plano deſcribere.

Iſdem manentibus, ſit circulus Horiarius B P *b*, cujus plani cum plano poſitione dato I M C interſectio T *b* quæritur. Ex data circuli hujus Hora datur angulus H P B vel M P *b*, quem hic cum Meridiano comprehendit. In triangulo igitur ſphærico P M *b*, dantur (ex Prop. præc.) latus P M & angulus P M *b*, & etiam angulus M P *b*: Invenitur ergo arcus M *b*; &, quem hic metitur, angulus rectilineus in plano Scioterici M T *b*, quem linea Horaria T *b* cum Meridiana T M continet. Datâ ergo (per Prop. præc.) poſitione T M rectâ, determinabitur T *b* linea Horaria quæſita in Scioterici plano dato. Q. E. F. *Tab. XVI. Fig. 2.*

Atque hoc modo Horologium Solare perficitur, Meridianam & Subſtylarem (per Prop. præc.) ex puncto pro

Mm centro

centro aſſumpto ducendo, & ſuper Subſtylarem rectam Stylum in angulo, per præced. etiam invento, erigendo, reliquaſque Horarias in angulis cum Meridiana T M per Prop. hanc determinatis ducendo, propriiſque numeris notando. Sic T *b* eſt linea Horæ undecimæ poſt mediam noctem, ſi P B circulus ſit ad orientem Meridiani P Z H, cum illo continens angulum 15^{gr}; hoc eſt, ſi T *b* ſit ad occidentalem lineæ Meridianæ T M plagam, & angulus M P *b* in ſuperficie Sphæræ 15^{gr}. Similiterque T X ad eaſdem partes ſita erit linea Horæ decimæ, ſi M P X ſit 30^{gr}; & ita porro.

PROPOSITIO XLIV.

Horæ datæ lineam ducere in Horologio Scioterico, cujus planum per Polos tranſit; & inde Sciotericum Polare deſcribere.

Tab. XVI Fig. 3. QUoniam circuli horarii omnes in Axe Mundi ſe mutuo interſecant, hic autem Axis ſemper eſt in plano Polari; patet lineas Horarias, in tali plano, omnes in iſta recta reperiri: Verum ut diſcretæ ſint, non cum Subſtylari confuſæ, concipiendum eſt Horologium non in ipſo plano I M C per centrum tranſeunte deſcribi, (ut in omni alio caſu,) ſed in alio plano *i m γ* priori parallelo & proximo; adeo ut recta opaca umbram projiciens & cum Axe Mundi coincidens diſtet à plano *i m γ*, rectâ P S. Cumque diſtantia Solis pro infinita habeatur, quævis data P S ejus reſpectu evaneſcit, planaque parallela per I M C, *i m γ* traducta proxima æſtimantur; & circulorum Horariorum H P *m*, B P *b* &c. ſe mutuo in Polo P decuſſantium portiones P *m*, P *b* &c. inter Polum & circulum *i m γ* interceptæ pro rectis habendæ ſunt; & ſphæricæ ſuperficiei pars quam portiones hæ occupant (cum ſit reſpectu totius infinite exigua) pro plano eſt habenda.

In plano igitur Polari, inventâ (per Prop. XLII.) Subſtylari

Subſtylari rectâ, erigatur Stylus cujuſvis aſſumptæ latitudinis, ut P S, cujus acies altera in Mundi Axe poſita eſt Subſtylari parallela; namque nullus eſt hic Styli angulus. Ad inveniendam lineam Meridianam advertatur, in triangulo rectilineo P S *m* præter rectum ad S dari latus P S, nempe Styli altitudinem; & angulum S *m* P æqualem angulo M P Z, ad Prop. XLII. invento: invenietur ergo S *m* diſtantia Meridianæ lyneæ à Subſtylari in recta S *m*, quæ eſt ad Subſtylarem normalis, quia M P (ad *i* γ parallela) normalis eſt ad P T; invenieturque etiam latus P *m*. Per punctum ergo *m* ducta recta Subſtylari parallela (quia, ut ſupra oſtenſum eſt, lineæ Horariæ & Subſtylaris, quæ etiam eſt harum una, in hujuſmodi plano parallelæ ſunt) erit in propoſito Scioterico linea Meridiana. Si ducenda eſt linea alterius cujuſvis Horæ datæ, cujus nempe circulus eſt B P, *v. g*; in triangulo P *b* *m* dantur anguli P *m* *b*, & *m* P *b*, (ille ſuperius inventus, hic æqualis angulo ad verticem Z P B dato ex Hora circuli P B data;) item latus P.*m* prius determinatum: invenietur ergo *m* *b*, cujus terminus *m* datur, quare dabitur & *b*. Per hoc igitur ducta recta Subſtylari parallela erit linea Horæ, cujus circulus eſt P B. Similiterque reliquæ omnes Horariæ ducentur, & Horologium in plano Polari perficietur. Q. E. F.

Sunt & alii faciles modi Scioterica Horologia deſcribendi: nos maxime obvium & ad doctrinam Primi Motûs elucidandam accommodum arripuimus; ad horum autem exemplum alia quævis per Gnomonis umbram indicanda in Scioterico deſcribere proclive erit.

SECTIO VII.

De Parallaxi Syderum.

PROPOSITIO XLV.

Parallaxis naturam deſcribere, ejuſque varias ſpecies enumerare.

Tab. XVI. Fig. 4. PEr totum hunc Librum ſuppoſuimus Phænomena, de quorum locis agimus, eſſe inter Fixas ſita; vel (ſi locum ſortiantur inter centrum ſive Tellurem & ſuperficiem ſive Fixas intermedium) illa ad Fixas referri ope rectarum à centro per Phænomena protenſarum; hoc eſt, ex centro ſpectari. Et licet Tellus reſpectu Sphæræ Fixarum centri vicem gerat, & puncti naturam induat, reſpectu tamen diſtantiarum aliorum Syderum idem non contingit; ſed fiet ut Phænomenon aliquod intermedium, ſpectatum è Telluris ſuperficie, diverſum ſortiatur locum inter Fixas (ſive in ſuperficie Sphæræ concavæ Terræ concentricæ infinite diſſita) ab illo quem è centro ſpectatum ſortiri videretur; & Diverſitas hæc voce aptiſſimâ *Parallaxis* vocatur: Ut ſi L T deſignet Terram, cujus centrum C; L locum in ejus ſuperficie, cujus Zenith Z; Z S H Fixarum Sphæram; Phænomenon P ex L ſpectatum inter Fixas ad σ referetur, ſed è centro C ad S ejus locum verum. Differentia inter locum verum S & viſum σ, ſive arcus S σ, eſt Phænomeni P Parallaxis: Sed & hæc eadem per angulum S P σ vel L P C exponitur; nam quia L T reſpectu circumferentiæ Z S H evaneſcit, etiam & z P h (ad quam L T ſenſibilem habet rationem) ipſius Z S H reſpectu centri inſtar eſt; hoc eſt, arcus S σ conſiderari poteſt tanquam centro P deſcriptus. Unde liquet per Parallaxin Phænomenon quodvis Horizonti propinquius in circulo verticali videri, & quidem tanto

tanto magis (cæteris paribus) quanto depreſſius eſt ; & Phænomenon in vertice, ut in *z*, ſpectatum è ſuperficie in L ad eundem inter Fixas locum referri atque ſi è centro C ſpectaretur, ſive Parallaxin eſſe in Zenith nullam.

Per Parallaxin ſupra deſcriptam (quæ vel *Parallaxis Altitudinis* vel etiam ſimpliciter Parallaxis dicitur) mutatur etiam Phænomeni Locus ſecundum Longitudinem & Latitudinem : Sit enim Locus Phænomeni verus C, viſus γ, ita ut Parallaxis ſit C γ ; ſi ducti concipiantur per C & γ circuli Latitudinis C E, γ ε Eclipticæ E L occurrentes in E & ε, erit Locus viſus in Ecliptica ε, verus E ; adeoque mutatio Longitudinis propter Parallaxin facta eſt E ε, quæ & *Parallaxis Longitudinis* vocatur. Latitudo autem vera C E mutatur in viſam γ ε, quarum differentia γ O (poſito C O parallelo Eclipticæ) eſt *Parallaxis Latitudinis*. Quod ſi contingat verticalem, ut Z D N, per Phænomenon D tranſeuntem eſſe etiam Eclipticæ normalem, (quod fit cum per Eclipticæ punctum altiſſimum A ſive nonageſimum ab oriente gradum incedit,) tum omnis Parallaxis Latitudinem ſolam afficit. Per Parallaxin enim locus in verticali tantum mutatur, & quoniam (in caſu præſenti) hic cum Latitudinis circulo congruit, locus in hoc ſolo mutatur, immutato manente Eclipticæ puncto, ad quod per dictum Latitudinis circulum refertur : ſimiliterque Longitudo ſola quandoque afficitur, immutatâ Latitudine ; nempe quando Phænomenon eſt in Ecliptica per Zenith tranſeunte. Ex quibus conſtat Phænomeni ad orientem ab Eclipticæ gradu nonageſimo poſiti Longitudinem per Parallaxin augeri, quia adhuc magis in orientem ab hac cauſa promovetur ; inde ad occidentem vero poſiti Longitudinem minui : unde præter alium omnem motum Phænomeno competentem, ex Parallaxi moveri videbitur, quoniam ob mutatam Parallaxin ejus locus viſus mutatur. Atque motus hic, qui non verus eſt ſed viſus, *Parallaxis Motûs* Tab. XVI. Fig. 5.

tûs à quibuſdam dicitur. Quæque de Phænomeno reſpectu Eclipticæ ejuſque Secundariorum, de eodem ad Æquatorem relato ſimiliter ſunt intelligenda.

PROPOSITIO XLVI.

Diſtantia Phænomeni à centro Terræ eſt ad ſemidiametrum Terræ, ut ſinus diſtantiæ apparentis à vertice ad ſinum parallaxis.

Tab. XVI. Fig. 6. SIt T centrum Terræ; locus in ejus ſuperficie L, cujus Zenith Z, Horizon T H; ſitque Phænomenon in P. Eſtque (ex notiſſima trianguli rectilinei proprietate) T P ad T L ſicut ſinus anguli T L P (ſive hujus complementi ad duos rectos Z L P) ad ſinum anguli T P L; hoc eſt, diſtantia Phænomeni à centro Terræ ad ſemidiametrum Terræ ſicut ſinus diſtantiæ apparentis à vertice ad ſinum Parallaxis. Q. E. D.

Hinc datâ Parallaxi datæ altitudini competenti, dabitur diſtantia Phænomeni à centro Terræ, & viciſſim.

PROPOSITIO XLVII.

Sinus diſtantiarum apparentium Phænomeni à vertice ſunt ſicut ſinus Parallaxium.

ETenim (per Prop. præc.) ſinus diſtantiæ apparentis à vertice eſt ad ſinum Parallaxis ut diſtantia Phænomeni à centro Terræ ad ſemidiametrum Terræ; hoc eſt (in eodem Phænomeno) in ratione conſtanti. Quare ut ſinus diſtantiæ apparentis à vertice in prima obſervatione ad ſinum diſtantiæ apparentis à vertice in obſervatione quavis alia ita ſinus Parallaxis in obſervatione prima ad ſinum Parallaxis in ſecunda obſervatione. Q. E. D.

PROPOSITIO XLVIII.

Duorum Phænomenωn inæqualiter à Terræ centro remotorum, quorum æqualis eſt diſtantia apparens à vertice, Parallaxes ſunt reciproce ut diſtantiæ à centro Terræ.

Reliquis ut prius deſignatis, ſint duo Phænomena P & *p* in æquali diſtantia apparenti à vertice Z, per angulum Z L P menſurata. Patet ſinum anguli L P T eſſe ad ſinum anguli P *p* T vel L *p* T, hoc eſt, ſinum Parallaxis Phænomeni P ad ſinum Parallaxis Phænomeni *p* ſicut T *p* ad T P, hoc eſt, reciproce ut Phænomenωn diſtantiæ à centro T. *Tab. XVI. Fig. 7.*

PROPOSITIO XLIX.

Ratio ſinûs Parallaxis unius Phænomeni ad ſinum Parallaxis alterius Phænomeni componitur ex ratione inverſa diſtantiarum à centro Terræ, & ratione directa ſinuum diſtantiarum apparentium à vertice.

Nam datâ diſtantiâ à centro Terræ, ſinus Parallaxis eſt ut ſinus diſtantiæ apparentis à vertice, (per Prop. XLVII;) & datâ apparenti diſtantiâ à vertice, ſinus Parallaxis (per præced.) eſt inverſe ut diſtantia à centro Terræ: & igitur neutrâ datâ, ſinus Parallaxis eſt ut diſtantia apparens à vertice directe, & diſtantia à Terræ centro inverſe conjunctim Q. E. D.

PROPOSITIO L.

Phænomeni declinationem non mutantis, inter Polum & verticem tranſeuntis, Parallaxin inveſtigare.

Sit Z P Meridianus, in quo Z Zenith, P Polus; Phænomeni cujus parallelus à primo motu deſcriptus V A, locus verus ſit V, viſus L; Verticalis à Meridiano remotiſſi- *Tab. XVI. Fig. 8.*

motiſſimus Z A, parallelum V A tangens, in quem à Polo P demittatur normalis arcus P A. In triangulo ſphærico Z A P rectangulo ad A, è datis latere Z P complemento Elevationis Poli & angulo P Z A, ſive Azimutho per obſervationem cognito, invenietur latus, P A vel huic æqualis P V diſtantia vera paralleli à Polo P; hujus & Z P ſumma vel differentia eſt Z V diſtantia vera (ſive ex centro Terræ viſa) à vertice Z: & differentia inter hanc & apparentem Z L, nempe V L, eſt Phænomeni Parallaxis altitudini in V competens. Q. E. I.

PROPOSITIO LI. LEMMA.

Datâ ſummâ vel differentiâ duorum arcuum, una cum ratione ſinuum, ipſos arcus invenire.

Tab. XVI. Fig. 9. PRimo, ſi arcuum ſumma detur, Problema eodem recidit cum Problemate Trigonometrico vulgari, quo ex datis trianguli rectilinei B A C duobus lateribus A B, A C, cum angulo B A C ab illis comprehenſo, reliqui duo anguli B & C quæruntur: Nam qui dato angulo B A C eſt deinceps B A D eſt ipſorum B & C ſumma, & laterum A C, A B eadem eſt ratio quæ ſinuum angulorum B & C. Solvetur igitur hoc Problema eodem modo, quo illud; nam conſtat eſſe ſummam laterum A B, A C ad illorum differentiam, hoc eſt, ſummam terminorum rationis datæ ad eorundem differentiam, ut tangens ſemi-ſummæ angulorum B & C, vel arcuum qui hoſce menſurant, ad tangentem ſemiſſis differentiæ eorundem: ſed dantur ſumma & differentia terminorum rationis datæ, & ex data arcuum ſumma datur tangens ſemi-ſummæ; innoteſcet ergo tangens ſemi-differentiæ, & proinde ipſa ſemi-differentia; atque hinc & ex ſemi-ſumma innoteſcent ipſi arcus. Quod ſi arcuum differentia detur, dabitur ejus ſemiſſis hujuſque tangens, ac proinde (ex priore analogia) ipſorum ſemi-ſummæ tangens ipſaque ſemi-ſumma

inve-

invenientur; unde ipſi arcus ſimiliter atque prius noti fient. Q. E. F.

PROPOSITIO LII.

Datâ utrâque altitudine meridianâ Phænomeni, neque declinationem mutantis neque occidentis, ejus Parallaxin invenire.

SIt Z H Meridiani quadrans à Zenith ad Horizontem protenſus, in quo Polus P; locus Phænomeni verus ſupra Polum A, viſus α; infra Polum ejus locus verus B, viſus β. Si Phænomenon tranſeat inter Polum & verticem, differentia inter viſas à Polo diſtantias, nempe P β — P α, eſt Parallaxium in α & β ſumma: nam Polo P deſcriptus per A circulus tranſit etiam per B, quia Phænomeni eadem eſt vera declinatio. Si porro per α deſcribatur ſuper eodem Polo circulus α C, erit P C = P α; adeoque P β — P α = (P β — P C = C β =) ſummæ Parallaxium in α & β. Datâ vero ſummâ Parallaxium in α & β, & ratione ſinuum earundem, (eâdem nempe, per Prop. XLVII. cum ratione ſinuum diſtantiarum apparentium à vertice,) invenientur per præc. Lemma ipſæ Parallaxes quæſitæ. Tab. XVI. Fig. 10.

Si Phænomenon tranſeat ultra verticem reſpectu Poli, tum differentia inter P β, P α viſas à Polo diſtantias eſt æqualis Parallaxium differentiæ. Cum enim B β ſit Parallaxis in viſo loco β, & A α ſive (eâdem adhibitâ preparatione quæ prius) B C in loco α, eſt C β (hoc eſt P β — P α) differentia Parallaxium in locis viſis β & α. Datâ vero duorum arcuum differentiâ, cum ratione ſinuum, (eâdem nempe cum ratione ſinuum diſtantiarum apparentium Z α, Z β à vertice,) invenientur ipſi arcus ſive Parallaxes quæſitæ. Fig. 11.

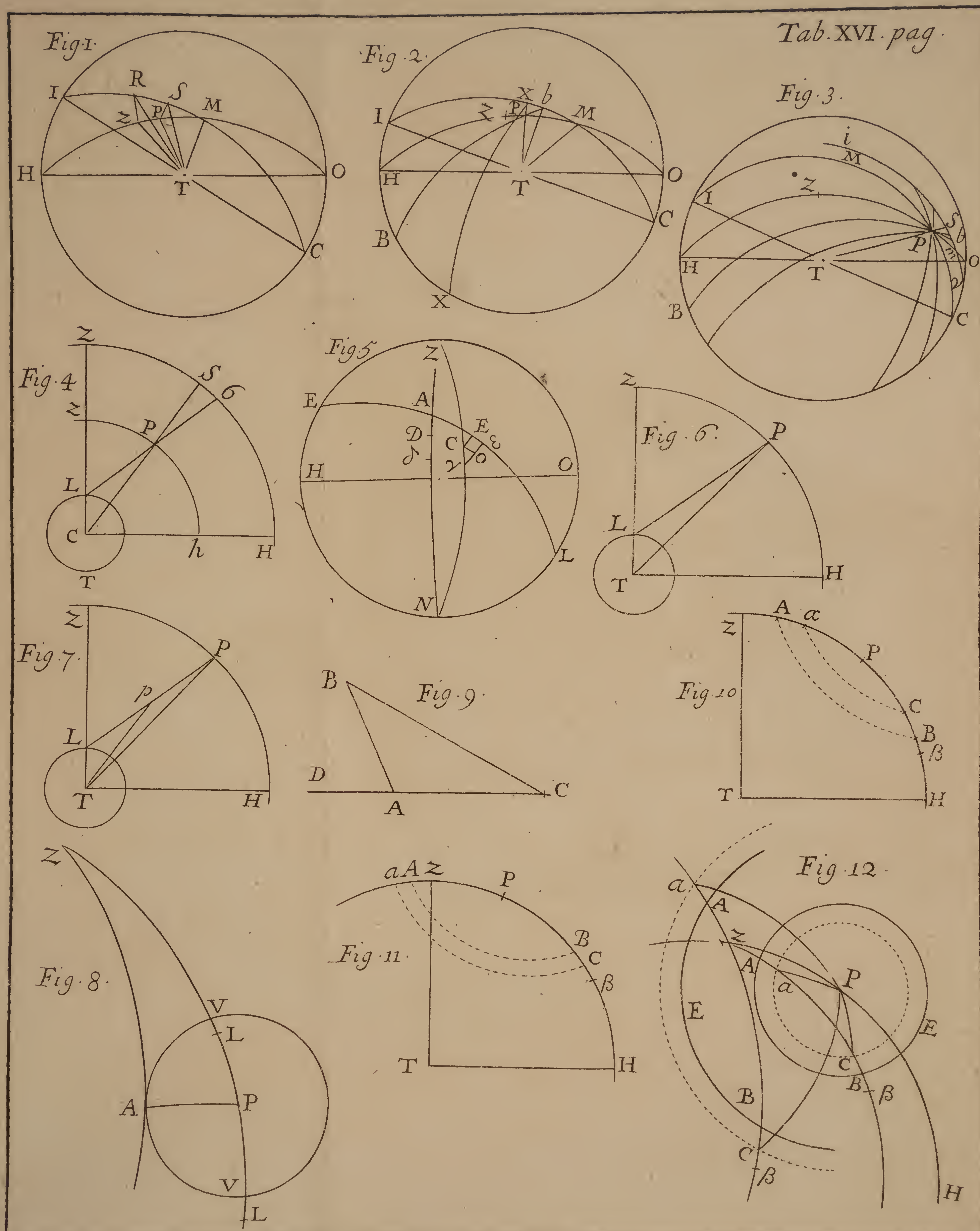
Si vero Phænomenon tranſeat per ipſum verticem; hoc eſt, ſi puncta Z, A & α coincidant, item B & C; tum B β vel C β eſt ipſa Parallaxis loci viſi β.

PROPOSITIO LIII.

Datâ utrâque altitudine Phænomeni, declinationem non mutantis, in eodem verticali circulo obſervatâ, illius parallaxin inveſtigare.

Tab. XVI. Fig. 12. REliquis ut prius deſignatis, ſit Z A B verticalis, in quo Phænomenon bis obſervetur, viſum nempe in α & in β, ſed cujus loca vera ſint A & B, & A B E Phænomeni parallelus per motum primum deſcriptus. Eodem Polo P per α deſcribatur alter circulus α C, & verticalis portiones A α, B C inter illos interceptæ (per *Prop.* 13. *Lib.* 2. *Sphæric. Theodoſii*) ſunt inter ſe æquales; adeoque C β eſt vel ſumma vel differentia Parallaxium A α, B β. Ad hanc inveniendam ducti intelligantur circuli in Sphæra maximi P α, P C. Et in triangulo Z α P, ex datis Z P complemento altitudinis Poli, Z α diſtantia viſa Phænomeni in α à vertice Z & angulo comprehenſo α Z P ex Azimutho, obſervatione cognito, invenietur α P, cui æqualis eſt arcus C P. Rurſus, in triangulo P Z C, ex datis duobus lateribus P Z, P C, cum angulo P Z C, innoteſcet Z C, cujus defectus ab obſervato arcu Z β eſt C β ſumma Parallaxium in locis α & β, cum P Z excedit P α; vel earum differentia, cum P Z deficit à P α. In utroque autem caſu, cum præterea detur ratio ſinuum dictarum Parallaxium, (eadem nempe, per Prop. XLVII. cum ratione ſinuum diſtantiarum apparentium à vertice,) invenietur utraque Parallaxis locis viſis α & β competens.

PRO-


Tab. XVI. pag.
Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4
Fig. 5
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9.
Fig. 10
Fig. 11.
Fig. 12.

PROPOSITIO LIV.

Datis duabus Altitudinibus Phænomeni eodem temporis momento in datorum Locorum Terreſtrium communi Azimutho obſervatis, Phænomeni Parallaxin inveſtigare.

Sint duo in Tellure Loca A & B, quorum vertices Z & X, communis Azimuthus Z D X: ſitque Phænomeni verus locus D, locus ex A viſus δ, ex B vero viſus *d*: ſintque primo puncta hæc inter vertices Z & X. Summa diſtantiarum apparentium à vertice, (nempe arcuum Z δ & X *d*,) obſervatione cognitorum, excedit verticum diſtantiam Z X (per Prop. XXIV. inventam) exceſſu æquali *d* δ Parallaxium ſummæ. Quod ſi puncta D *d* δ ſint extra arcum X Z, differentia diſtantiarum apparentium à vertice, (nempe Z δ dempto X *d*,) excedit verticum diſtantiam X Z exceſſu æquali *d* δ Parallaxium quæſitarum differentiæ. *Tab. XVII. Fig. 1.*

Præter Parallaxium ſummam vel differentiam modo ſupradicto inventam, datur ratio ſinuum dictarum Parallaxium; eadem nempe (per Prop. XLVII.) cum ratione ſinuum arcuum Z δ, X *d* diſtantiarum apparentium à vertice. Unde (per Prop. LI.) in utroque caſu invenientur ipſæ Parallaxes. Q. E. F.

PROPOSITIO LV.

Datis duabus altitudinibus Phænomeni è datis in Tellure Locis, eodem temporis articulo etiam extra communem Azimuthum obſervatis, Phænomeni Parallaxin invenire.

Ex datis Locorum longitudinibus idem temporis momentum, ad obſervationem in binis Locis inſtituendam neceſſarium, deſignatur per numeros horarum à Meridie vel media nocte reſpective numeratarum, quarum differentia æqualis eſt differentiæ longitudinum in tempus converſæ, *Fig. 2.*

 orienta-

Tab. XVII. Fig. 2. orientaliore Loco plures horas numerante; quod inter obſervandum determinatur in præc. cum Phænomenon in communi Azimutho reperitur, niſi uterque locus ſit in Æquatore. Sit X Z communis Azimuthus duorum Locorum Terreſtrium, quorum vertices X & Z; è quibus eodem temporis momento (diverſis licet appellationibus deſignato) obſervetur Phænomenon, cujus verus locus D; ejuſque viſus locus ex habitatione cujus vertex X ſit *d*, ex habitatione cujus vertex Z ſit *δ*. In triangulo X D Z, ex datis angulis X & Z (quos nempe obſervati Azimuthi cum Azimutho habitationum communi comprehendunt) & latere X Z verticum diſtantia (per Prop. XXIV. inventa) inveniuntur X D, Z D arcus, qui ſubducti ab arcubus obſervatis X *d*, Z *δ* relinquunt D *d*, D *δ* Parallaxes quæſitas. Q. E. F.

PROPOSITIO LVI.

Phænomeni Parallaxin per methodum præcedentibus duabus haud abſimilem exactiſſime inveſtigare, adhibendo vicinam aliquam Stellam Fixam.

Fig. 3. CUm Phænomenon, cujus quæritur Parallaxis, eſt in communi Azimutho X D Z duarum habitationum in Terra ad hoc deſignatarum, quarum vertices X & Z; obſervetur illud cum vicina aliqua Fixa: ſitque Fixæ locus S, Phænomeni locus ex habitatione infra X ſit *d*; adeoque hâc obſervatione dantur arcus X *d* diſtantia viſa Phænomeni à vertice, arcus S *d* diſtantia inter Phænomenon & Fixam, & angulus X *d* S inter hunc & communem Azimuthum comprehenſus. Eodem temporis articulo ex habitatione infra Z, è qua Phænomeni locus viſus eſt *δ*, obſerventur Z *δ*, S *δ* & angulus S *δ* Z: & quamvis arcus X *d*, Z *δ* nequeant quam exactiſſime obſervari, (utpote ad quorum dimenſionem quadrantem adhibere opus eſt;) poſſunt tamen ſatis accurate ad noſtrum

trum inſtitutum: & ſi poſſent quam accuratiſſime, Phænomeni Parallaxis (per Prop. LIV.) inde immediate pateſceret. Tamen arcus *d* s, *δ* s & anguli ad *d* & *δ* poſſunt accuratiſſime obſervari, Phænomeni & vicinæ Fixæ s imaginem ope ſpeculorum aut lentium in planum projiciendo, in quo recta eſt ducta communem Azimuthum x z referens, ejuſque imaginis (ſi quam projiceret) locum tenens, (ut in Opticis & Aſtronomicis obſervationibus verſato ſatis conſtat:) & igitur in triangulo *d* s *δ*, ex datis lateribus s *δ*, s *d* cum angulis ab illis ſubtenſis *d* & *δ*, invenietur *d δ* baſis, quæ eſt Parallaxium ſumma; ex qua & ratione ſinuum ſegmentorum *δ* D, *d* D, (poſito D Phænomeni loco vero,) eadem nempe (per Prop. XLVII.) cum ratione ſinuum z *δ*, x *d* diſtantiarum apparentium à vertice, innoteſcent (per Prop. LI.) ipſa ſegmenta D *d*, D *δ* Parallaxes quæſitæ. Nec ſecus invenietur Parallaxium differentia, indeque ipſæ Parallaxes (per dictum Lemma) ſi D, *d*, *δ* ſint extra x z, ſed in illo producto.

Si Phænomeni locus verus D ſit extra habitationum communem Azimuthum x z, iiſdem per eadem atque prius deſignatis, per vertices x & z & Phænomeni loca viſa reſpectiva ducantur circuli verticales x *d*, z *δ*, quorum interſectio eſt verus Phænomeni locus D. Ducantur etiam per Fixæ locum s verticales x s, z s, junganturque puncta s, *d*, *δ* circulis maximis s *d*, s *δ*, *d δ*. Obſervator infra x exactiſſime obſervet (præter arcum x *d*) angulos x *d* s, x s *d* & latus s D, vel modo ſuperius inſinuato vel accuratiori quovis; item obſervator infra z (præter z *δ*,) angulos z *δ* s, z s *δ* & arcum s *δ*. Porro, ex datis habitationibus (per Prop. XXIV.) datur z x, & ex hujus ſitu, per Fixæ s obſervationem, habentur anguli z x s, x z s; unde innoteſcet angulus x s z, qui ex ſumma ipſorum x s *d*, z s *δ* ablatus relinquet *d* s *δ*, ex quo & lateribus *Tab. XVII. Fig. 4.*

 s *d*,

s *d*, s *δ* cognitis inveniuntur anguli s *d δ*, s *δ d* & *d δ* latus. Sed prius noti erant, per obſervationem, s *d* x, s *δ* z; quare & reliqui D *d δ*, D *δ d* innoteſcunt, per quos & cognitum latus *d δ* in triangulo D *d δ* inveniuntur latera D *d*, D *δ* Parallaxes quæſitæ.

PROPOSITIO LVII.

E Datis duabus obſervationibus Phænomeni fixi, hoc eſt, cujus nullus eſt motus præter diurnum, ejus Parallaxin invenire.

Tab. XVII. Fig. 5. REferat E C L I Eclipticam; B Phænomeni locum verum, Eclipticæ reſpectu prorſus fixum. Et in obſervatione altera ſit Z B L circulus verticalis, in quo Zenith Z, & Phænomeni locus viſus β; in altera ſit X B L verticalis, X Zenith, (etenim punctum verticale conſiderari poteſt moveri reſpectu Eclipticæ immotæ, æque ac Ecliptica reſpectu immoti verticis, & quidem magis proprie;) & *b* Phænomeni locus viſus. Ex prima obſervatione (per Primi Motûs Problemata ſupra conſtructa) determinabuntur Eclipticæ punctum L, ubi verticalis per B tranſiens Eclipticæ occurrit; & arcus Z L, portio nimirum verticalis circuli inter Zenith & Eclipticam interceptus; & angulus Z L E inter dictum verticalem & Eclipticam comprehenſus. Similiterque in obſervatione ſecunda Phænomeni in B innoteſcent punctum Eclipticæ C, arcus X C, & angulus X C L. In triangulo igitur B C L, ex datis angulis B C L, B L C & latere interjecto C L (diſtantiâ nempe notorum in Ecliptica punctorum) innoteſcent latera B L, B C, quæ ab arcubus prius inventis Z L, X C ablata relinquunt Z B, X B. Atque hi rurſus ablati à Z β, X *b*, cognitis diſtantiis apparentibus à vertice, relinquunt B β, B *b* Phænomeni Parallaxes momentis obſervationum congruentes.

PRO-

PROPOSITIO LVIII. LEMMA.

Sint duo triangula rectilinea A B C, D E F *habentia angulos* A B C, D E F *datos; ſintque datæ rationes* A B *ad* D E, A C, *ad* D F, *&* B C *ad* E F: *oportet ex dato latere* A B *utrumque triangulum invenire.* *Tab.XVII. Fig. 6.*

FIat angulus G B C æqualis D E F, ſumaturque B G talis, ut ratio B A ad B G æqualis ſit rationi compoſitæ ex rationibus datis B A ad E D & E F ad B C, quod fiet capiendo B G æqualem quartæ proportionali ipſis E F, B C & E D. Deinde, in B C poſitione data eligatur punctum C tale, ut junctarum A C, G C ratio æqualis ſit compoſitæ ex datis rationibus A C ad D F & E F ad B C; quod fiet ut prius. Deinde, ſit B G ad B H in ratione B C ad E F, ſitque H I parallela G C: Dico triangula A B C, B H I eſſe quæſita.

Manifeſtum eſt ex conſtructione, rationem B C ad B I eſſe æqualem rationi B C ad E F; item angulos A B C, H B I eſſe æquales datis. Porro, ratio A B ad B G (per conſtructionem) componitur ex rationibus A B ad E D & E F ad B C: Sed ratio A B ad B G componitur ex ratione A B ad B H & ratione B H ad B G, ſeu E F ad B C; & ideo A B eandem habet rationem ad B H quam ad E D. Rurſus, ratio A C ad C G (per conſtructionem) componitur ex ratione A C ad D F & ratione E F ad B C, ſeu H I ad G C: Sed ratio A C ad C G componitur etiam ex ratione A C ad H I & H I ad G C; & proinde A C eandem habet rationem ad H I quam ad D F. Triangula igitur A B C, B H I requiſitas habent conditiones.

PRO-

PROPOSITIO LIX. LEMMA.

Tab. XVII. Fig. 7. *E Datis ratione ſinuum arcuum integrorum ad datum circulum pertinentium* A B, C D, *ratione ſinuum arcuum ablatorum* A E, C F *& ipſis arcubus relictis* E B, F D; *arcus integros & ablatos* A B, C D, A E, C F *invenire.*

SUmpti concipiantur, ex circulis dato æqualibus, arcus G L, L H, I M, M K reſpective dupli ipſorum A E, E B, C F, F D: unde & G L H, I M K ipſorum A B, C D erunt reſpective dupli. Compleantur triangula rectilinea L G H, M I K, in quibus dantur ratio G L ad I M, eadem nempe cum ratione data ſinus arcus A E ad ſinum arcus C F; ratio L H ad M K, eadem nempe cum ratione ſinuum arcuum datorum E B, F D; ratio G H ad I K, quæ eadem eſt cum ratione data ſinuum arcuum A B, C D. Dantur etiam & anguli L G H, M I K arcubus cognitis inſiſtentes, & ideo (per Prop. præc.) innoteſcent anguli L H G, M K I, & inde arcus G L, I M, & horum ſemiſſes A E, C F: Sed dantur ipſi E B, F D arcus; igitur & toti A B, C D noti erunt.

Similiterque, ex datis ratione ſinus arcus integri ad ſinum arcus ablati ipſoque arcu reliquo, invenientur totus & ablatus. Ponatur enim G L H duplus arcus totius, & G L arcus ablati; unde L H arcus reliqui erit duplus. Junctis porro G H, G L, L H, in triangulo L G H datur ratio laterum G L, G H; eadem nempe cum data ratione ſinuum totius arcus & ablati: datur etiam angulus L G H, dato arcui L H inſiſtens. Et igitur (per XLI. *Datorum Euclidis*) dantur anguli G L H, G H L; adeoque arcus quibus inſiſtunt; ſc. complementum ipſius G L H arcus ad integram peripheriam, & G L arcus; ideoque ipſi G L H & G L, horumque dimidia, nempe arcus quæſiti.

PROPOSITIO LX.

Ex datis duabus Altitudinibus Phænomeni declinationem non mutantis & Azimuthis correſpondentibus ejus Parallaxin invenire.

IN duabus Phænomeni fixi obſervationibus quinque dari poſſunt; duæ nimirum Altitudines, duo Azimuthi, & Tempus inter obſervationes intermedium; è quorum quatuor quibuſlibet Parallaxis innoteſcit, unde emergunt tria Problemata ſequentia.

Ad primi ſolutionem referat P Polum; L Phænomeni locum verum; & in obſervatione altera ſit L M circulus verticalis, & Phænomeni locus in illo viſus M, adeoque Parallaxis L M; in altera circulus verticalis per L tranſiens ſit L N, & obſervationis hujus Parallaxis L N. Ducti intelligantur circuli maximi P M, P N, M N. Ex Altitudinibus & Azimuthis obſervatis, & Poli elevatione innoteſcunt arcus P M, P N diſtantiæ viſæ à Polo P, & anguli P M L, P N L inter declinationum circulos & verticales comprehenſi: datur præterea ratio ſinus Parallaxis L M ad ſinum Parallaxis L N; eadem nempe (per Prop. XLVII.) cum ratione ſinuum diſtantiarum obſervatarum à vertice. Dantur ideo angulorum integrorum P M N, P N M ratio ſinuum, eadem nempe cum ratione ſinuum notorum arcuum P N, P M; item ratio ſinuum angulorum ablatorum L M N, L N M, eadem cum ratione ſuperius inventa arcuum L N, L M; item anguli reliqui P M L P N L prius ex calculo inventi. Innoteſcent igitur (per præcedens Lemma) ipſi anguli P M N, P N M, L M N, L N M. Rurſus, in triangulo M P N, ex datis lateribus P M, P N cum angulis ab illis ſubtenſis inveniatur baſis M N. Et denique in triangulo L M N, ex datis baſi M N & angulis adjacentibus L M N, L N M invenientur latera L M, L N Parallaxes quæſitæ. Q. E. F. *Tab. XVII. Fig. 8.*

 Si

Si obſervationum altera facta fuerat Phænomeno in Meridiano exiſtente, tum triangulorum P M L vel P N L alterum mutatur in arcum, & calculus multo ſimplicior evadit.

Si vero Phænomenon L Declinationem mutet, & quidem æquabiliter, (quod in una Terræ revolutione præterpropter fiet,) ejus Parallaxin venabimur nihilo minus, loca Phænomeni per Declinationis partem proportionalem ſic corrigendo: Quando Phænomenon primo, deinceps poſt obſervationem primam, Azimuthum L M attingit, obſervetur ejus Altitudo apparens, quæ diverſa erit ab altitudine pridie obſervata, alias eandem retineret Declinationem. Sit differentia A. Vocetur intervallum temporis inter primas duas obſervationes in M & N factas, B; & tempus inter binas Phænomeni obſervationes in L M Azimutho, C. Et ſi prædicta Altitudinum differentia A ſit exceſſus, Altitudini apparenti in. M addatur $\frac{B\ A}{C}$; ſi vero differentia hæc defectus ſit, auferatur ab eadem. Hæc ſumma vel differentia erit correcta Altitudo apparens, quæ (loco prioris Altitudinis in L M) in calculo præcedente poſita exhibebit Phænomeni Declinationem mutantis Parallaxes quæſitas.

PROPOSITIO LXI.

Ex duabus Phænomeni Altitudinibus, cum Azimutho earum alteri reſpondente & Tempore inter binas obſervationes, Phænomeni Parallaxin inveſtigare.

Tab. XVII. Fig. 9. SIt Polus P, Phænomeni locus verus E, apparens F cum Zenith eſt X, & H cum Zenith eſt Z. Dantur duæ diſtantiæ apparentes à vertice, nempe X F, Z H, & angulus P X F, cum detur unus Azimuthus, & angulus X P Z ex tempore notus. In triangulo P X Z iſoſcele, è datis æqualibus lateribus P X, P Z & angulo X P Z inveniuntur

tur P X Z, X Z : Cumque detur P X F, invenitur etiam Z X F. Dantur igitur in X Z F triangulo X Z, X F, Z X F; & propterea innoteſcunt Z F, Z F X. Datur igitur ratio ſinus anguli Z F H ad ſinum anguli Z H F; eadem nempe quæ ſinus arcus Z H ad ſinum arcus Z F; & ratio ſinus anguli Z H F ad ſinum anguli E F H, ſeu ſinus arcus E F ad ſinum arcus H E, vel ſinus arcus X F ad ſinum arcus Z H. Datur propterea ratio ſinus anguli Z F H ad ſinum anguli E F H; & datur angulorum differentia, nempe Z F E: & ideo (per Prop. LIX.) innoteſcunt ipſi anguli Z F H, E F H; ac proinde etiam E H F. Et tandem in triangulo E H F, è datis H F, E H F, E F H innoteſcunt Parallaxes quæſitæ E F, E H. Q. E. F. *Tab. XVII. Fig. 9.*

PROPOSITIO LXII.

E Duobus Phænomeni Azimuthis, cum Altitudine eorum alteri reſpondente & Tempore inter binas Azimuthi obſervationes, Phænomeni Parallaxin inveſtigare.

Iiſdem in eodem ſchemate poſitis, inveniuntur eodem modo P X Z æqualis P Z X & X Z. Ex binis Azimuthis dantur anguli P X E, P Z E, & ideo innoteſcunt anguli X Z E, Z X E; è quibus, unà cum X Z, invenitur X E. At propter Altitudinem datam datur ejus complementum X F, & proinde innoteſcet E F Parallaxis quæſita. Q. E. F.

Si vero, in caſu utriuſvis hujus Problematis, Phænomenon motum aliquem habeat, poſt integram Terræ revolutionem, cum Zenith X ad idem Cœli punctum redit, obſervabitur Phænomenon, non in F (ſicut ante) ſed in alio loco, puta G; & obſervatione innoteſcunt F G, X F G. Fiat igitur ut integer circulus ad F G ita angulus X P Z ad F L, ductus intelligatur circulus maximus X L ſecans Z H in M. In triangulo X F L, è datis X F, F L, X F L dantur X L, F X L; & ideo datur Z X L. Demum,

 ſumen-

ſumendo puncta I, M loco ipſorum F, E, inveniatur (ut ante) H M Phænomeni Parallaxis. Q. E. F.

Sunt & alia obſervationum genera, ex quibus Phænomeni Parallaxis Geometrice determinari poteſt; ut ejus Ingreſſus in umbram Planetæ; & Conjunctio corporalis viſa inter Phænomena. Verum cum hæc ad Parallaxin generaliter conſideratam non pertineant, in libris ſequentibus locum ſibi vendicant.

PROPOSITIO LXIII.

Datis Phænomeni loco reſpectu Eclipticæ & Parallaxi Altitudini datæ congruâ, item Solis loco & Diei horâ; Phænomeni Parallaxin Longitudinis & Latitudinis invenire.

Tab. XVII. Fig. 10. SIt V H Horizon, E C B Ecliptica, & Z C V circulus verticalis per Phænomenon traductus. Sit A locus Phænomeni in illo verus, *a* viſus; adeoque A *a* Parallaxis altitudinis. Per A & *a* ducantur Latitudinis circuli A B, *a b* Eclipticæ occurrentes in B & *b*. Dantur autem (per Prop. XXXVI.) angulus V C B & arcus V A, V C, horumque proinde differentia A C. Sed quoniam datur Parallaxis altitudini cuidam datæ congrua, dabitur (per Prop. XLVII.) & illa, quæ altitudini datæ V A congruit; arcus ſc. A *a*. Datur ergo horum arcuum C A & A *a* ſumma vel differentia C *a*. In triangulo igitur *a* C *b*, præter rectum ad *b*, dantur angulus *a* C *b* latuſque *a* C; unde innoteſcent latera C *b*, *a b*. Sed quoniam Phænomeni A locus reſpectu Eclipticæ notus eſt, & punctum Eclipticæ C (per Prop. XXXVI.) etiam notum, noti ſunt arcus A B & C B. Innoteſcit igitur differentia inter *a b* & A B, nempe Parallaxis Latitudinis; & differentia inter C *b* & C B, nempe Parallaxis Longitudinis. Q. E. F.

Hujus Problematis converſum eodem modo ſolvitur; ſi nempe detur Parallaxis Longitudinis B *b*, aut Parallaxis Latitu-

Latitudinis differentia inter *b a* & B A, dabitur (ex hactenus dato Phænomeni loco reſpectu Eclipticæ, indeque arcubus C B & B A) C *b* vel *a b*. Cumque præterea detur angulus ad C in triangulo rectangulo C *b a*, dabitur C *a*, & proinde V *a*, cum hactenus detur (per Prop. XXXVI.) ipſe V C: Sed notus eſt V A; non latebit igitur Parallaxis altitudinis A *a*. Si Phænomenon ipſam Eclipticam teneat, ut Sol, caſus eſt multo ſimplicior.

Quoniam vero corporum Cœleſtium, etiam viciniſſimorum, Parallaxis arcus eſt ſatis parvus; ideo Problema hoc, de invenienda Parallaxi Longitudinis aut Latitudinis ex data Altitudinis Parallaxi, ſic expeditius conſtruunt Practici: Per A ducta intelligatur linea A *β* ipſi B *b* parallela. In triangulo igitur parvo A *β a*, quod pro rectilineo habent, datis præter rectum ad *β*, angulo *β* A *a* ipſi A C B æquali & laterum uno A *a* Parallaxi Altitudinis, inveniuntur reliqua latera A *β* Parallaxis Longitudinis & *a β* Parallaxis Latitudinis, ſolo trianguli plani reſolutione.

Quod ſi non ipſa Parallaxis Phænomeni abſoluta detur, ſed relativa reſpectu alterius Phænomeni remotioris; hoc eſt, exceſſus Parallaxeos Phænomeni vicinioris ſupra Parallaxin remotioris; ex dato tali exceſſu in verticali dabitur exceſſus ſecundum alium quemvis circulum. Namque Parallaxis Phænomeni abſoluta eſt exceſſus Parallaxeos ipſius Phænomeni ſupra Parallaxin circuli Sphæræ, quæ nulla eſt, quia hic infinite diſſitus ſupponitur.

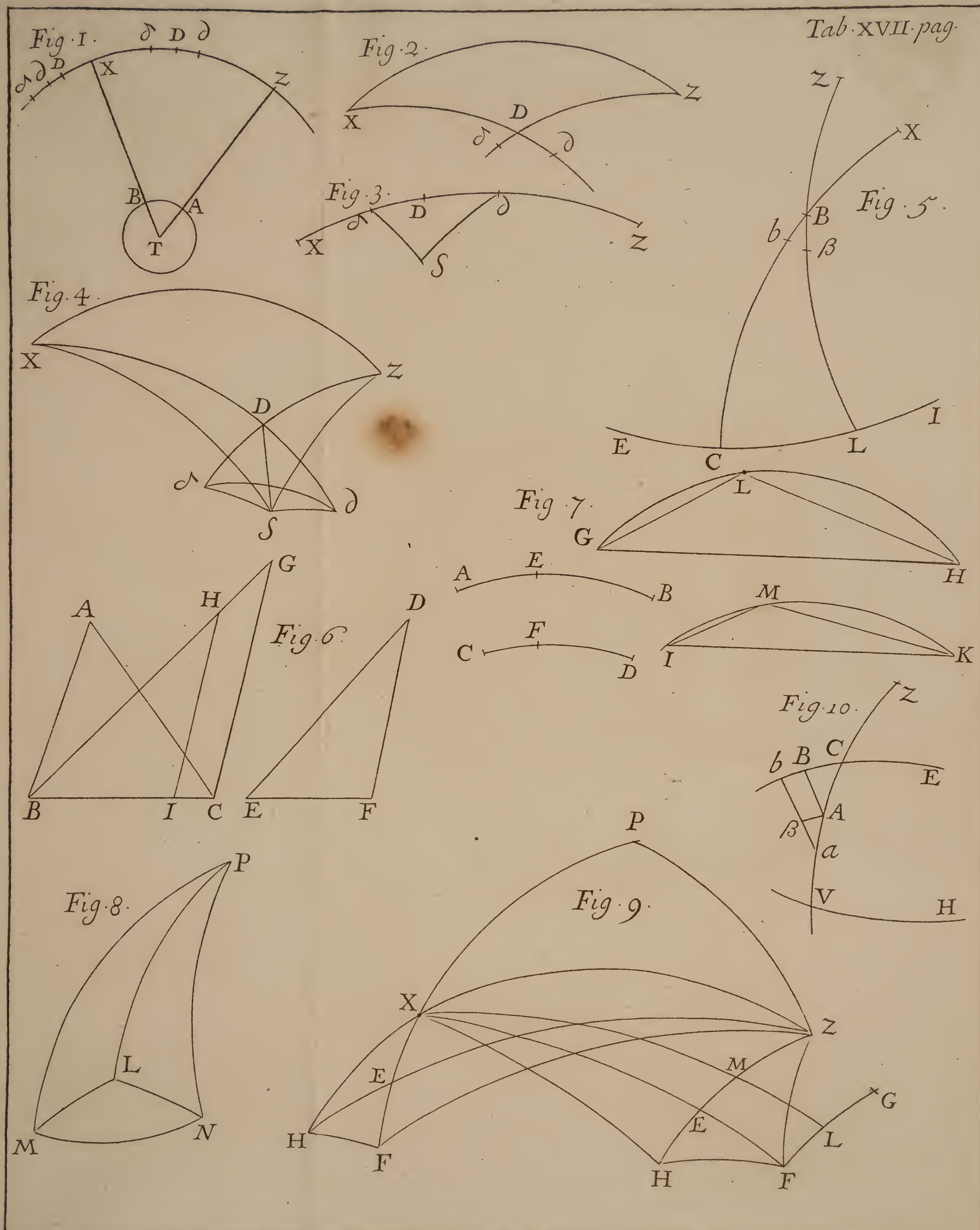
SECTIO VIII.

De Refractione Syderum.

PROPOSITIO LXIV.

Propter Atmoſphæram Æthere denſiorem Telluri circumfuſam, Stella quævis ſupra Horizontem elevatior in eodem circulo verticali apparet, quam appareret ſi nulla eſſet Atmoſphæra.

Tab. XVIII. Fig. 1. DEſignet T Tellurem, cui circumfunditur Atmoſphæra A E D; S Stellam quamvis; O Spectatorem in Terræ ſuperficie poſitum. Si nulla eſſet Atmoſphæra, aut ſi illa æquidenſa eſſet atque circumfuſus Æther, Radii lucis directe ab S ad O pertingerent, neque uſpiam incurvarentur; quippe in medio homogeneo. Si vero Radii poſt trajectum Ætherem S Q Atmoſphæram denſiorem ad A ſubeant, refringentur verſus rectam Q A P, Atmoſphæræ ſuperficiei ad A normalem; ut ex *Dioptrica* patet. At vero veriſimile non eſt Atmoſphæram notabiliter denſiorem Ætheri immediate ſubjici, deinde illam æqualiter denſam ad Terram uſque protendi; ſive Radiorum à Stella provenientium Refractionem omnem in unica ſuperficie Ætherem ab Atmoſphæra diſterminante peragi, (uti vulgo ſupponitur,) dum interim Radii portiones ab S ad Atmoſphæræ ſuperficiem extimam, & deinde ab hac ad Terram protenſæ rectæ manent; ſicut apud nos Radius ex Aere in Aquam illapſus ad hujus ſuperficiem tantum incurvatur, citra ultraque directus. Quin potius videtur Atmoſphæram ſeſe in maximam altitudinem extendere, & in altioribus ſui partibus & à Terra remotioribus (aeris inſtar) rariorem, in humilioribus denſiorem eſſe: Unde Radius à Stella S proveniens Refractionem aliqualem verſus perpendiculum patitur in (ultra quam vulgo creditur)



Tab·XVII·pag·
Fig·1·
δ D ∂
∂ ∂ D X Z
B A T
Fig·2·
X Z D δ ∂
Fig·3·
X δ D ∂ Z S
Fig·4·
X Z D δ ∂ S
Fig·5·
Z X B b β E C L I
Fig·6·
A H G D B I C E F
Fig·7·
L G H
A E B
C F D
M I K
Fig·8·
P L M N
Fig·9·
P X Z E H F M E L G H F
Fig·10·
Z b B C E A β a V H

ditur) magna à Telluris ſuperficie diſtantia ; in progreſ- ſu autem (ut ad B, C &c.) verſus eandem plagam refringitur, quia medium Atmoſphæræ, quod ſubit, magis magiſque denſum eſt, prout ad Terram deſcenditur: adeoque Radius poſt ingreſſum in Atmoſphæram (à perpetua Refractione ad ſuperficies ſphæricas Terræ concentricas medii perpetuò denſioris) curvus eſt in omnibus ſui partibus, & verſus T cavus. Oculus autem ad O poſitus Stellam videt in Radii A B C O parte ultima ad O in directum protenſa, puta in σ ; hæc enim ſola Oculum afficit. Radii autem pars O C protenſa, ſive recta curvam A B C O tangens in O, nempe O σ, ad ſpectatoris Horizontem H O minus inclinata eſt quam recta S & O conjungens; quoniam linea A B C O eſt verſus T cava: Et igitur, Oculo ad O, Stella propter circumfuſam Atmoſphæram ſupra Horizontem elevatior apparet in σ, quam appareret ſi nulla eſſet Atmoſphæra. Tab. XVIII. Fig. 1.

Porro Curva, quam Radius per Atmoſphæram oblique propagatus induit, eſt in eodem plano per Stellam & Telluris centrum protenſo : Nam in *Dioptricis* oſtenſum eſt ejus Curvæ (ex rectis quaſi conflatæ) partem priorem A B eſſe in plano, in quo ſunt rectæ A S, A Q, (quippe plano Inflectionis ;) hoc eſt, in plano per Stellam S & Telluris centrum T protenſo ; etenim (per Prop. V. *Lib.* I. *Sphæric. Theodoſii*) recta Q A P producta per centrum T tranſit, ejuſque pars ſecunda B C ſimiliter eſt in plano per B A & perpendiculum per B traducto ; hoc eſt, in eodem plano cum priore : atque ſic de cæteris curvi radii A B C O partibus. Tota igitur Curva iſta eſt in eodem illo plano per Stellam & Telluris centrum protenſo ; & ideo Curvam hanc contingens recta O σ (quippe ejus particula in directum producta) in eodem eſt plano: Sed hoc planum eſt Obſervatori O verticale, (tranſit enim per punctum O & Ter-

ræ

ræ centrum;) Stella igitur, propter Refractionem in Atmöſphæra factam, in eodem verticali, ſed ſupra Horizontem elevatior apparet. Q. E. D.

Scholium.

Tab. XVIII. Fig. 1. Ex Prop. præc. demonſtratione apparet eandem eſſe Refractionem in Stella Terræ propiore atque in remotiore (*ex. gr.* in ſ atque in s,) dummodo eadem ſit illarum Altitudo apparens ſupra Horizontem: In hoc enim caſu recta σ o ſuper axem T o rotata locum apparentem ipſius ſ attingit. Porro, veriſimile eſt Terræ circumfuſam Atmoſphæram ad Lunam ſeſe non extendere, nedum ad Stellas remotiores; & igitur ejus lineæ s ſ A B C O pars directa s A (antequam ab Atmoſphæra incurvari incipit) Stellam proximam ſ ſtringet. Et Radius proinde ab illo procedens (nempe ſ A) ſimili, immo eodem prorſus modo in Atmoſphæra incurvatur in A B C O, quo s A à remotiore propagatus; cum perinde ſit (ad Refractionem in Atmoſphæra factam quod attinet) utrum Radius ab s vel ab ſ incipiat. Luminis igitur naturæ repugnat, ut Stellæ propioris Radii aliter refringantur (cæteris paribus) quam remotioris. Verum quidem eſt angulum σ O s majorem eſſe angulo σ O ſ, ſed horum differentia ſ O s exceſſui Parallaxeos Stellæ propioris ſupra remotioris Parallaxin ortum debet, non Refractioni.

PROPOSITIO LXV.

Stellæ humiliores ex Refractione ad Atmoſphæram magis elevantur, cæteris paribus, quam altiores.

Fig. 2. IN *Dioptricis* demonſtratum eſt, iiſdem poſitis mediis, quo obliquior eſt Radii incidentia, eo angulum inter Radium refractum & incidentem rectà productum eſſe majorem; id eſt, in caſu præſenti, Radii A B C O ab humiliore Stella s provenientis partem A B majorem angulum

gulum cum S A producta continere, quam Radii F G K O ab altiore R provenientis partem F G cum R F producta; quia S A Q angulus major eſt quam R F L, poſito quod L F producta in T incidat. Similiter B C continebit majorem angulum cum A B producta, quam G K cum F G producta, & ita deinceps; hoc eſt, linea A B C O in ſingulis ſui partibus curvior eſt quam F G K O in partibus correſpondentibus, ſive æqualiter à Terra remotis. Et igitur recta contingens curvam A B C O in O majorem angulum continebit cum O S recta, quam recta ibidem tangens F G K O cum recta O R. Stella igitur humilior magis ex Refractione elevatur quam altior. Q. E. D. *Tab. XVIII. Fig. 2.*

Corollarium 1.

Phænomeni in Zenith poſiti locus ex Refractione non mutatur: Nam Radii in ſuperficies omnes mediorum, ex quibus Atmoſphæra conflatur, normaliter in iſto caſu incidentes non refringuntur; ſed rectà ad Oculum in O progreſſi Phænomenon in eadem recta oſtendunt, in qua, abſente Atmoſphærâ, appareret. Et ob eandem rationem Oculo in centro T conſtituto, Refractionis ad Atmoſphæram factæ nullæ eſſent vires ad Stellæ locum apparentem mutandum: nam quodlibet in Cœlo punctum huic pro Zenith eſſet.

Corollarium 2.

Hinc etiam ratio redditur, cur Sol aut Luna prope Horizontem figuræ ovalis appareat. Quoniam enim ſuperior margo parum elevatior juſto apparet, inferior multum elevatior juſto, hic per Refractionem illi appropinquare videbitur. Itaque Luminaris diameter erecta ſive verticalis videtur contracta, tranſverſa ſive horizontalis non itidem, quia ejus extrema ex Refractione æqualiter elevantur. Ob eandem rationem duarum Fixa-

 rum

rum diſtantia obſervata minor eſt ſenſibiliter, (ſi inſtrumento menſuretur,) cum illarum in eodem verticali poſitarum altera eſt prope Horizontem, quam dum utraque propter magnam altitudinem eſt à Refractione immunis.

Corollarium 3.

Hinc etiam fit, quod Sol, Luna, reliquaque Sydera citius aliquanto ſupra Horizontem attollantur, ſeriuſque infra illum deſcendant, quam oporteret pro eorum locis per prædicta definitis. Radii enim à punctis Cœli paululum infra Horizontem poſitis manantes in Atmoſphæra ita incurvantur, ut rectæ illas tangentes ad extrema in Oculum impingentia productæ ſint ſupra Horizontem. Unde Luna defectum pati eſt viſa, Sole adhuc ſupra Horizontem hærente; cum tamen Luminarium tunc temporis (per Prop. XVIII. Lib. I.) oppoſitorum altero ſupra Horizontem elevato alterum neceſſario infra eundem revera deprimatur. Eidem ergo Atmoſphæræ Tellurí circumfuſæ debent ejus incolæ, quod unicuique illorum Sol diutius luceat quam abſque illa luceret; quodque Sole tandem per Terræ ſuperficiem gibbam, ne amplius datum incolam illuſtret, impedito, denſiſſimæ tenebræ non ſtatim ingruant, ſed Crepuſculo gaudeat per tempus ſatis notabile, quod lumen ſenſim exſtinguit.

PROPOSITIO LXVI.

Quanto Stella in data Altitudine apparente per Refractionem elevetur, deſinire; & Tabulam Refractionis Stellarum conſtruere.

ELigatur Stella, cujus nulla eſt ſenſibilis parallaxis; Fixarum nempe aliqua, quæ ſupra Obſervatoris Horizontem multum elevatur. Hujus locus (per Prop. XXVI.) determinetur ex obſervationibus factis dum multum

tum elevatur, adeoque dum extra Refractionis ſenſibilis effectus verſatur. Tempus notetur cum ad Altitudinem datam vel aſcendendo vel deſcendendo poſtea pervenerit, quæraturque per calculum Stellæ (cujus locus eſt cognitus) Altitudo tempori notato congrua, quæ ab Altitudine obſervata deficit, quanto Stella in data iſta Altitudine apparente per Refractionem attollitur.

Hoc modo Tabula Refractionis Syderum omnium tutiſſime conſtruetur, ſi Fixæ Altitudines veræ, temporibus per Horologium Oſcillatorium exacte numeratis competentes, conferantur cum ejuſdem Altitudinibus, iiſdem punctis temporis apparentibus: Intervallum enim inter Altitudinem apparentem & veram eſt Refractio dictæ Altitudini competens. Cumque longiſſime diſtantis Fixæ & alterius cujuſvis Stellæ propioris eadem ſit (per Schol. Prop. LXIV.) Refractio in eadem Altitudine apparente, patet conſtructam eſſe Tabulam Refractionis Stellarum. Q. E. F.

SCHOLIUM.

Si nota eſſet Atmoſphæræ denſitas *Dioptrica* in data quavis à Tellure diſtantia, ſive ratio Sinus anguli incidentiæ ad ſinum anguli refracti in tranſitu Radii per ejus ſuperficiem Terræ concentricam, cujus diſtantia à Terra innoteſcit; tum ex Geometria inveniri poſſet natura Lineæ, in quam Radius propter Atmoſphæræ continuam Refractionem incurvatur. Unde ex dato per Obſervationem angulo, quo Stella in data Altitudine propter Refractionem plus juſto elevatur, definiri poſſet angulus, quo in alia quavis Altitudine propoſita plus juſto elevaretur, eâdem manente Atmoſphærâ; hoc eſt, Refractionis Tabula conſtrui poſſet ad ſingulos gradus elevationis Stellæ. Quoniam vero huic obſtat prædicta Refractionis in Atmoſphæra celebratæ Lex nondum perſpecta, ſatius erit illam ex obſervatione conſtruere; ut in

præcedente. Porro, utrique methodo condendæ Tabulæ Refractionis obſtat Atmoſphæræ in diverſis locis diverſitas, & in eodem mutatio, propter quam fit ut eadem Tabula omnibus locis non ſit accommodata. In locis enim prope alterutrum Telluris Polum Refractio major eſt in eadem ab Horizonte diſtantia, (ut ex *Batavorum* in *Nova Zembla* hybernantium obſervatione notiſſima ſatis patet ;) & in eodem loco diverſis Anni tempeſtatibus, ſicut non tantum ex obſervatione *Batavorum*, ſed etiam ex celebrioribus Obſervatoribus conſtat, qui Refractionem Hyemalem Æquinoctiali, & hanc rurſus Æſtivali majorem ponunt, Tabulaſque Refractionis integras huic mutationi ſuperſtructas condunt. Sed & hanc etiam in horas mutatam demonſtrant ſummitates Montium quandoque ex dato loco conſpicuæ, quandoque inconſpicuæ, nullâ impediente caligine : Quorſum etiam faciunt experimenta ab *Hugenio*, in *Tractatu de Lumine* conſignata ; quod nempe Turris alteriuſve cujuſvis rei immobilis pars humilior mane & veſpere, pars altior meridie videatur per Teleſcopium immotum manens ; quodque ex eodem loco Turris remotioris faſtigium ſupra propioris ſummitatem quandoque eminere videatur, quandoque infra illam latere. Hæc enim omnia, præter mutatam in horas Radiorum Refractionem in Atmoſphæra, oſtendunt eorum curvedinem, (ex natura rerum ſupra oſtenſam,) cum è loco altiore in humiliorem oblique propagantur, aut viciſſim.

Fatendum tamen eſt Refractionis mutationem hanc omnem intra ſatis arctos limites contineri : prædictæ enim Obſervationes, de Solis, Montium, Turriumque Altitudine apparente mutata, in exigua ſupra Horizontem elevatione factæ ſunt, neque ultra tertium ab illo gradum extenduntur. Vaporum à Terra aſſurgentium, item caloris & frigoris, quibus vapores rarefiunt & condenſantur, tanta eſt prope Terram viciſſitudo, ut nihil certi de medii

dii denſitate ſtatui poſſit. Radiorum porro Lucis inclinatio tam valde eſt obliqua ad incidentiam in Atmoſphæram, dum Phænomenon non ultra 3 aut 4 gradus elevatur, ut illius locus ex Refractione admodum mutetur. Immo ſuperficiei Terræ quandoque inſidet tam denſa, licet diaphana ſatis, vaporum quaſi Nubes, ut oculo extra hanc eminenti, quæ infra ipſam ſunt viſibilia, nempe valde humilia, prorſus inviſa maneant propter radios ſuperficiem ſuperioris rarioriſque medii non penetrantes, ſed ab illa deorſum reflexos; ut fieri oportere ex *Dioptricis* conſtat: Quæ vero ſupra extraque ipſam immediate conſiſtunt, nempe paulo altiora, præterquam quod radio directo videntur, apparent etiam inverſa per reflexionem ad prædictæ Nubis ſuperficiem factam tanquam ad ſpeculum horizontale. Verum hæc non ſunt hujus loci, neque ad Aſtronomiam directe pertinent. Satis interim oſtendunt Tabulæ cuivis Refractionis Syderum infra tertium Altitudinis gradum non eſſe fidendum; neque proinde obſervationibus ad Phænomeni locum determinandum in iſta Altitudine factis.

Si vero non ex obſervatione Fixæ Refractionis Tabulam condere, ſed à fundamentis *Dioptricis* illam exſtruere libeat, ſic tutiſſime procedere licebit. Atmoſphæra ad 40 aut 50 milliaria in altum protenſa ſupponatur, diviſa per 8 aut 10 ſuperficies parallelas in totidem media diverſæ denſitatis; ita tamen ut quod binas proximas ſuperficies interjacet medium ejuſdem ſit denſitatis, quæ ad dictam ſuperficiem mutetur inſtanter in rarius ſurſum, denſiuſque deorſum: non quod res revera ita ſe habeat, (proculdubio enim Atmoſphæræ denſitas deſcendendo per minima augetur;) ſed ad calculum ineundum. Octo decemve hæc media ita attentando attemperentur ad ſe invicem, ut in una, duabus aut pluribus Altitudinibus (nam quo plures, eo accuratior erit Tabula) totales Refractiones ad omnia iſta media factæ eædem ſint cum Refractionibus,

quæ per obſervationes exactiſſimas Altitudinibus iſtis reſpectivis congruere deprehenduntur. In quo caſu Refractio, in aſſumpta qualibet Altitudine, ad dicta media facta, & per *Dioptrices* leges calculo cognita, quamproxime eſt æqualis Refractioni ex Cœlo depromptæ, quæ eidem Altitudini reſpondet. Hoc modo etiam Linea quamproxime determinabitur, in quam Radius Atmoſphæram oblique trajiciens incurvatur. At in exquirenda per hanc methodum Refractione correſpondente elevationi tribus quatuorve gradibus minori, Mediorum prædictorum (ex quibus conflatur Atmoſphæra) inferius, vel inferiora bina ternave, paululum rariora ſupponere oportebit; nam, in Terræ vicinia calefacta, talia revera ſunt.

SECTIO IX.

De Tabulis Primi Motus et Fixarum Libro Secundo innixis.

LIcet ſingula ad Motum Primum pertinentia per Methodos Libro hoc demonſtratas poſſint inveniri, prout fert occaſio; cum tamen aliqua ſint frequentioris uſûs, illorum *Tabulas* conſtruunt Artifices, ut inde depromantur expedite, quæ calculo de novo eſſent invenienda perpetuo. Et præter Tabulas ex aliis diſciplinis petitas, ut Rectarum circulo inſcriptarum & adſcriptarum, Logarithmorum &c. conſtruunt Aſtronomicas, quarum quæ huic Libro innituntur Tabulæ ſunt duorum generum: nimirum vel quæ ſunt eædem omnibus totius Terræ incolis; atque hæ rurſus vel Primum Motum attinent vel Stellas Fixas, quarum motus motu primo non eſt multo magis compoſitus; vel quæ tantum in certa Terræ habitatione locum habent.

PRO-

PROPOSITIO LXVII.

Tabulas deſcribere omnibus Terræ incolis communes, quæ Motum Primum attinent.

Æquator Cœleſtis & Ecliptica omnibus Telluris incolis iidem ſunt, horumque inſignes ſunt perpetuoque occurrentes in Aſtronomicis uſus: Illius nempe, quia Motus primi ſive diurni Cœlorum apparentis medius eſt & quaſi norma; hujus, quia Solis (Diei Tempeſtatumque arbitri) via eſt & ſemita. Horum igitur circulorum mutua habitudo & ad invicem in ſingulis punctis reſpectus in Tabulas diſponitur: Cuique nempe gradui Eclipticæ proprio nomine (hoc eſt numero, quem in ſuo Signo tenet) inſignito Declinatio ab Æquatore, Aſcenſio Recta & Angulus, quem Ecliptica cum Meridiano ad illud comprehendit, correſpondentes adſcribuntur; ut Prop. xx. oſtenſum eſt. Et ideo commode tres hæ Tabulæ in unam coaleſcunt, ferentem univerſalem Titulum *Declinationis & Aſcenſionis Rectæ ſingulorum Eclipticæ graduum, Angulorumque Eclipticæ cum Meridiano.* Et quia in hujuſmodi Tabulis vel iidem numeri denuo recurrunt, vel iidem aucti quadrante, ſemiſſe aut tribus quadrantibus circuli; in illis condendis non opus erit calculum ultra unicum quadrantem adhibere, cum reliqua Tabulæ pars hinc, vel per primæ columnæ mutationem vel per ſolam additionem, facile fluat.

Porro, cum apparens revolutio integra Æquatoris Cœleſtis Diem naturalem efficiat, & proportionaliter in revolutionis hujus partibus, ob motûs Terræ diurni æquabilitatem; Tabulam etiam conſtruunt, ex qua Tempus cuique parti revolutionis Æquatoris, & viciſſim revolutionis pars cuivis Tempori reſpondens, prompte excerpitur. Et quia apud gentes politiores, ubi Aſtronomia viget, Dies naturalis in 24 horas dividitur, Hora autem in 60

ſcrupula

ſcrupula prima, quorum rurſus quodvis in 60 ſecunda dividitur, & ita porro; Tabulæ prædictæ ad hancce Temporis diviſionem accommodantur.

PROPOSITIO LXVIII.

Tabulas deſcribere omnibus Terræ incolis communes, quæ Stellas Fixas attinent.

FIxarum loca quoad Longitudinem & Latitudinem diſponuntur per methodos Prop. XXIX. explicatas. Hujuſmodi Tabula (ſive Catalogus) eſt omnis Syderalis ſcientiæ fundamentum : & quoniam Planetarum loca ex cognitis Fixarum locis exquiruntur, Fixarum in Zodiaco poſitarum loca ſummâ curâ notant Aſtronomi; immo non tantum quæ nudo Oculo, ſed etiam quæ minori Teleſcopio armato conſpiciuntur.

Quoniam vero Fixarum Longitudo continuo creſcit propter punctorum Æquinoctialium regreſſum, *Regreſſus hujus Tabula* Fixarum Catologo ſubnectitur; hoc eſt, quantus hic ſit in Anno, hujus partibus Anniſque collectis indicatur, ut Longitudo Fixæ Tabularis hinc corrigatur modo ſatis obvio. *Copernicus* & hunc ſequuti alii Fixarum diſtantiam in Ecliptica Ortum verſus numerant ab Arietis Stellarum in Cornu duarum præcedente, ut ſuperius dictum eſt: Addendo arcui huic (in quavis Fixa conſtanti) diſtantiam puncti Æquinoctialis verni à dicta Arietis prima perpetuo auctam, ex altera iſta Tabella depromendam, conflatur Stellæ Longitudo ab Æquinoctio verno.

Quoniam notabiliorum quarundam Fixarum Aſcenſio Recta & Declinatio frequentis ſunt uſus; at illas ex Longitudine & Latitudine datis (per converſ. Prop. XXVII.) pro occaſione exquirere opus foret tædii plenum; ad datum tempus *Notabiliorum Fixarum Aſcenſionis Rectæ & Declinationis Tabulam* conſtruunt qui aliorum labori parcere volunt, additâ differentiâ utriuſque pro certo Annorum

norum numero, in quo illarum mutationem ad ſenſum æquabilem eſſe ſupponunt.

Prædictis de Fixarum motu Tabulis ſubjungitur & *Tabula Refractionis Syderum*, pro diverſa earum ſupra Horizontem elevatione per Prop. LXVI. conſtruenda. Cujuſvis Stellæ Altitudo obſervata minuenda eſt correſpondente Refractione, ut evadat vera; vel Altitudo vera (ex vero Stellæ loco ad tempus datum per calculum inventa) Refractione dictâ augenda, ut fiat apparens. Stellæ diverſa hæc ex Refractione Altitudo diverſitatem loci Stellæ ſecundum longum & latum, vel in alio quovis circulo, inducit, ſimili prorſus modo, quo ſupra de Parallaxi oſtenſum eſt. Tabulam hanc Refractionis hoc loco inter Fixarum Tabulas numeravimus, licet aptius forſan ad præcedentes referenda fuerit tanquam omnibus Phænomenis Cœleſtibus communis: Alii interim illam Tabulis Prop. inſequenti deſcribendis cenſebunt annumerandam, cum aliâ atque aliâ opus ſit Refractionis Tabulâ pro diverſa Atmoſphæræ denſitate in diverſis locis.

PROPOSITIO LXIX.

Tabulas enumerare vulgatiores, quibus Locorum Terreſtrium inſigniorum ſitus mutuus & reſpectu Æquatoris deſcribitur, quibuſque Tempus in eorum aliquo numeratum ad Tempus ſecundum alterius uſum reducitur.

IN Catalogo Locorum inſignium cuique loco adſcribitur Elevatio Poli in iſto loco, (per Prop. XVII. definita;) cui æqualis eſt Latitudo Loci. Adſcribitur etiam (per Prop. XXXII. inventa) Differentia Meridiani Primi (ſive is per Aſtronomi habitationem, ſive per Azores aut Fortunatas inſulas traductus ſupponatur) & Meridiani dicti loci, & in Æquatoris partibus, vel in horis horæque partibus expreſſa. Sic enim Locorum iſtorum ſitus ad ſe invicem & ad Æquatorem conſtat, quo pro

re nata in Geographicis & Hydrographicis uti licebit. Hora in locorum altero numerata, ſi augeatur Differentiâ Meridianorum in horis horæque partibus expreſſâ, exhibet horam in Orientaliori loco numeratam; ſi minuatur Meridianorum differentiâ, horam in Occidentaliori numeratam oſtendit, modo uterque locus eodem genere horarum utatur: ſi diverſo utuntur, adhibitâ pro diverſitate reductione ad idem reducantur.

Præſto etiam ſunt Tabulæ, quibus Tempus in Locorum altero per Calendarium quodvis expreſſum, & ab Epocha quavis cognita numeratum, ad Tempus datæ formæ in altero uſitatæ expedite reducitur. Nam cum (per Propp. XI. & XII.) & Epochæ inter ſe conferri poſſint, & Annorum apud varias gentes formæ variæ, pateſcit harum Tabularum (hominibus negotia hiſtoriamve tractantibus æque ac Aſtronomis neceſſariarum) fundamentum & conſtruendi ratio.

Porro, circuli Climata ac Parallelos diſterminantes in Tabulas à quibuſdam rediguntur. Si enim initium fiat ab ipſo Æquatore, habetur Longiſſimæ Diei quantitas ad finem cujuſvis Climatis & Paralleli, initiumve proximi; hoc eſt, mora puncti ſolſtitialis ad Polum conſpicuum declinantis ſupra Horizontem. Dantur præterea dicti ſolſtitialis puncti Declinatio (nempe Eclipticæ Obliquitas) & Aſcenſio Recta: datur ergo (per converſ. Prop. XXXIII.) Elevatio Poli in illo loco; hoc eſt, circuli propoſitum Clima vel Parallelum terminantis diſtantia ab Æquatore.

PROPOSITIO LXX.

Tabulas deſcribere vulgatiores, quibus Primi Motûs Problemata in diverſis Terræ locis promptius ſolvuntur.

AD loca temporaque definienda ortûs & occaſûs Fixarum aliorumque Syderum, quorum nota ſunt loca, aliaque circa haſce ſolvenda Problemata Artifices calculum

calculum adhibent, prout fert occaſio. Verum, cum Motûs Solis longe inſignior & frequentior ſit uſus, ipſeque Sol Anni curriculo diverſos Eclipticæ gradus teneat; Tabulæ, quæ reſpectum horum punctorum ad Horizontem oſtendant, ad omnes Latitudines conduntur: nempe ad quemvis Latitudinis ab Æquatore gradum, Differentia inter Aſcenſionem Rectam & Obliquam cujuſque Eclipticæ gradus (per Prop. XXXIII. inventa) iſti Eclipticæ gradui ſuo nomine inſignito adjungitur, ex quibus Tabula fit, ſive potius Tabularum congeries; ſiquidem pro quovis Latitudinis gradu opus ſit Tabulâ ad ſingulos Eclipticæ gradus ſeſe extendente. Vocantur hæ *Tabulæ Differentiarum Aſcenſionalium*.

Differentiis Aſcenſionalibus ſic in Tabulas redactis, facile per ſolam additionem aut ſubtractionem Aſcenſiones Obliquæ Arcuſque Diurni ſingulorum Eclipticæ graduum ſimiliter in Tabulas rediguntur; indeque Horæ Ortus Occaſuſque Solis puncta iſta tenentis. Verum Operationes hæ tam leves ſunt, ut illas ad proprium Calculatoris laborem rejiciant: Niſi quod plerumque Aſtronomus, ſupputationibus multum detentus, ipſas haſce ad Domus propriæ locum ſupputatas habeat. Aliquando etiam *Amplitudinum Ortivarum* ſingulorum Eclipticæ graduum vel ad plures Latitudines, vel ſaltem ad Latitudinem ſibi propriam, *Tabulas* (ope Prop. XXXIII. conſtructas) in procinctu habet.

Alia inſuper eſt *Tabula* (per Prop. XXXV. conſtruenda) *Anguli Orientis*, nimirum quèm Ecliptica cum Horizonte comprehendit pro diverſis Eclipticæ punctis Orientibus in Latitudine data, vel (quod eodem recidit) Altitudinis ſupra Horizontem gradûs ab Oriente puncto Nonageſimi. Et quoniam in Solis Defectibus ſupputandis & aliis, hujuſce Anguli maximus eſt uſus, Tabulas ejus condunt pro ſingulis Latitudinis gradibus ab Æquatore ad Polum.

Quandoque etiam Initii & Finis Crepuſculi Matutini & Veſpertini, pro gradu Eclipticæ quem Sol tenet, ad diverſas Latitudines, (vel ſaltem ad Habitationis propriæ Latitudinem,) Tabulæ conduntur per Prop. XXXIX.

In omnibus hiſce Tabulis condendis laboris calculique compendia occurrunt, qualia Prop. LXVII. oſtenſa ſunt; breviorque & ornatior Tabulas ordinandi ratio inde oritur.

ASTRONOMIÆ PHYSICÆ ET GEOMETRICÆ ELEMENTA.

LIBER TERTIUS

DE THEORIA PLANETARUM PRIMARIORUM.

LIbro Primo oſtenſum eſt, quibus legibus oportet Planetam moveri, ut Ellipſin deſcribat circa Solem in ejus umbilicorum altero conſtitutum, quam ſolam inter figuras patiuntur Phænomena, quod fuſe ex obſervatis oſtendit *Keplerus* in ſuis *Commentariis de Motibus Stellæ Martis*, & nunc omnes Aſtronomi agnoſcunt. Ipſi Veteres Aſtronomi cum *Ptolemæo* (quibus nihil placuit in Cœlo præter perfectos Circulos, corporibus ingenerabilibus & incorruptibilibus, qualia Cœleſtia habuerunt, aptiſſimos,) per Phænomena compulſi in hanc ſententiam pene tranſierunt, dum motum in Excentrico commenti ſunt vere inæqualem, ſed æqualem in circulo Æquante, cujus centrum tantum ultra Excentrici centrum inde diſtabat, quantum veri motûs centrum citra illud; hoc eſt, dum Excentricitatem biſecabant, & Orbitam Planetæ ex puncto biſectionis tanquam centro deſcribebant. Excentrica enim hujuſmodi Planetæ Orbita Circularis non differt ab Orbita

Elliptica, cujus Foci ſunt dicta centra, præterquam quod illa circa medium craſſior ſit, hæc gracilior; quæ craſſitiei Orbitæ differentia in pleriſque Planetis propter parvam Excentricitatem inſenbilis fere eſt, & per Veterum obſervationes non diſtinguenda. Illam tamen ex *Tychonis* obſervationibus clariſſime & citra dubium evincit *Keplerus Cap.* XLIV. dictorum *Commentariorum.* Verum quidem eſt *Ptolemæum* ad Theoriam Solis ſimplicem Excentricum adhibere, neque Excentricitatem Orbitæ biſecandam cenſere; at in reliquorum Planetarum quolibet, præter Epicyclum (quo Phænomena revera à motu Telluris ipſi non agnito orta explicat) uſus eſt (*Cap.* V. *Lib.* IX. *Magn. Conſtruct.*) Excentrico deſcripto ex centro biſecante Excentricitatem. Immo ipſe *Copernicus* perfectionem motûs & viæ Planetarum tam ratam habuit, ut Excentricitatis biſectionem (*Cap.* II. *Lib.* V.) propterea cenſeat rejiciendam, quod abſurdum ſit concedere *motûs circularis æqualitatem fieri poſſe circa centrum alienum & non proprium*, (quam & *Ptolemæi* quondam fuiſſe ſententiam liquet ex *Cap.* III. *Lib.* III. ubi pronunciat *Stellarum motus æquales omnes eſſe circulareſque naturâ*; id eſt (ut ipſe explicat) *omnes lineas, quæ Stellas aut circulos earum circumducere intelliguntur in omnibus ſimpliciter æqualibus temporibus æquales Angulos ad centra cujuſlibet circulationis intercipere*, licet hanc poſtea mutaverit citato *Lib.* IX.) & *Cap.* IV. ejuſdem *Lib.* Epicyclum cum ſimplici Excentrico potius inducendum vult, paria cum Excentrico & Æquante facientem; vel etiam Concentricum cum duobus Epicyclis. Sed nondum factæ erant exactiſſimæ illæ & multiplices *Tychonis* obſervationes, quibus ſolis nixus *Keplerus* Planetarum Orbitas Ellipticas eſſe oſtendit; licet *Ricciolus* oblique inſinuet cœpiſſe *Keplerum* ſuſpicari Viam Planetæ per Auram Æthercam eſſe Ovi-formem; id ſcilicet pro ſua ſagacitate ſubodoratum ex inſpecta figura Ovali, quam *Reinholdus* in fine *Theoricarum Purbachii* adjeci-

jeciſſet ad Lunam pertinentem. In hujuſmodi igitur vera Planetæ Orbita Elliptica A L P, ubi S Focus alter eſt Solis locus, A S P linea Apſidum, A Aphelium, P Perihelium, L Locus Planetæ ad libitum aſſumptus, A L S Area ſub rectis S A, S L & curva Elliptica A L comprehenſa (computata ab S A in conſequentia Signorum,) vocatur *Anomalia Media*, id eſt, Æquabilis; hæc enim Area creſcit æquabiliter, nempe in eadem ratione cum tempore: Et A S L Angulus, à linea Apſidum S A & radio vectore S L comprehenſus, dicitur *Anomalia Coæquata*, ſive *Vera*. Decuit enim Aſtronomiæ Phyſicæ Cultores quam minimum fieri poſſet ab antiquis vocibus diſcedere; quippe non ſolum uſu ſtabilitis, ſed revera etiam aptiſſimis.

Tab. XVIII. Fig. 3.

SECTIO I.

Generalia ad Planetarum omnium Theoriam spectantia.

PROPOSITIO I. LEMMA.

Tab. XVIII. Fig. 4. *Si ſuper Ellipſeos* P B A, *cujus centrum* C, *majorem axem* P A *tanquam diametrum deſcribatur circulus* P D A, *&* *à puncto* G *in circuli circumferentia ad libitum aſſumpto ad* P A *demittatur perpendicularis* G E, *Ellipſin ad* L *interſecans; & ab aliquo in axe* A P *puncto* (*ex. gr. focorum alterutro* S) *ad* G *&* L *ducantur rectæ* S G, S L; *erit trilineum* A G S *ſub rectis* S A, S G *& curva circulari* A G *comprehenſum ad integrum circulum, ſicut trilineum* A L S *ſub rectis* S A, S L *& curva Elliptica* A L *comprehenſum ad integram Ellipſin.*

DUcatur enim ad E G utcunque parallela *e g*, diametro in *e*, Ellipſi in *l*, & circulo in *g* occurrens. Eritque (per *Prop.* XXI. *Lib.* I. *Conicorum Apollonii*) *e l* ad C B in ſubduplicata ratione rectanguli ſub P *e*, *e* A ad rectangulum ſub P C, C A, ſive C D *q*: & *e g* ad C D eſt etiam in ſubduplicata ratione P *e* × *e* A ad C D *q*: Igitur (per XI. *El.* V.) *e l* eſt ad C B, ſicut *e g* ad C D; adeoque *e l*: *e g*:: C B: C D; in ratione ſc. data. Cumque hoc ſemper fiat, erunt omnes *e l* ſuper E A inſiſtentes ad totidem *e g*; hoc eſt, ſemi-ſegmentum ellipticum A L E ad ſemi-ſegmentum circulare A G E, in eadem illa ratione data C B ad C D. Rurſus (per *Prop.* I. *El.* VI.) triangulum L S E eſt ad triangulum G S E ut L E ad G E; hoc eſt (ut hactenus oſtenſum) ut C B ad C D; unde (per *Prop.* XII. *El.* V.) A L E & L S E ſimul; hoc eſt, A L S eſt ad A G E & G S E ſimul, ſive A G S, in ratione C B ad C D: Et ſimiliter, in eadem iſta ratione C B ad C D ſunt etiam omnes *e l* ſuper integram P A inſiſtentes

ſtentes ad totidem *e g*; hoc eſt, ſemi-ellipſis P B A ad ſemicirculum P D A. Et igitur A L S eſt ad A G S, ſicut ſemi-ellipſis P B A ad ſemicirculum P D A, ſive ut Ellipſis ad circulum. Et viciſſim trilineum A L S eſt ad integram Ellipſin, ſicut trilineum A G S ad integrum Circulum. Q. E. D. *Tab. XVIII. Fig. 4.*

Unde ſi proponatur ſemi-ellipſis P B A dividenda in duo ſegmenta habentia rationem datam, per rectam S L è dato in Axe puncto S exeuntem, ſufficit ſemicirculum P D A (ſemi-ellipſi quodammodo notiorem) dividere per rectam S G in dicta ratione, & ex G puncto ad P A perpendicularem G E demittere Ellipſi in L occurrentem: juncta enim recta S L ſemi-ellipſin P B A in eadem ratione dividit, in qua ſemicirculus P D A per rectam S G diviſus eſt: Vel ſi A B P ſit Orbita Elliptica Planetæ, in cujus altero foco S eſt Sol; ſicut Planetæ in L Anomalia Media repræſentatur per trilineum A L S, repræſentari etiam poterit per trilineum A G S.

PROPOSITIO II.

Datâ Planetæ Orbitâ, quot libuerit Anomalias Medias & correſpondentes Veras calculo determinare.

SIt data Planetæ Orbita Elliptica A L B P, in cujus Focorum altero S Sol conſtituitur. Sit A Aphelium, P Perihelium, C Centrum, C A vel C P media Planetæ à Sole diſtantia, C B D ad A P normalis. In circulo A D P, circa majorem Orbitæ axem tanquam diametrum deſcripto, ſumatur ad libitum ab A arcus A G vel angulus A C G numero graduum & ſcrupulorum (ut vulgo fit) expreſſus. Et quoniam (per XXXIII. *El.* VI.) arcus A G eſt ad integram circumferentiam ut A G C ſector ad integrum circulum, ſi circulus æque ac circumferentia diviſus intelligatur in partes æquales 360, nempe ſectores circulares circumferentiæ gradibus correſpondentes; idem numerus, qui exprimit arcum A G, exprimit etiam & ſectorem circularem *Fig. 5.*

Tab. XVIII. Fig. 5. cularem A G C; hunc quidem in parvis ſectoribus, illum vero in parvis arcubus: horum utrumvis vocat *Keplerus Anomaliam Excentri.* Sed ex circuli dimenſione (accurata ſatis ad calculum) datur ratio quadrati ſemidiametri ad integrum circulum; & ex Orbitæ ſpecie data, dabitur ratio mediæ diſtantiæ B S ſeu C A, & etiam ſemiaxis minoris B C ad excentricitatem S C; & inde ratio trianguli B C S ad radii quadratum; & ex ratione arcûs aſſumpti A G ad circumferentiæ quadrantem A D, dabitur ratio ſinuum eorundem, ſc. D C ad G E, & conſequenter etiam ipſius B C ad G E; hoc eſt, per I. *El.* VI. ratio trianguli B C S ad G C S. In partibus ergo quarum circulus continet 360, dantur ſector A G C & triangulum G C S, (cui analogum L C S *Æquationis Pars Phyſica* dicitur, ſicut Angulus S L C *Pars Optica*;) adeoque horum aggregatum A G S trilineum, quod Prop. præced. oſtenſum eſt proportionale eſſe trilineo A L S., & proinde Anomaliam mediam jure repreſentare. Nam ſi Orbitæ Ellipticæ A B P area tota in 360 partes æquales diviſa concipiatur, illius pars A L S, nempe Anomalia media Planetæ in L, tot ejuſmodi partes continebit, quot A G S continet partes ſimiles areæ circularis A D P; adeoque eodem exprimetur numero. Rurſus, in triangulo G C S, datâ ratione laterum G C, C S (Diſtantiæ mediæ Planetæ à Sole ad Excentricitatem) & angulo comprehenſo G C S, (aſſumpti nempe A C G complemento ad duos rectos,) dabitur (per XLI. *Datorum*) angulus G S C; adeoque & A S L Anomalia coæquata, nempe angulus cujus tangens E L eſt ad E G tangentem anguli A S G prius inventi in ratione datæ Orbitæ ſemiaxis minoris C B ad ſemiaxem majorem C D. Et cum Anomalia media & vera, per calculum inventæ, eidem aſſumpto arcui A G congruant, erunt & inter ſe congruæ; ſive altera alteri correſpondebit. Et pari modo licet alium quemvis arcum aſſumere, & congruas Anomalias (mediam ſc. & veram) inde calculo determinare, quæ proinde erunt inter ſe correſpondentes.

PROPOSITIO III.

Datâ Anomaliâ mediâ Planetæ, cujus Orbita datur, Anomaliam veram & Planetæ Diſtantiam à Sole por calculum invenire, & viciſſim.

NUllam dari calculi methodum directam Problema hoc ſolvendi pronunciat *Keplerus* ad finem *Part.* IV. *Phyſicæ Cœleſtis.* Quomodo vero methodo indirectâ & ad uſus Aſtronomicos ſatis accommodatâ hujuſce Problematis calculus abſolvi poterit, nunc oſtendendum eſt. In circulo A D P, Orbitam in Aphelio & Perihelio tangente, ſumantur Anomaliæ Excentri arcus A G, vel anguli A C G, per ſingulos gradus ſe excedentes. Ad horum unumquemque (per præcedentem) inveniantur correſpondentes Anomaliæ; media ſc. & vera. Poſt conditum ergo, pro Planetæ Orbita data, Canonem Anomaliæ mediæ & correſpondentis coæquatæ ad ſingulos arcus Anomaliæ Excentri, quæratur inter eas Anomalia media data; correſpondens Anomalia vera eſt ea quæ quæritur. Quod ſi Anomalia media propoſita inter Canonicas iſtas non reperiatur, per partem proportionalem (modo vulgo noto) invenietur Anomalia vera quæſita. Si ſine Tabulis operandum ſit, *Keplerus* Regulam Poſitionum (Falſi etiam dictam) adhibere ſuadet; ponendo ſcilicet Anomaliam Excentri A G arcum, vel A C G angulum, vel A G C ſectorem (tria enim hæc eodem numero deſignantur) partium quotlibet, eique ſic ſumptæ addendo vel ſubducendo, prout opus fuerit, congruum Æquationis parti Phyſicæ analogum triangulum, nempe G S C, ut fiat Anomalia media A G S. Nam ſi ea tanta prodit quanta eſt quæ propoſita fuit, bene poſita erat Anomalia Excentri, & huic congrua Anomalia vera eſt ea quæ quæritur; quippe Anomaliæ mediæ datæ competens: At ſi non tanta prodit, ex illa quæ prodit emendanda erit poſitio, laborque repetendus. Ad Planetæ Diſtantiam à Sole inveniendam *Tab XVIII. Fig. 5.*

Tab. XVIII. Fig. 5. veniendam, in triangulo L C S datur angulus L S C, ſuperius nempe inventa Anomalia coæquata; item angulus L C S, reliquus ad duos rectos ipſi L C A, cujus tangens eſt ad tangentem anguli A C G Anomaliæ Excentri ut Orbitæ axis minor ad majorem: datur etiam Excentricitas S C, unde innoteſcit S L diſtantia Planetæ à Sole.

Parique modo, vel ex Tabulis jam conditis vel per Regulam Poſitionum, ex data Anomalia vera determinabitur media.

PROPOSITIO IV.

Semicirculum, per rectam ex dato diametri puncto eductam, in data ratione dividere.

Fig 6. SIt ſemicirculus A G B, cujus centrum C, diameter A B; punctum in diametro datum S; è quo nempe educenda eſt recta S G peripheriam in G interſecans, ita ut area A G S ſit ad aream B H G S in ratione data, nempe P ad Q. Ponatur factum, & ex G in A C demittatur perpendicularis G E. Vocentur ſemidiameter A C vel C B, R; A E, X; quarta proportionalis rectis S C, C A & ſemiperipheriæ A H B, M. Unde fiet ſemiperipheria A H B ducta in radium C A; hoc eſt, duplus ſemicirculus A H B, æqualis S C × M, ſive $M = \frac{2\,AHB}{SC}$. Rurſus, quoniam ex hypotheſi Area A G S eſt ad B H G S ut P ad Q; erit A G S + B H G S; hoc eſt, ſemicirculus A H B ad A G S ut P + Q ad P: unde P × A H B = A G S × P + Q, & hinc $\frac{P \times 2\,AHB}{P+Q} = 2\,AGS$. Vocetur porro $\frac{P \times M}{P+Q}$, *a*: adeoque, loco M ponendo illius valorem $\frac{2\,AHB}{SC}$, erit $a = \frac{P \times 2\,AHB}{P+Q \times SC}$; hoc eſt, ipſi $\frac{2\,AGS}{SC}$; ſive S C × *a* = 2 A G S. Sumatur præterea ad partes B, C T quæ ſit ad C B ut C B ad C S, voceturque A T, *b*; unde

b; unde CT $= b - R$, adeoque SC $= \frac{R^2}{b - R}$: & SC $\times a$; hoc eſt, 2 AGS $= \frac{R^2 \times a}{b - R}$. Cumque CE $=$ R $-$ x erit SE $= R - X + \frac{R^2}{b - R}$. Atqui 2 AGS $=$ 2 AGE $+$ 2 GSE $=$ 2 AGE $+$ GE $\times$ ES. Sed ex Serierum doctrina nunc vulgo nota, in circulo cujus ſemidiameter vocatur R, ſegmentum cujus ſagitta AE eſt X; hoc eſt, Tab. XVIII. Fig. 6.

$$2\,AGE = \tfrac{4}{3}\sqrt{2}\, R^{\frac{1}{2}} X^{\frac{3}{2}} - \frac{2R^{-\frac{1}{2}} X^{\frac{5}{2}}}{5\sqrt{2}} - \frac{a^{-\frac{3}{2}} X^{\frac{7}{2}}}{28\sqrt{2}} - \&c.$$

Et ipſa GE $=$ ($\sqrt{2RX - X^2} =$, ex ipſa operatione,) $\sqrt{2}\, R^{\frac{1}{2}} X^{\frac{1}{2}} - \frac{R^{-\frac{1}{2}} X^{\frac{3}{2}}}{2\sqrt{2}} - \frac{R^{-\frac{3}{2}} X^{\frac{5}{2}}}{16\sqrt{2}} - \&c.$ Unde SE$\times$EG, ſive

$$2\,SEG\ \text{Triang.} = \begin{cases} \sqrt{2}\, R^{\frac{3}{2}} X^{\frac{1}{2}} - \frac{5R^{\frac{1}{2}} X^{\frac{3}{2}}}{2\sqrt{2}} + \frac{7R^{-\frac{1}{2}} X^{\frac{5}{2}}}{16\sqrt{2}} \\ + \frac{R^2}{b-R}\ \text{duct. in}\ \sqrt{2}\, R^{\frac{1}{2}} X^{\frac{1}{2}} - \frac{R^{-\frac{1}{2}} X^{3}}{2\sqrt{2}} \\ - \frac{R^{-\frac{3}{2}} X^{\frac{5}{2}}}{16\sqrt{2}}\ \&c. \end{cases}$$

$$\text{Adeoque } 2\,AGS = \frac{R^2 a}{b-R} = \begin{cases} \tfrac{4}{3}\sqrt{2}\, R^{\frac{1}{2}} X^{\frac{3}{2}} - \frac{2R^{-\frac{1}{2}} X^{\frac{5}{2}}}{5\sqrt{2}} \\ - \frac{a^{-\frac{3}{2}} X^{\frac{7}{2}}}{28\sqrt{2}}\ \&c. \\ \sqrt{2}\, R^{\frac{3}{2}} X^{\frac{1}{2}} - \frac{5R^{\frac{1}{2}} X^{\frac{3}{2}}}{2\sqrt{2}} + \\ \frac{7R^{-\frac{1}{2}} X^{\frac{5}{2}}}{16\sqrt{2}}\ \&c. \\ \frac{R^2}{b-R}\ \text{duct. in}\ \sqrt{2}\, R^{\frac{1}{2}} X^{\frac{1}{2}} \\ - \frac{R^{-\frac{1}{2}} X^{\frac{3}{2}}}{2\sqrt{2}} - \frac{R^{-\frac{3}{2}} X^{\frac{5}{2}}}{16\sqrt{2}}\ \&c. \end{cases}$$

 Et

Et poſt ordinatam reductamque æquationem ſecundum artem invenietur,

$$a = \sqrt{2}\,b\,R^{-\frac{1}{2}}x^{\frac{1}{2}} - \frac{2R^{-\frac{1}{2}}x^{\frac{3}{2}}}{3\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{2}\,b\,R^{-\frac{3}{2}}x^{\frac{3}{2}}}{12} - \frac{\sqrt{2}\,R^{-\frac{3}{2}}x^{\frac{5}{2}}}{20} + \&c.$$

Et quadrando utramque æquationis partem ad tollendam aſymmetriam, eamque ordinando deletis terminis ſe mutuo deſtruentibus, fiet

$$a^2 = \frac{2b^2}{R} \times x + \left.\begin{matrix}\frac{b^2}{3R^2}\\ -\frac{4b}{3R}\end{matrix}\right. \times x^2 + \left.\begin{matrix}\frac{2}{9R}\\ +\frac{4b^2}{45R^3}\\ -\frac{14b}{45}\end{matrix}\right. \times x^3 \quad \&c.$$

Unde x ſeu A E $= \frac{Ra^2}{2b^2} + \frac{R^2a}{6b^5} - \frac{Ra^4}{24b^4} + \frac{Ra^6}{720b^6}$ &c.

Sumptâ igitur A E æquali tot hujus ſeriei terminis quot libuerit, & ex E erectâ ad A B perpendiculari A G, occurret hæc circulo in quæſito puncto G. Q. E. F.

Et per Prop. I. eadem E G Ellipſi cuivis A K B ſuper majorem axem A B deſcriptæ occurret in L, ita ut juncta S L dividat ſemi-ellipſin A K B in duas partes A L S, B K L S datam habentes rationem.

Quo minores fuerint diſtantia punctorum C & S (hoc eſt, quo minor Ellipſeos excentricitas) & ratio P ad Q, eo pauciores hujus Seriei termini in uſum aliquem ſufficient: Nam oportet rationem P ad Q parvam eſſe ut ſeries, quæ eſt valor ſegmenti A G E, cito convergat; hoc eſt, ut pauci illius termini ſint ſegmento proxime æquales.

Problematis iſtius ſolutionem hanc jam olim dedi in *Exercitatione Geometrica de Dimenſione Figurarum* Anno 1684 *Edinburgi* edita: placuit tamen illam hoc loco (quippe ſuo) denuo inſerere. P R O-

PROPOSITIO V.

Elipſin haud admodum excentricam rectâ per focorum alterum ita dividere, ut Areæ Ellipticæ portio inter majorem Axem & ducendam rectam comprehenſa ſit quamproxime ad integram Ellipſin in data ratione minoris inæqualitatis.

METHODUS Prop. III. tradita Annomaliam veram ex media inveniendi tentativa & indirecta habetur: Geometrica vero quævis utut elegans (qualem per Cycloidem protractam olim exhibuit Celeb. D. *Walliſius*) calculo Aſtronomico minus apta; quæ vero per Series rem conficit (ut Prop. IV) laborioſa nimis; unde ad approximationes confugiunt Aſtronomi, imprimis ſequentem.

Proponatur Ellipſis A L P, cujus centrum C, focus alter S, alter F. Ex foco S ducenda eſt recta S L, ita ut trilineum A L S datam quamproxime habeat rationem ad integram Ellipſin A L P A. *Tab. XVIII. Fig. 7.*

Ad Focum alterum F fiat angulus A F L, eandem habens rationem ad quatuor rectos, quam oportet trilineum A L S habere ad integram Ellipſin, cujus crus F L Ellipſi occurrit in L, juncta S L propoſitum quamproxime conficiet. Nam, coeuntibus focis S & F cum centro C, propoſitum exacte conficitur, ut ex Prop. XXXIII. *El.* VI. conſtat; error ergo tantus eſt quantus ab Excentricitate provenit: Eâ igitur parvâ exiſtente, hoc eſt, in Ellipſi haud admodum excentrica, area A L S eſt ad integram Ellipſin ſicut angulus A F L ad quatuor rectos; id eſt in ratione data.

SCHOLIUM.

Ipſe *Keplerus*, qui primus oſtendit Ellipſin ita à Planeta percurri, ut æqualibus temporibus æquales areæ per rectas

rectas ad Solem in Foco poſitum ductas abſciſſæ deſcribantur, advertit etiam ad hanc approximationem, eamque *Cap.* III. *Part. Alter. Lib.* V. *Epit.* deſcribit dicens; *ut ſi* L *eſset Planeta*, A F L *angulus eſſe poſſet loco Anomaliæ mediæ fere.* Ab illa tamen prorſus abſtinuit, tum quod in Planeta Marte aperte diſſentiat à Cœlo, tum præcipue quod elegantes demonſtrationes motuum à Cauſis ſuis Phyſicis hoc pacto prorſus neglectæ & incultæ, quippe penitus ignotæ, jacerent; maluitque in vera Phyſica Planetarum Theoria perſiſtere, licet methodum indirectam adhibere compulſus fuerit, ut ex Anomalia media coæquatam inveniret, quam aliam à naturali alienam ſequi, in qua iſtud facillime & directe fieri poſſit.

Poſtea tamen Celeb. Aſtron. *Sethus Wardus* hanc tanquam ab ipſa Rerum Natura adhibitam Planetarum Theoriam uſurpavit; cujuſvis nempe Planetæ Orbitam eſſe Ellipticam aſſumit, in cujus Foco altero eſt Sol, quem Motuum Planetariorum verum atque Phyſicum inſtrumentum agnoſcit; ſuper alterum interim Focum ita temperari Planetæ cujuſque motum, ut temporibus æqualibus æquales illic angulos abſolvat; & ſuper hanc hypotheſin *Aſtronomiam* ſuam *Geometricam Ellipticam* (opus egregium & cui plurimum debet omnis ſanior Aſtronomia) exſtruxit. Geometriam enim (quâ pollebat) adeo feliciter ad Aſtronomiam applicuit, ut non tantum ex data Anomalia media veram directe & Geometrice invenerit, ſed omnium Planetarum Orbitas tum quoad figuram & ſitum, tum quoad magnitudinem (aſſumptâ Orbitâ Telluris pro menſura) determinaverit. Attamen *Aſtronomiæ adhærentem* Ἀγεωμετρησίας *labem* minime *delevit*: Iſta enim ſolvit Problemata Aſtronomica non in genuino & vero Syſtemate, in quo ad eorum ſolutionem Geometras provocaverat *Keplerus*; ſed in vicario & ficto, licet vero proximo. Maximi tamen eſt uſûs Aſtronomiæ ſuæ Methodus:

thodus: cum enim Planetarum ellipticæ Orbitæ non ſint admodum excentricæ, ſed ad circulos fere accedant, neque *Wardi* hypotheſis, in qua motum circa Focum à Sole diverſum ſtatuit æquabilem, ab accurata multum abludet; & ad determinandas quamproxime Planetarum Orbitas conducet plurimum, quæ (repetendo calculum, ut inferius oſtendetur) poterunt denuo accuratiores ad libitum reddi.

Verum quidem eſt Clariſſ. *Iſmaelem Bullialdum* in *Aſtronomia Philolaica*, dum Planetam quemque in Ellipſi moveri ſtatuit, & Ellipſin hanc ita ex Cono ſecat, ut Coni axis per Ellipſeos umbilicorum alterum tranſeat, & denique dum *Cap.* XV. *Lib.* I. *motum Planetæ æqualem* ponit *circa Conum & in circulis baſi Coni æquidiſtantibus*; æquabile incrementum angulorum ad Focum à Sole diverſum, (illum nempe per quem Coni axis tranſit,) hoc eſt, *Wardi* Hypotheſin neſcientem ſuppoſuiſſe: neque hoc prius agnovit quam Cl. *Wardus* in Aſtronomiæ illius fundamenta inquireret, in cujus *Inquiſitionis Cap.* I. iſtud demonſtrat. *Bullialdus* igitur ipſe, qui *Kepleri* propter errores ſuos & defectus in Geometria miſeretur, viciſſim ab Acutiſſ. *Wardo* pœnas luit, dum hic oſtendit *Bullialdo* (præter errores aliquammultos quos admiſſos ingenue fatetur in *Aſtron. Philolaic. Fundament. Aſſert. contra S. Wardum*) ſuam Hypotheſin ſibi minime fuiſſe perſpectam, dum motum æquabilem circa Ellipſeos Focum à Sole diverſum inſcius ſupponit; quam tamen ſi expreſſe agnoviſſet, maximam Aſtronomiæ ſuæ partem felicius multo & facilius abſolviſſet.

Sed & *Comes Paganus* hanc ipſam hypotheſin, motûs nempe angularis æquabilis Planetæ circa Ellipſeos Focum à Solis loco diverſum, pro vera & genuina ſerio arripuit, & *Planetarum Theoriam* huic ſuperſtructam *Pariſiis* Anno MDCLVII. Gallico idiomate edidit; diſſenſumque ejus à Cœlo, qui in Octantibus ab Apſidibus eſt maximus,

in Obſervatorum errores audacter rejicit ad finem ſuæ Theoriæ. Et licet *Pagani Theoria* hæc *Wardi Aſtronomiâ Geometricâ* poſterior ſit anno integro, & tribus minimum annis *Inquiſitione in Bullialdi Aſtr. Philol. Fundamenta*, (ubi Aſtronomiæ ſuæ omnis fundamenta jecerat; & Problemata præcipua conſtruxerat;) tamen ulterius non pergit *Paganus*, quam ad Planetæ locum in ſua Orbita data ad tempus aſſignatum ejuſque à Sole diſtantiam determinandum, hoc eſt, ipſa Aſtronomiæ principia ſtabilienda; omiſſa omni Aſtronomiâ comparativâ, in qua, per Geometriam excolenda, operam tam pulchre collocaverat Celeb. *Wardus*.

PROPOSITIO VI.

Poſitâ approximatione modo deſcriptâ pro ſatis accurata (*id eſt, in Hypotheſi* Wardi,) *ex data Anomalia media Anomaliam coæquatam & Planetæ à Sole Diſtantiam invenire in Orbita data.*

Tab. XVIII Fig. 8. PRoponatur A L P Planetæ Orbita elliptica circa Solem in S tanquam Focum conſtituta; hujus Aphelium ſit A, Perihelium P, Axis major A P: ex data Anomalia media A F L angulo invenienda eſt Anomalia coæquata, nempe angulus A S L, & Planetæ in L Diſtantia à Sole, ſc. S L; hoc eſt, hujus rectæ ratio ad F S vel A P.

Producatur F L ad B, ut ſit L B æqualis L S; & jungatur B S. Et quoniam (per *Prop.* LII. *Lib.* III. *Conic. Apollonii*) F L & L S ſimul æquantur axi A P, erit F B eidem A P æqualis. Adeoque in triangulo B F S datis lateribus B F, F S cum angulo intercepto B F S, Anomaliæ mediæ datæ A F L complemento ad duos rectos aut ad quatuor, (prout L eſt in primo vel ſecundo Anomaliæ ſemicirculo;) innoteſcent anguli F S B & F B S, ſive L S B, quorum differentia A S L eſt Anomalia coæquata quæſita. In triangulo porro L F S ab initio dantur angulus L F S

& latus

& latus F S, & nunc inventus eſt angulus F S L, adeoque & reliquus F L S; invenietur ergo latus L S in partibus datæ diſtantiæ Focorum S F; hoc eſt, Planetæ à Sole Diſtantia. Q. E. F. *Tab. XVIII. Fig. 8.*

In quærendis angulis F S B, F B S in triangulo B F S, ex datis B F, F S, cum angulo B F S; fit (per vulgatum Trigonometriæ canonem) B F & F S ſimul ad B F dempto F S, ſicut tangens ſemiſſis angulorum B & F S B ad tangentem ſemiſſis differentiæ eorundem. Sed B F & F S ſimul æquantur ipſis A P & F S ſimul; & B F dempto F S æqualis A P dempto F S, ſive bis S P; & ſumma angulorum B & F S B æqualis externo A F L, nempe Anomaliæ mediæ; illorum vero differentia æqualis F S L Anomaliæ coæquatæ. Et igitur ſumma ipſarum A P & F S eſt ad 2 P S, ſive illius ſemiſſis S A ad hujus ſemiſſem P S; hoc eſt, diſtantia Planetæ aphelios ad ejuſdem diſtantiam perihelion, ut tangens dimidiæ Anomaliæ mediæ ad tangentem dimidiæ Anomaliæ coæquatæ: in qua analogia primi duo termini ſunt conſtantes in dato Planeta.

Simili modo ex data Anomalia coæquata invenietur media. Quod ſi non Anomalia coæquata A S L datæ mediæ A F L congrua quæratur, ſed angulus F L S, (*Æquatio Elliptica* dicta;) erit hic duplus anguli F B S prius inventi. Hic vero angulus ſubtractus ab Anomalia media A F L, Planetâ ab Aphelio ad Perihelium deſcendente, ſive in primis ſex Anomaliæ Signis, relinquit coæquatam A S L: additus vero Anomaliæ mediæ in ultimis ſex ejuſdem Signis coæquatam conficit; unde & *Proſthaphæreſis* dicitur.

PROPOSITIO VII.

Approximationis præcedentis correctionem à Cl. Iſmaele Bullialdo *adductam explicare ; &, quomodo (eâ poſitâ) Anomalia coæquata & Planetæ Diſtantia à Sole inveniantur, oſtendere.*

Tab. XVIII. Fig. 9.

CL. *Iſmael Bullialdus*, dum *Aſtronomiam Philolaicam* tuetur adverſus *Wardum* in Libro cui titulus *Aſtronomiæ Philolaicæ Fundamenta explicata*, *Cap.* I. & II. ex quatuor obſervationibus à *Tychone* factis oſtendit Hypotheſin modo deſcriptam *Wardi* Marti non convenire, ſed in primo & tertio Anomaliæ mediæ quadrante Martem eſſe promotiorem quam pro hac Hypotheſi eſſe debet, at in quadrante Anomaliæ mediæ ſecundo & ultimo Martem minus eſſe promotum quam poſtulat hæc Hypotheſis. At ne nunc quidem ad ſagaciſſimum *Keplerum* reſpexit, ſecundum cujus Syſtema phyſicum rem ita ſe habere in omni Ellipſi oportet, & quidem in Marte ſenſibiliter, (quippe cujus Orbita ſenſibiliter eſt excentrica ;) & prout ipſi numeri à *Keplero* adducti oſtendunt. Sed Hypotheſin *Wardi* corrigere certus, quo illi paria rependere poſſit, hujuſmodi correctionem Anomaliæ mediæ, ut ſupra inventæ, *Cap.* IV. dicti Libri adduxit. Sit A L B P Planetæ Orbita elliptica, cujus Foci, Apſides, Centrum &c. deſignantur iiſdem literis quibus ſæpius ſupra : Sitque angulus A F L Anomalia media in Hypotheſi *Wardi*; nempe angulus A F L ad quatuor rectos, ſicut tempus quo Planeta percurrit arcum ellipticum A L ad integrum tempus periodicum. Et quoniam punctum L in primo & tertio quadrante Anomaliæ mediæ (hoc eſt, dum angulus A F L eſt minor recto, vel major duobus, minor vero tribus) non eſt tam promotum quam requirunt obſervationes, in ſecundo vero & quarto quadrante juſto promotius ; hoc eſt, quoniam A F L angulus eſt

in

in primo caſu parvus nimis, in ſecundo nimius; ideo angulum hunc ita corrigit *Bullialdus*. Per L ad A P ducatur perpendicularis Axi; huic in E, circulo vero diametro A P deſcripto occurrens in G, jungatur F G; angulus A F G pro Anomalia media aſſumatur loco ipſius A F L; & angulum A F G vocat *Bullialdus*, pro jure ſuo, *Anomaliam Mediam-veram*, relicto nomine *Mediæ* angulo A F L, qui Tempori eſt proportionalis: Adeoque locus Planetæ correctus in ſua Orbita erit V punctum, ubi F G Orbitæ occurrit. Angulo autem Anomaliæ mediæ A F L correſpondens angulus Anomaliæ mediæ-veræ A F V expedite invenitur, ſumendo angulum cujus tangens eſt ad tangentem Anomaliæ mediæ, ſicut major axis Ellipſis ad minorem; eritque hic is qui quæritur. Nam G E tangens anguli G F E eſt ad L E tangentem anguli L F E ad eundem radium F E, ut D C (ſive C A) ad B C. In triangulo porro V F S (prorſus ut Prop. præced. in triangulo L F S) datis latere F S, angulo externo A F V & ſummâ laterum F V & V S, invenitur F S V Anomalia coæquata, & latus V S Diſtantia Planetæ correcta à Sole. Q. E. F.

Atque hæc eſt *Wardi Hypotheſeos* correctio à *Bullialdo* adducta, ſatis quidem felix ſi pro correctione approximationis ad verum Syſtema tantum habeatur, prout decet; quippe *quâ effecit ut vel tandem ex Anomalia media colligeretur coæquata à priori, ſimulque calculus ſatisfaceret obſervatis, quod ante eum* (ex *N. Mercatoris* ſententia) *in Hypotheſi Elliptica præſtiterat nemo.* At cum illam pro vero & genuino Syſtemate venditat *Bullialdus*, & illius cauſas Phyſicas (*Cap.* III. & IV.) ſuo more ex *Cono* petit, non tantum Aſtronomiæ ſuæ *Philolaicæ* Fundamenta inexplicata relinquit, ſed & quaſi nulla prorſus forent Phyſica Aſtronomiæ fundamenta diſputat.

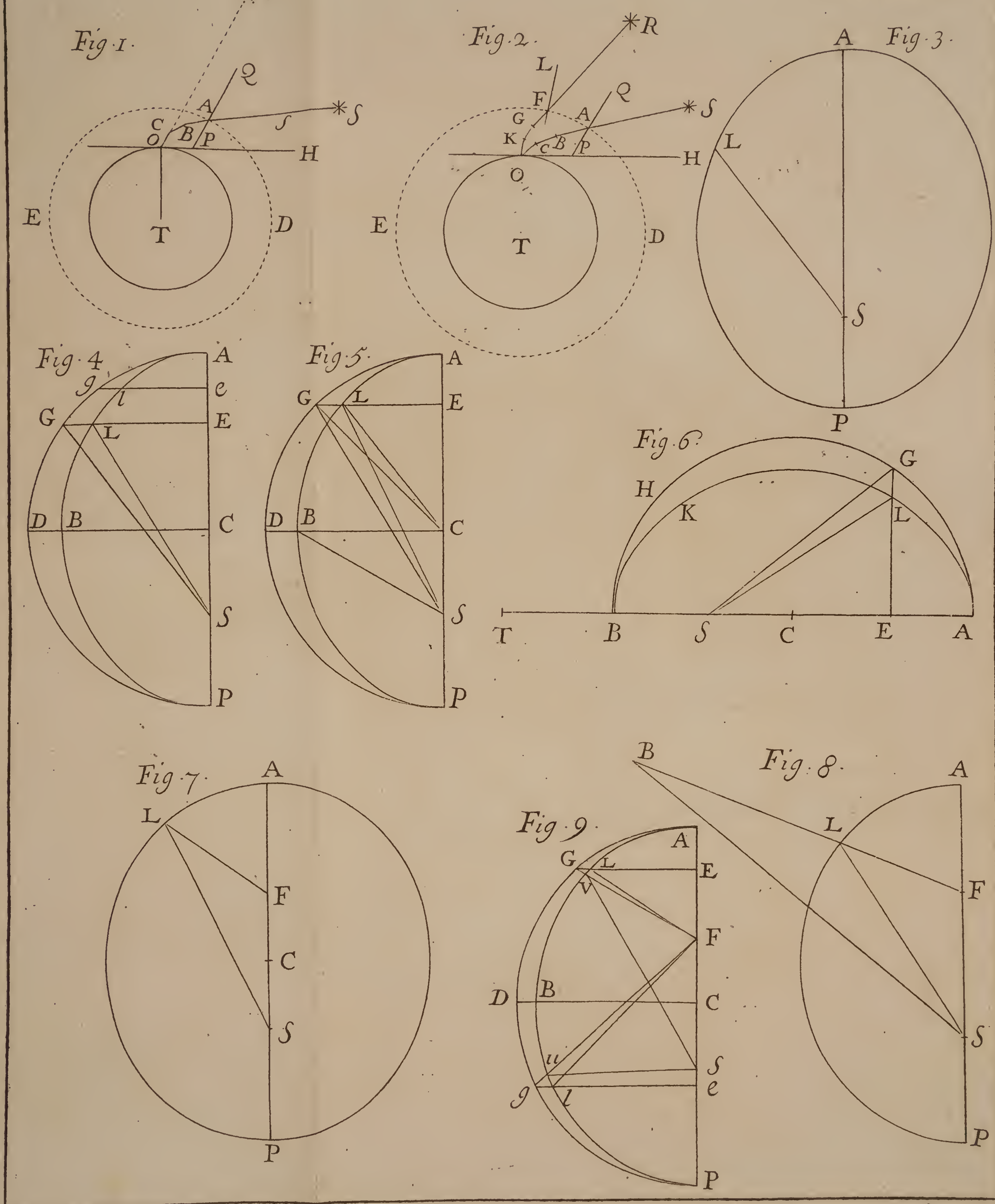
PROPOSITIO VIII.

Deſcribere Orbitam, in qua Planetam circa Solem deferri cenſet Celeb. Aſtronomus Dominicus Caſſini, *ejuſque cum Cauſis Phyſicis & Phænomenis convenientiam & diſcrepantiam explicare.*

Tab. XIX. Fig. 1.

CIrculi AKBH diameter AB dividatur bifariam in C puncto, per quod ducatur recta indefinita DE ad AB normalis. Dividatur rurſus AB in G, ita ut AG ſit ad GB ſicut Planetæ (cujus Orbita eſt deſcribenda) Diſtantia à Sole aphelios ad Diſtantiam perihelion ; & capiatur CF æqualis CG. Ex F ad AB erigatur normalis FH circulo occurrens in H. Centro F diſtantiâ FH deſcribatur circulus ſecans indefinitam DE in D & E punctis, quæ erunt extrema minoris Axis Orbitæ deſcribendæ. Ad invenienda reliqua ejus puncta ducatur per F utcunque recta IFK circulo in I & K occurrens. Centro F diſtantiâ IF vel KF deſcribatur circulus; centroque G diſtantiâ æquali alteri rectæ IFK ſegmento, nempe KF vel IF, alter circulus: horum circulorum interſectiones L, L, L, L erunt ad Orbitam. Atque hoc modo, propter binos ſuper utroque centro circulos, quatuor Orbitæ puncta eâdem operâ determinantur. Similiter alia atque alia illius puncta determinabuntur, aliam atque aliam ducendo rectam per F tranſeuntem & à circulo utrinque terminatam. Quoniam rectangulum ſub ſegmentis rectæ per punctum F ductæ & à circulo terminatæ datum eſt, nempe rectangulo ſub AF, FB (per *Prop.* XXXV. *Elem.* III.) æquale; patet rectangulum ſub rectis FL, GL à punctis F & G ad quodvis curvæ ALB punctum L ductis etiam dari, & rectangulo ſub AF, FB vel ſub AG, GB æquari; & ideo eſſe AG ad GL ſicut FL ad GB vel FA. Sicut in Ellipſi vulgari ſumma rectarum à duobus Focis ad punctum quodvis in circumferentia inclinatarum data eſt,

Tab. XVIII. pag.



ta eſt, ita rectangulum ſub rectis à punctis F & G ad quodvis in curva ADBE punctum ductis datur, unde & punctis hiſce F & G *Focorum* nomen indidit D. *Caſſinus*.

Curvam hanc vult eſſe Planetæ Orbitam, quam ita circa Solem in Foco G poſitum percurrit, ut anguli ad alterum Focum F proportionales ſint Temporibus; quem proinde Focum ſeu Centrum medii Motûs appellat, ſicut alterum G Motûs veri, ubi Solis Mundique Centrum locat. Unde Planetæ diſtantiæ quælibet binæ à Foco veri Motûs ſunt reciproce ut ejuſdem diſtantiæ à Foco Motûs medii. In Orbita hac ex data Anomalia media, nempe angulo AFL, Anomalia vera AGL determinatur, ſi in triangulo LFG ex datis baſi FG alteroque angulorum adjacentium LFG, (ipſius AFL Anomaliæ mediæ complemento,) & rectangulo ſub reliquis duobus lateribus FL, LG comprehenſo inveniantur reliqua.

Hypotheſis hæc *Caſſiniana*, in *Tractatu de Origine & Progreſſu Aſtronomiæ* breviter tradita, hoc habet incommodi phyſici, quod licet Planeta, urgente vi centripetâ verſus Solem cujuſdam certi generis, (cujus Lex per Corol. Prop. XXXVII. Lib. I. innoteſcet,) poſſit Orbitam ALDBE circa eundem in G poſitum deſcribere, tamen vis hæc diverſa prorſus erit ab ea in pleriſque Operationibus naturalibus uſurpata, quâque Ellipſis vulgaris, cujus iidem ſunt Foci & Vertices, circa Solem ibidem poſitum deſcribitur: Et hoc inſuper, quod Planeta Curvam ALD, ut à D. *Caſſini* ſupponitur, deſcribens (nempe ut ducta FL ubique ad Planetam, angulus AFL ſit Tempori proportionalis) iſti etiam Legi univerſali Prop. XI. Lib. I. demonſtratæ minime obtemperat, ut area ALG, quam radius vector GL è Sole exiens verrit, ſit etiam Tempori proportionalis. Unde Hypotheſis hæc, æque ac ſupra deſcripta *Wardi* & *Pagani* Hypotheſis, eſt phyſice impoſſibilis. Impoſſibile utique eſt ut Planeta, quâcunque vi centripetâ ad Solem tendente agitetur,

agitetur, Ellipſeos vulgaris Orbitæve hujus *Caſſinianæ* perimetrum deſcribat, ita ut anguli ad Focum à Sole diverſum ſint Temporibus proportionales. Nam hoc poſito, areæ ad Solem non eſſent Temporibus proportionales) ut de Ellipſi vulgari ſupra eſt oſtenſum, & infra de utraque oſtendetur) quod tamen neceſſario fit, ut Prop. XI. Lib. I. demonſtratum eſt.

Demonſtrabimus autem quod in Figura ſupra deſcripta A L D B E, *(aliâve quâvis verſus centrum ubique cavâ, cujus quatuor partes per duos axes factæ ſunt inter ſe æquales & ſimiles, & duo Foci* F *&* G *à centro æqualiter remoti,) angulus omnis ad Focum* F *non eſt ad quatuor angulos rectos ſicut area ad Focum* G *ad integram figuram* A D B E.

Tab. XIX. *Fig.* 2. Supponatur angulum ad Focum F eſſe ad quatuor rectos ut area ad Focum G ad integram figuram. Ducatur recta F L normalis ad A B; quo modo erit A F L angulus pars quarta quatuor rectorum, vel ſemiſſis duorum: adeoque area A L G erit ex hypotheſi pars quarta integræ figuræ A D B E, vel ſemiſſis dimidiæ A D B; hoc eſt, æqualis ipſi L D B G reliquæ ad dimidiam. Ex G ipſi F L parallela agatur G M Orbitæ occurens in M; eritque, ex natura Orbitæ, G M æqualis ipſi F L; & proinde per *Prop.* XXXIII. *Elem.* I. M L (quæ tota cadit intra curvam A D B E, cum ex hypotheſi hæc ſit ubique verſus centrum C cava) eſt æqualis & parallela ipſi G F; & per *Prop.* XXXIV. *Elem.* I. M G L triangugulum æquale eſt triangulo G F L. Cumque etiam figura A L F ſit, ex natura Orbitæ, æqualis figuræ B M G; erit figura A L G æqualis figuræ B M L G, rectis B G, G L, L M, & curvâ B M comprehenſæ. Sed modo oſtenſum eſt eſſe figuram B M D L G, rectis B G, G L, & curvâ B M D L comprehenſam, æqualem figuræ A L G; & igitur figura B M L G æqualis eſt figuræ B M D L G; pars toti: quod eſt abſurdum. Non eſt igitur figura A L G qua-

quadrans integræ figuræ A D B E, quando A F L angulus eſt quadrans quatuor rectorum; ſive angulus omnis ad Focum F non eſt ad quatuor angulos rectos ſicut area ad Focum G ad integram figuram. Q. E. D.

Prædicta porro Hypotheſis in eo laborat, quod Anomalia vera, & congrua Anomalia media, Planetæque Diſtantia à Sole Phænomenis Cœleſtibus minime quadrent. Cum enim Ellipſis vulgaris Phænomenis congruat, altera illa *Caſſiniana*, cujus diverſa eſt natura, illis congruere nequit. Alius enim erit, ad tempus datum, Planetæ locus in Ellipſi vulgari A Y B Z, alius in Orbita *Caſſiniana* A D B E, iiſdem Verticibus A, B iiſdemque Focis F, G deſcripta, tum quoad Anomaliam veram ſive angulum cum A B ad G contentum, tum quoad Diſtantiam à Sole reſpectu Apheliæ diſtantiæ G A. Et licet in Orbitis, quarum Excentricitas eſt admodum parva, differentia non ſit valde ſenſibilis; ubi Excentricitas eſt magna, res aliter ſe habet. In priori caſu ipſe circulus A Q B X diametro A B deſcriptus Phænomenis fere ſatisfacit. Omnes tamen Aſtronomi hodie agnoſcunt Orbitam circularem eſſe circa medias longitudines, ut Q & X, latam nimis. Orbita vero hæc *Caſſiniana* A D B E è contrario peccat gracilitate nimiâ in iiſdem locis. Ponatur *ex. gr.* Ellipſis vulgaris A Y B Z, cujus major Axis eſt minoris ſeſqui-quartus, iiſdem verticibus & focis deſcripta intelligatur Orbita *Caſſiniana* A D B E; deficiet hujus minor Axis D E à veræ Orbitæ ellipticæ minore Axe Y Z pluſquam hujus triente, cum interim Orbitæ circularis latitudo Q X minus excedet Y Z; ejus nempe tantum quadrante. Orbita igitur hæc, cum neque Rationes Phyſicæ reſpondeant, (quippe omnino impoſſibile eſt ut deſcribatur modo quo ab ipſius Auctore D. *Caſſini* requiritur, nempe ita ut anguli ad Focum à Sole diverſum proportionales ſint Temporibus; ſic enim area per radium vectorem deſcripta non eſſet Tempori proportionalis:

Tab. XIX. Fig. 3.

nalis: immo ad illam quomodocunque deſcribendam opus eſſet Vi Centripetâ ad Solem abhorrente ab illa per rerum naturam uſurpata, quæ, alterius omnis virtutis naturalis, â centro vel ad centrum, in lineis rectis per regiones in circuitu propagatæ inſtar, eſt ut quadratum diſtantiæ à centro inverſe,) neque Orbita Phænomenis obſervatiſque Cœleſtibus congruat, propter minoris Axis brevitatem, Orbiſque medii gracilitatem inde ortam; Orbita, inquam, hæc ex Aſtronomia eſt rejicienda.

ADDITIO
ad
PROPOSITIONEM VIII.
præcedentem excerpta ex
Tranſact. Philoſophicis Menſ. Septembr. Anni 1704.
DE ORBITA CASSINIANA.
Per
DOCTOREM GREGORIUM.

Tab. XIX. N°. 2. Fig. I.

EX quo Celeberrimus *Dom. Caſſini*, in *Tractatu de Origine & Progreſſu Aſtronomiæ*, Curvam quandam pro Planetæ Orbita Aſtronomis propoſuit, & de ipſius Curvæ natura, & de Gravitatis lege ad eam percurrendam requiſita, varie multumque ab eruditis diſputatum eſt. Mihi etiam de eadem denuo cogitanti cum diverſæ ejus ſpecies, tum & harum proprietates aliquæ nondum ſatis perſpectæ occurrebant. Has breviter contexere, & cum iis publice communicare volui, quibus hujuſmodi contemplationes non injucundæ videbuntur.

Satis notum eſt iſtius Orbitæ hanc eſſe naturam. Si a datis duobus punctis F & G ad quodvis curvæ punctum H ducantur rectæ FH, GH; rectangulum ſub FH, GH æquale

æquale eſt dato ſpatio. Recta F G hinc inde producta donec curvæ occurrat, oſtendit Vertices A & B; & A B eſt Axis principalis; mediumque inter vertices punctum C eſt figuræ Centrum; & D E, per C ad A B normalis, Axis minor; punctaque F & G Foci. *Tab. XIX. N°. 2. Fig 1.*

In hac figura ſi axis minor excedat diſtantiam focorum, Curva figuram terminans eſt ubique verſus centrum cava, qualis vulgo habetur. Si, manente axe principali, diſtantia focorum minuatur, augebitur axis minor, qui tamen minor manet axe Ellipſis eodem axe principali, iiſdemque focis deſcriptæ; donec tandem, coeuntibus focis, ille evadat æqualis axi majori, & figura abeat in Circulum. Si vero, è contra, diſtantia focorum augeatur; minuetur axis minor, fietque æqualis dictæ diſtantiæ, cum hæc eſt ad axem principalem ſicut unitas ad medium proportionalem inter unitatem & ternarium.

Si ulterius augeatur diſtantia focorum, minuetur adhuc axis minor, & Curva non erit amplius ad hujus extrema verſus centrum cava, ſed convexa, ut in ſchemate 2; donec auctâ eouſque diſtantiâ focorum, ut hæc ſit ad axem majorem ſicut latus quadrati ad ejuſdem diametrum, axis minor fiat nullus, & curva pertingat ad centrum hinc inde. *Tab. XIX. N°. 2. Fig. 2.*

Si diſtantia focorum fuerit major quam pro dicta ratione, axis minor fit impoſſibilis, & figura in duas conjugatas abit, ut in ſchemate 3; quæ auctâ focorum diſtantiâ minuentur, donec tandem figura in bina puncta conjugata abeat. *Fig. 3.*

Creſcente porro diſtantiâ focorum, rurſus emergunt binæ figuræ conjugatæ, quæ ſimiliter creſcunt atque prius decreverant à prioribus diverſæ in focorum verticumque ordine, augentur que donec infinitæ evadant. Poſteaque Syſtema hoc iiſdem gradibus ad circulum rurſus accedet quibus ab illo receſſit.

Ex his vel primo intuitu ſatis patet Figuram hanc ad

Tab. XIX. No. 2. *Fig.* 2. conſtituendam Planetæ Orbitam minime idoneam eſſe. Ut enim taceam caſus ubi in duas conjugatas abit, Orbitæque naturam deponit, nimirum ubicunque tanta ſit ejus excentricitas, quantam Cometæ (ſi circa Solem Planetarum inſtar verſantur, quod veriſimillimum eſt) ad curſum ſuum deſcribendum poſtulant: ut hos inquam caſus prætercam: ſunt etiam in iis caſibus, ubi in ſe redit orbitamque perficit, quædam ejus excentricitates ita amplæ, ut curva prope D & E (Fig. 2.) verſus Solem convexa evadat; adeoque vi à Sole centrifugâ Planetæ opus eſſet, ut hanc Orbitæ ſuæ partem percurreret, dum interim in locis propioribus & remotioribus B & A vis ad Solem centripeta requiritur. Id eſt corpora circumſolaria eâ lege moveri poſſe concedendum eſſet, ut in paribus à Sole intervallis hic vis centripeta, illic centrifuga obtineret, quod quam ſit à naturæ legibus alienum facile omnes perſpicient. Et licet nullius è Planetis tanta ſit excentricitas, cum tamen Geometris notum ſit figuræ, cujus ſpecies omnes ultra certum terminum muneri cuivis naturæ obeundo ineptæ fuerint, ejus ſpecies reliquas citra dictum terminum, quaſi eidem muneri idoneas, admitti non poſſe: Neceſſe eſt *Curvam hanc Caſſinianam ex Aſtronomia rejicere*, non ſolum ob rationes *Prop.* VIII. *Lib.* III. *Elem. Aſtr.* adductas, nempe *quod neque obſervatis cæleſtibus congruat propter minoris axis brevitatem, neque rationes Phyſicæ reſpondeant, cum ad illam deſcribendam opus eſſet vi centripetâ ad Solem abhorrente ab illa per rerum naturam uſurpata*, ſed etiam propter abſolutam impoſſibilitatem. Impoſſibile namque eſt hujus figuræ ſpeciem quamcunque poſſe à Planeta percurri, ita ut anguli ad focum à Sole diverſum proportionales ſint temporibus; ſic enim area per radium vectorem deſcripta non eſſet tempori proportionalis. Non enim aucto angulo ad focum unum æqualibus incrementis, areæ ad alterum incrementa ſimul facta etiam æqualia ſunt, uti perperam nuper ſentiebam.

Prop. præced.

In

In duobus ultimis ſchematibus maxima figuræ latitudo inveniture ſi centro C per focos deſcribatur circulus; ſecabit namque hic Curvam in punctis L, L quæſitis. Eſtque maxima ordinata K L tertia proportionalis rectis G F & F D in horum primo, vel quarta proportionalis ipſis G F, G A, & A F in utroque. *Tab. XIX. No. 2. Fig. 2. & 3.*

Superſtite D E, ordinata ex foco F P æqualis eſt ſemiaxi minori C D, quando axis minor eſt ad diſtantiam focorum ut latus quadrati ad diametrum. Si diſtantia focorum fuerit major quam pro hac ratione, F P excedet C D.

SECTIO II.

DE TELLURIS ORBITA DETERMINANDA, & THEORIA TELLURIS è SOLE VISÆ, SIVE SOLIS è TELLURE.

PROPOSITIO IX.

Orbitæ Telluris Speciem, & Poſitionem Axis; Telluris item Tempus periodicum per obſervationes definire.

CUm Libro hoc propoſitum ſit Orbitarum Planetarum primariorum circa Solem ordinatarum Species determinare, & illarum Poſitionem ad ſe invicem ex obſervatis colligere; oportet ab Orbita Telluris circa Solem ordiri, tum quod hæc eadem ſit cum illa quam Sol tempore annuo circa Tellurem peragrare videtur, tum præcipue quod hujus Species & Poſitio requirantur ad ſimilia in reliquis determinanda. Nam cum obſervantis oculus ſimul cum Tellure deferatur, hujus Viam oportet omnium primum cognitam habere, ſi aliorum Planetarum Vias perſpectas volumus.

Obſervetur Solis motus apparens in Ecliptica cum hic velociſſimus eſt; hoc eſt, cum dato temporis ſpatio maximum arcum verſus ortum conficit; in iſto enim caſu *Tab. XIX. Fig. 4.*

Tab. XIX. Fig. 4. (per Corol. 3. Prop. XLI. Lib. I.) Tellus, eſt in Perihelio P: cum vero motus iſte deprehenditur tardiſſimus Tellus eſt in Aphelio A. At loco Solis è Tellure obſervato plane oppoſitus eſt Terræ locus è Sole viſus, & igitur habetur locus Eclipticæ è Sole viſus Aphelii & Perihelii Telluris; hoc eſt, Poſitio lineæ Abſidum Terræ. Sed Lib. II. oſtenſum eſt quomodo Fixarum loca Eclipticæ reſpectu, hoc eſt, Eclipticæ cardines reliquaque puncta Fixarum reſpectu determinari poſſint, unde lineæ Apſidum Telluris Poſitio inter Fixas invenietur. Idem fiet biſecando angulum comprehenſum inter rectas ductas ad bina loca, ubi Solis motus è Tellure apparentes, dato tempore facti, ſunt inter ſe æquales; hujuſmodi enim puncta æqualiter diſtant à punctis Aphelii & Perihelii. Ad Orbitæ Speciem inveniendam, advertatur eſſe (per Corol. 3. Prop. XLI. Lib. I.) motum apparentem è Sole focum S occupante viſum Telluris in Aphelio A ad ejuſdem motum apparentem in Perihelio P ut SPq ad SAq. Cumque Telluris motus è Sole apparens idem ſit cum Solis motu è Tellure viſo; ex hoc obſervato, dum Tellus Aphelium & Perihelium tenet, innoteſcet ratio SAq ad SPq, hujuſque proinde ſubduplicata SA ad SP: compoſite igitur & diviſim dabitur ratio $SA + SP$ ad SP, & $SA - SP$ ad SP; ſive AP ad SP & (poſito F foco altero) SF ad SP, ac proinde etiam ratio AP ad FS datur.

Eadem ex obſervato Solis ſemidiametro apparente de- Fig. 4. terminare licet: Tum enim Terra eſt in Aphelio, cum Solis diameter apparens eſt minima; adeoque locus Solis loco tum obſervato oppoſitus eſt Aphelii locus è Sole viſus: & ſimiliter de Perihelio. Punctum item medium inter duo puncta, ubi Sol ejuſdem eſt diametri apparentis, locum oſtendit Aphelii vel Perihelii Terræ; quæ omnia nimis ſunt manifeſta. Ad Ellipſeos Speciem determinandam, ſit DI diameter Solis in Foco S ſiti. Eſtque

angulus

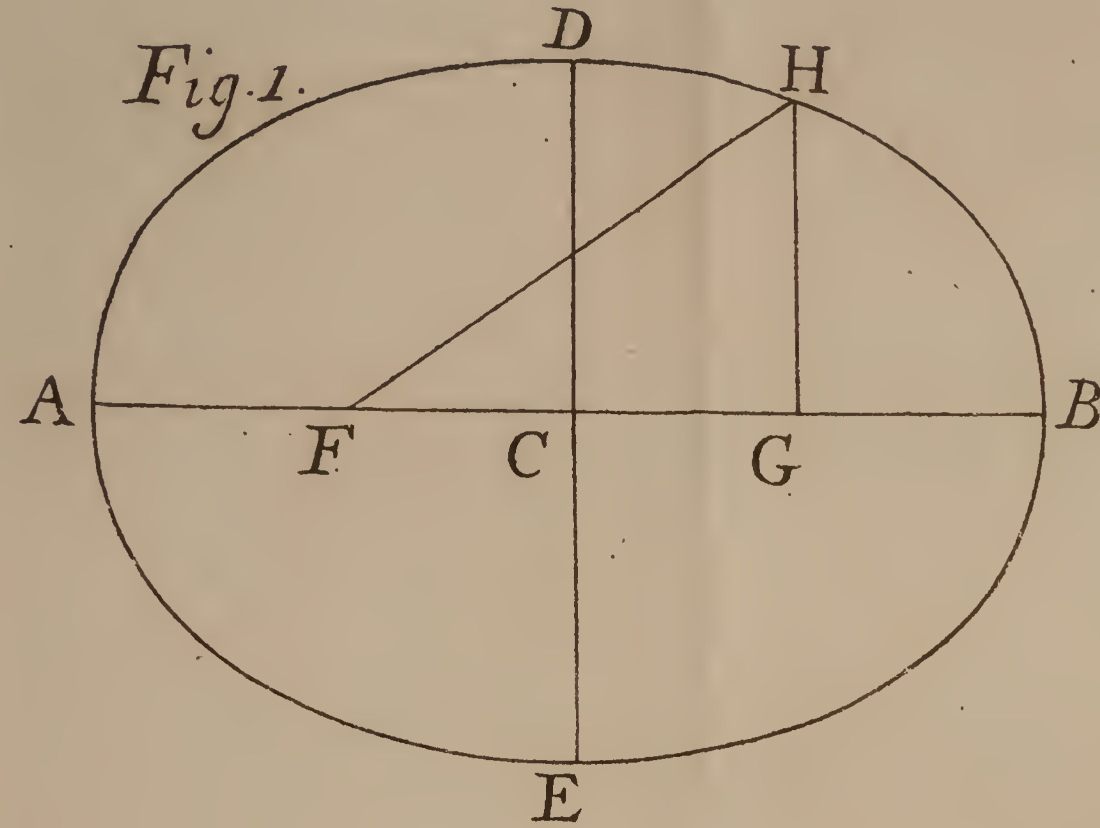


Fig. 1.

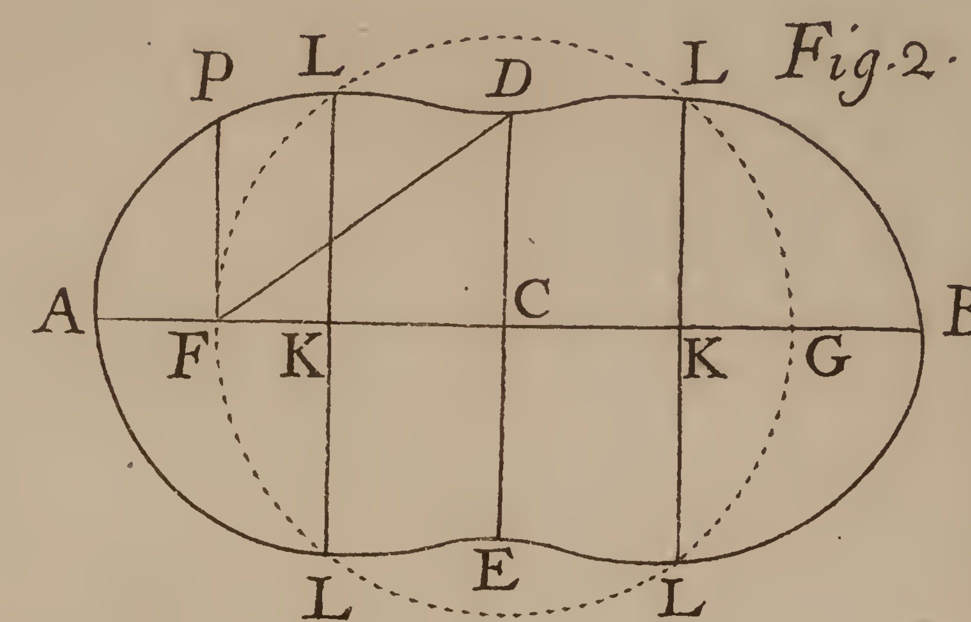


Fig. 2.

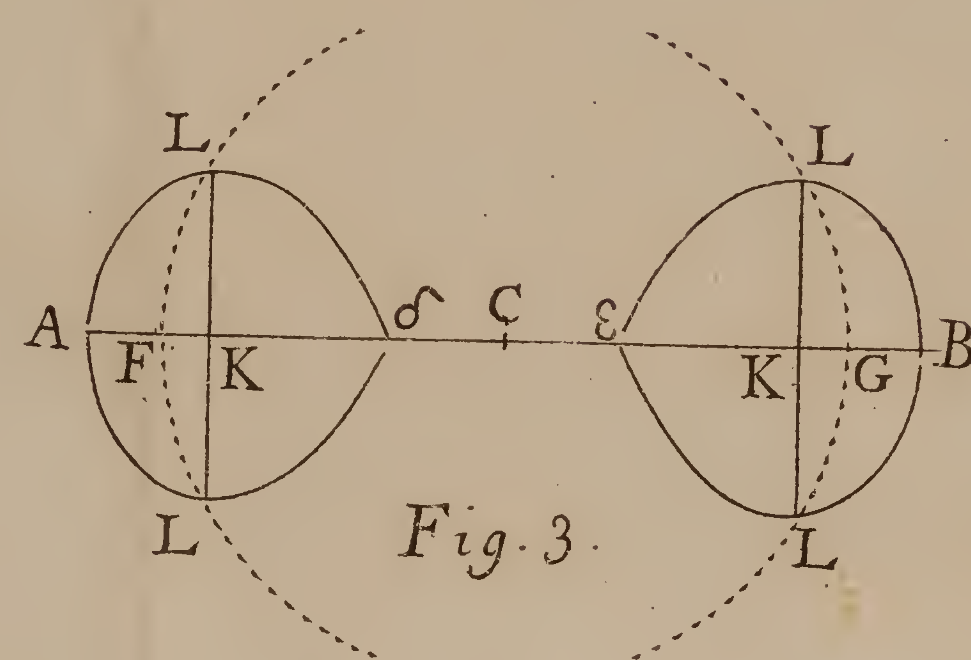


Fig. 3.

angulus D A I ad D P I angulum, ut S P ad S A; ſed hujus analogiæ dantur priores duo termini per obſervationem; ergo innoteſcit ratio S P ad S A: unde, ut prius, elicitur ratio quæſita A P ad F S Ellipſeos Speciem determinans. Loco diametrorum aut ſemi-diametrorum Solis apparentium, per angulos aut arcus menſuratarum, accuratius ſumentur tangentes angulorum D A S, D P S ſemidiametrorum apparentium, ut patet. Tab. XIX. Fig. 4.

Porro, temporis ſpatium inter momenta proxime ſe inſequentia quibus Tellus eandem Apſidem tenebat, ex dictis in hac Propoſitione determinanda, eſt Telluris Tempus periodicum. Iſtud vero tutius definietur, ſi momenta adhibeantur quam fieri poteſt inter ſe diſſita, & tempus intermedium dividatur per numerum revolutionum Terræ circa Solem interea factarum; prodibit quippe Tempus unius revolutionis Terræ circa Solem.

PROPOSITIO X.

Tempus Æquinoctii utriuſvis per obſervationes determinare.

PRope Æquinoctium obſervetur (per Prop. XVIII. Lib. II.) Solis declinatio, quæ ſi nulla ſit, erit tunc ipſum Æquinoctii Tempus: ſi vero aliqua, exinde invenietur (per Prop. XX. Lib. II.) Solis locus in Ecliptica. Idemque, interjecto aliquo tempore, denuo vel etiam tertio repetatur. Et ex locis ſic inventis & tempore interjecto æſtimabitur Tempus ipſius Æquinoctii.

In hoc Problemate & hujuſmodi obſervationes Solis corrigendæ ſunt (ut ſemper) per Parallaxin & Refractionem congruam, reliquaque cavenda quæ calculum incertum redderent; *v. g.* obſervationes binæ ad eaſdem partes Temporis definiendi; ſed potius duæ obſervationes ſeligendæ erunt, quarum altera Æquinoctium præcedit, altera ſequitur.

PRO-

PROPOSITIO XI.

Tempus Solſtitii utriuſvis determinare.

Tab. XIX. Fig. 5. QUoniam Tropicus tangit Eclipticam in puncto Solſtitii, Tropici & Eclipticæ portionem exiguam prope Solſtitium referet ſchema annexum; ubi T R eſt Tropicus; E C Ecliptica illum in Solſtitii puncto S contingens; & rectulæ *d l*, *d l* ad T R normales repræſentabunt deviationes punctorum Eclipticæ *l*, *l* à Tropico, ſive Declinationis eorundem mutationes: In quo caſu rectulæ *d l*, *d l* ſunt (per Prop. XXIV. Lib. I.) ut quadrata arcuum S *l*, S *l*, vel hiſce proxime æqualium rectarum S *d*, S *d* reſpective. Unde Eclipticæ portio exigua prope Solſtitium S ſenſibiliter non abludet à Parabola E S C; figura nempe, cujus ea eſt proprietas, ut ſit *d l* ubique ut quadratum rectæ S *d* reſpective. Rurſus, arcus S *l*, S *l* ſunt ut tempora quibus illi à Sole deſcribuntur: nam quoniam Orbitæ Ellipticæ, quam Sol ad ſenſum deſcribit, Apſides prope Solſtitialia puncta hoc tempore hærent, Solis motus apparens erit ibi æquabilis; hoc eſt, arcus S *l*, S *l* ut tempora quibus deſcribuntur. Ex quibus tandem conficitur Eclipticæ portionem prope Solſtitium (puta quam Sol decem plus minus diebus percurrit, quinque nempe ante Solſtitium totidemque poſt) minime diſcrepare à Parabola S *l l*, in qua

Fig. 6. abſciſſæ S P, S P ſunt defectus Declinationis Solis quovis momento à Declinatione maxima: & conſequenter harum differentiæ P P, P P ſunt ut ipſarum Declinationum differentiæ; hoc eſt, ut intervalla Altitudinum Solis ſupra Horizontem (vel diſtantiarum ejuſdem à Vertice) in Meridiano vel alio quovis verticali: & ordinatim applicatæ P *l*, P *l* ſunt reſpective ut tempora quibus Sol prædictas Declinationes acquirit, harumque intervalla ut intervalla illarum.

Hiſce demonſtratis, erigatur Gnomon A B, cujus umbra facta à Sole prope Solſtitiorum alterutrum conſtituto & in planum C D (cui fere perpendicularis eſt recta B H Solem & Gnomonis verticem B connectens) excepta ſignat punctum H: Et interjectis aliquot diebus (*v. g.* 3 aut 4) obſervetur rurſus punctum ubi apicis B umbra cadit, Sole eundem tenente verticalem; ſitque illud F: Ac poſtea ſimilis repetatur obſervatio, & punctum notatum ſit G. E datis tribus punctis H, F, G, inveniendum eſt Tempus ipſius Solſtitii. Patet rectas H F, G F eſſe intervalla diſtantiarum Solis in eodem verticali ab Horizonte, vel à Vertice; (hoc eſt, per ſupra oſtenſa, mutationes Declinatiónis.) Nam F G H minime differt ab arcu circuli centro B diſtantiâ B G deſcripti, quia F B G, H B G anguli ſunt admodum parvi. Et ſi loco plani C D, cui B G eſt normalis, umbra excipiatur in aliud quodvis planum C E ad C D inclinatum angulo D C E non admodum magno, *ex. gr.* in punctis *h*, *f*, *g*; rectæ *h f*, *g f* eadem fere habebunt inter ſe rationem quam H F, G F, quia rectæ *f* F, *g* G, *h* H ſunt fere parallelæ; quippe quæ concurrunt non niſi ad B punctum ſatis diſſitum reſpectu diſtantiarum *f* F, *g* G, *h* H. Problema igitur de inveniendo Solſtitio ex datis punctis F, G, H, & Temporis momentis quando Sol in eodem verticali poſitus puncti B umbram ad iſta projecit, ad ſequens Problema pure Geometricum reducitur. *Tab. XIX. Fig. 7.*

Trium rectarum parallelarum A B, T Y, E S *in eodem plano jacentium datis mutuis diſtantiis* A T, T E; *deſcribere Parabolam* K L M, *cujus axis* C V D *eſt ipſis* A B, T Y, E S *parallelus, illas ſecantem in punctis* K, L *&* M, *ita ut ductis ad axem ordinatis* K H, L F, M G, *interceptæ axis portiones* F G *&* F H *ſint rectis datis æquales.* *Fig. 8.*

Ita enim fiet, ut (ſi F G & F H æquales fuerint ipſis F G, F H per ſupra deſcriptam obſervationem ſignatis,

 &

Tab. XIX. Fig. 8. & ratio A T ad T E eadem cum ratione Temporis inter obſervata puncta H & F, ad tempus inter obſervata puncta F & G) K H, L F, M G reſpective repræſentent Tempora inter obſervationes punctorum H, F & G, & ipſum Solſtitii momentum; id eſt, ut punctis A, T & E repræſentantibus Temporis momenta quibus obſervata eſt Gnomonis umbra in punctis H, F & G, punctum C repræſentet ipſum Solſtitii momentum. Vocetur linea A T, a; T E, b; F H, c; F G, d; T C, x. Unde A C ſive K H $= a + x$, & E C ſive G M $= b - x$. Parabolæ latus rectum principale vocetur r. Erit per Parabolæ naturam $x^2 =$ V F $\times r$, adeoque V F $= \frac{x^2}{r}$. Similiter eſt V H $= \frac{a^2 + 2ax + x^2}{r}$, & V G $= \frac{b^2 - 2bx + x^2}{r}$.

Quare $c =$ (F H = V H — V F =) $\frac{a^2 + 2ax}{r}$; & $d =$ (F G = V G — V F =) $\frac{b^2 - 2bx}{r}$. Rejectâque, ope duarum harum æquationum, ipſa r; invenietur $\frac{a^2 + 2ax}{c} = \frac{b^2 - 2bx}{d}$. Ordinatâque æquatione ut vulgo, fiet quæſita $x = \frac{b^2 c - a^2 d}{2ad + 2bc}$; hoc eſt, ſpatium temporis interjectum inter notum momentum per T repræſentatum, (quando nempe Gnomonis umbra in F obſervata eſt,) & momentum Solſtitii quæſitum: Unde dabitur ipſum Solſtitii Tempus. Q. E. F.

Quod ſi quæratur Tempus interjectum inter obſervationem umbræ in H & ipſum Solſtitium, ipſi T C modo inventæ addatur A T, fietque quæſita A C $=$ ($a + x =$) $\frac{b^2 c + 2abc + a^2 d}{2ad + 2bc}$. Pari modo erit E C $=$ ($b - x =$) $\frac{b^2 c + 2abd + a^2 d}{2ad + 2bc}$. Si vero is ſit obſervationum ordo, ut

t obſervatio umbræ Gnomonis in F ſit exacte media inter ejuſdem obſervationes in H & G; hoc eſt, ſi AT = TE, ſive $a = b$, æquatio paulo ſimplicior fiet; erit nempe diſtantia Temporum Solſtitii & obſervatæ umbræ in F æqualis $\frac{ac - ad}{2d + 2c}$, Solſtitii diſtantia à Tempore obſervationis umbræ in H æqualis $\frac{3ac + ad}{2c + 2d}$, & à momento obſervationis umbræ in G æqualis $\frac{ac + 3ad}{2c + 2d}$; hoc eſt, in ſchemate, ſicut 2 FH + 2 FG ad GH, ſive 4 HF — 2 GH ad GH, ſive 2 HF — GH ad $\frac{1}{2}$ GH, ita ſemiſſis Temporis inter primam obſervationem umbræ in H & ultimam ejuſdem in G verſantis ad tempus interjectum inter obſervationem mediam umbræ in F & ipſum Solſtitii momentum quæſitum.

Primus modum hunc Solſtitiorum Tempora determinandi excogitavit & publico impertivit Acutiſſ. *Ed. Halleius* in *Tranſact. Philoſ.* ineunte *Anno* 1695, & exemplis Solſtitiorum binorum, per obſervationes *Waltheri* & *Gaſſendi*, ex hoc definitorum illuſtravit; ubi etiam in praxi advertenda quædam notat de Gnomonis ſitu & figura commoda, de Umbræ accurata obſervatione aliiſque.

PROPOSITIO XII.

Anni Vertentis quantitatem definire.

CUm Annus vertens ſive Tropicus ſit Temporis ſpatium quo Anni tempeſtates eædem denuo redeunt; hoc eſt, quo Sol ab aliquo Eclipticæ puncto (puta illo in quo Tropicum contingit) digreſſus ad idem revertitur; patet ejus quantitatem definiri, ſi Sol bis in eodum Eclipticæ puncto obſervetur, (*v. g.* bis in eodem Æquinoctio per Prop. X, aut in eodem Solſtitio per XI,) &

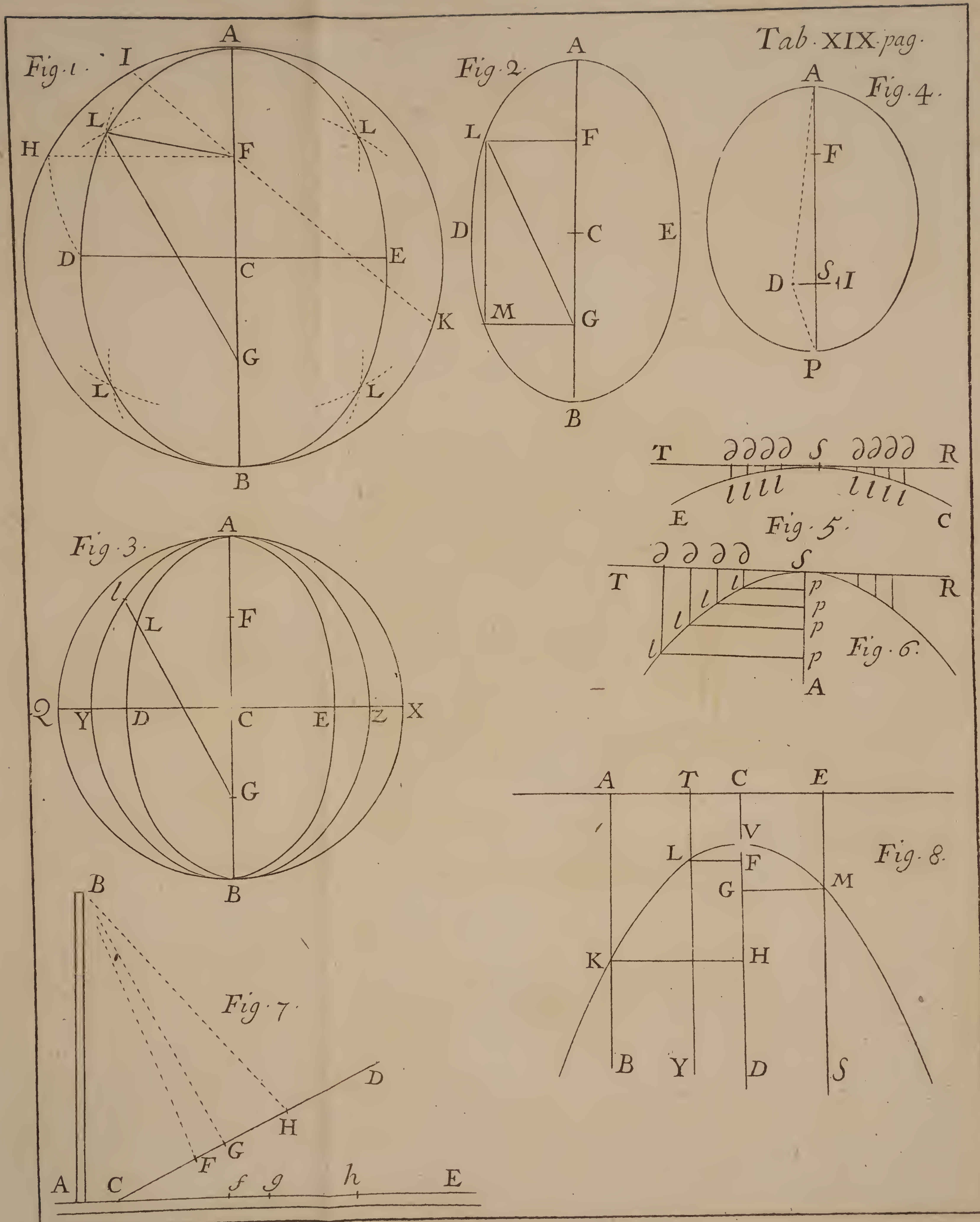
tempus interjectum dividatur per numerum revolutionum Telluris circa Solem interea factarum. Si quis ſit error in Æquinoctii vel Solſtitii momento definiendo, ne hic Anni Tropici menſuram turbet, convenit Solſtitia vel Æquinoctia adhibere quam fieri poteſt maxime inter ſe diſtantia, ut error in plures partes diſcerptus (diviſione factâ per magnum revolutionum interjectarum numerum) inſenſibilior evadat.

Sed quoniam Solſtitiorum Tempora difficulter diſcerni Veteribus videbantur, ut ipſe *Ptolemæus* ait, qui propterea *Metonis* & *Euctemonis* ipſiuſque *Ariſtarchi* Solſtitia prætermiſit; quod & Recentioribus uſque adeo verum eſt viſum, ut *Ricciolus* aſſeruerit *Ptolemæum* nimis confidenter ſperaſſe in Solſtitialibus nec ſe nec *Archimedem* in obſervatione atque computatione ad quartam uſque partem diei erraſſe; & *Hevelius Cap.* IV. *Prodr. Aſtron.* dicat *Solſtitia, licet optimis & maximis inſtrumentis etiam ab omnium exercitatiſſimo obſervatore ſint deprehenſa, nequaquam profecto poſſe in ipſis minutiſſimis particulis determinari*: Aſtronomi adhibuerunt Æquinoctiorum obſervationes, quorum momenta accuratiùs definienda crediderunt, propter magnam & ſenſibilem circa Æquinoctiorum tempora Declinationis Solis mutationem. Verum Solſtitiorum tempora, methodi præcedentis ope, ſaltem æque accurate ac ipſorum Æquinoctiorum deinceps determinari poſſunt.

Loco quod Sol nunc tardius nunc celerius moveri videtur, (pro varia nempe velocitate Telluris circa Solem,) ſi concipiatur æquabiliter moveri, ita ut tempore per Prop. hanc definito Eclipticam percurrat; talis Motus aptiſſimo nomine dicitur Solis *Motus Medius*, (quippe inter celerrimum & tardiſſimum revera talis,) & locus quem Sol ſic motus teneret, ejus *Locus Medius* appellatur.

PRO-

Tab. XIX. pag.



PROPOSITIO XIII.

Anni Syderei quantitatem definire.

COmparando locum quem data Fixa olim in Ecliptica tenebat cum illo quem nunc tenet, inveniatur Præceſſio Annua Æquinoctiorum; hoc eſt, quantum quodlibet Eclipticæ punctum à data Fixa verſus Occaſum ſpatio unius Anni recedit, quod Lib. II. Prop. XXXI. factum eſt: Et (per Prop. præced.) determinetur Temporis ſpatium requiſitum ut Sol arcum Eclipticæ inventæ Præceſſioni æqualem conficiat. Hoc ergo quantitati Anni Tropici additum dat quantitatem Anni Syderei, conſtantis nempe ex Anno Tropico, quo Sol ab Eclipticæ puncto digreſſus ad idem ſibi interim paululum obviam factum revertitur, & illo præterea quo Sol deſcribit arcum iſtum per quem dictum Eclipticæ punctum Soli interim obviam eſt factum; hoc eſt, quo Sol à puncto immoto (Sydere *v. g.* Fixo) digreſſus ad idem denuo reverti videtur.

PROPOSITIO XIV.

Ex datis tribus Solis Locis, Prop. XX. *Lib.* II. *definitis, & Telluris Tempore Periodico; proxime æquali Anno Sidereo per Prop. præc. definito, Orbitæ Telluris Speciem, Lineæ Apſidum Situm & Tempus quo Tellus Aphelium tenebat invenire.*

MEthodi Prop. IX. traditæ Speciem & Poſitionem Orbitæ Telluris inveniendi obſervationes requirunt uſque adeo accuratas, ut praxi minus ſint idoneæ: ſequentem ergo uſibus Aſtronomicis accommodatiorem hic apponimus. Dentur tria Solis Loca obſervata, nempe cum Tellus eſt in tribus Orbitæ ſuæ punctis B, C, D. Habentur igitur poſitione tres rectæ SB, SC, SD, ſive tres *Tab.* XX. *Fig.* 1.

Vv 3 anguli

Tab XX. Fig. 1. anguli B S C, C S D, B S D. Et ex periodo Telluris data & Temporibus inter obſervationes datis, dantur rationes inter Aream totam Ellipſeos A C P B & ejuſdem partes B C S, C D S & B D S. Problema igitur eo reducitur, ut deſcribatur Ellipſis ſuper Focum datum S talis, ut tota ejus Area ſit ad ejus partes ſub rectis poſitione datis S B, S C, S D & curva Elliptica comprehenſas, in datis rationibus.

Intelligatur A P Orbita Telluris, cujus Foci S & F, Aphelium A, Perihelium P. Porro, centro S ſemidiametro æquali Axi majori deſcriptus concipiatur circulus, cujus circumferentiæ occurrant rectæ S B, S C, S D productæ in R, Z & Y. Jungantur rectæ F B, F C, F D, F R, F Z, F Y; quarum una Z F producatur donec iterum peripheriæ occurrat in G, & jungantur R G, G Y, Y Z, Z R. Si A C D P B ſit vera Telluris Orbita, erunt (per Prop. V.) anguli B F C, C F D, B F D reſpective ad quatuor rectos quamproxime ut Tempora inter obſervationes ad Tempus periodicum: & viciſſim, ſi dicta ratio obtineat in angulis hiſce, A C D P B, eſt Telluris Orbita quæſita. Iſtud igitur reſtat faciendum, ut ex datis, præter angulos B S C, C S D, & B S D, rationibus angulorum B F C, C F D, & B F D ad quatuor rectos Poſitio rectæ S F vel A P & Ellipſeos Species inveniantur.

Quoniam dantur anguli R S Z, Z S Y, R S Y, nempe differentiæ Longitudinum obſervatarum, & anguli B F C, C F D, B F D; nempe Motus Terræ medii fere pro temporum ſpatiis inter obſervationes interjectis; ideo dantur & R F Z, Z F Y, R F Y arithmetice porportionales inter B F C & R S Z, C F D & Z S Y, B F D & R S Y reſpective. Nam quia S R æqualis eſt A P per conſtructionem, & ſumma rectarum S B & B F eidem æqualis, (per *Prop.* LII. *Lib.* III. *Conicorum Apollonii*,) erunt B R, B F æquales; ſimiliterque oſtendentur C Z, C F, item rectæ D Y, D F æquales. Unde æquales erunt B R F & B F R;

C Z F

C Z F & C F Z; item D Y F & D F Y. Sed angulus B F C = R F Z + B F R + C F Z; & R F Z = R S Z + B R F + C Z F. Quoniam igitur B F C tantum ſuperat R F Z, quantum hic angulum R S Z; patet hos eſſe arithmetice proportionales. Similiter ſunt C F D, Z F Y, Z S Y; item anguli B F D, R F Y, R S Y arithmetice proportionales. Porro, in triangulo Y F G dantur omnes anguli; nempe Y F G æqualis complemento ad duos rectos anguli Y F Z, medii nempe arithmetici inter notos C F D & C S D, & Y G F ſemiſſis obſervati Z S Y: Et igitur poſito Y F partium quotcunque ad libitum, dabitur F G in iiſdem partibus. In triangulo R F G datis omnibus angulis (nempe R F G complemento ipſius Z F R ad duos rectos & F G R ſemiſſe anguli Z S R) & latere F G, dabitur F R. Et in triangulo Y F R datis F Y & F R & angulo Y F R, (quippe medio arithmetico inter B F D & B S D,) dabitur Y R & anguli F R Y, F Y R. Deinde, in triangulo iſoſcele Y S R dantur omnes anguli (quia datur Y S R ad trianguli verticem) & Y R; dabitur ergo Y S. Denique in triangulo F Y S datur angulus F Y S (intervallum nempe notorum R Y S, R Y F) & latera F Y, Y S; invenietur ergo angulus Y S F & latus S F: Sed datur rectæ Y S Poſitio, nempe Locus Solis in tertia obſervatione, cum Tellus eſſet in D; dabitur ergo Poſitio lineæ Apſidum A P, quippe in noto angulo Y S F inclinata ad Y S poſitione datam. Sed in iiſdem partibus, in quibus exprimitur Y S, inventa eſt recta S F; datur ergo ratio inter Y S vel huic æqualem A P Orbitæ Axem majorem & S F Diſtantiam Focorum; id eſt, Species Orbitæ. Neque ex obſervationibus aliud quidvis determinari poteſt: quælibet enim Orbita Elliptica ipſi A C D P ſimilis, Foco S deſcripta, cujus Axis major poſitione eſt idem cum S F recta, propoſitis obſervationibus faciet ſatis. In triangulo porro D F S datis latere S F, angulo D S F & angulo S D F, duplo ipſius S Y F, modo inventi, invenitur D F S; & proinde huic deinceps D F A. Tempus

Tab. XX. Fig. 1.

vero

vero quod eſt ad integrum Tempus periodicum ut angulus D F A ad quatuor rectos, illud eſt quod interjicitur inter momentum obſervationis in D & momentum quo Tellus Aphelium tenebat: hoc igitur innoteſcit.

Tab. XX. Fig. 1.

Methodus Orbitæ Speciem & Lineæ Apſidum Poſitionem determinandi, hic tradita, alteri cuivis Planetæ circa Solem delato æque ac Telluri competit, modo ſuppetant tres obſervationes tantundem facientes in altero iſto Planeta, atque tres hic adhibitæ in Tellure.

PROPOSITIO XV.

Poſitionem Lineæ Apſidum & Orbitæ Speciem ſupra determinatas ad libitum corrigere.

SUmantur Lineæ Apſidum Poſitio & Orbitæ Species per præcedentem inventæ pro veris & accuratis, (neque enim multum inde abludunt per Prop. V.) ex quibus & Tempore periodico temporibuſque inter obſervationes datis inveniantur anguli correcti ad F, temporibus obſervationum in punctis B, C & D factarum congruentes; & quidem ſi primam tantum Correctionem (*Bullialdi* nimirum) adhibere libet, hoc fiet per Prop. VII; ad quantam libet vero exactitudinem procedere licebit per Prop. IV. Per angulos iſtos ſic correctos, loco priorum qui ſimpliciter temporibus proportionales erant; id eſt, in Phraſi Aſtronomica per angulos Anomaliæ mediæ ſic æquatos, loco angulorum Anomaliæ mediæ ſimplicis prius adhibitorum, repetatur calculus Prop. præc. invenianturque Poſitio Lineæ Apſidum & Orbitæ Species, quæ erunt accuratiores.

COROLLARIUM.

Hinc Apſidum Orbitæ Telluris Motus determinabitur: Comparando nimirum Locum quem Aphelium nunc tenet, cum Loco quem ante plura ſæcula tenebat, (quorum

rum uterque per Prop. xiv. invenitur & per Prop. xv. corrigitur,) & arcum à dicto Aphelio interea factum dividendo per Annorum intermediorum, numerum, prodibit Aphelii Motus Annuus, qui ad Anni partes etiam extendetur.

PROPOSITIO XVI.

Ad datum Tempus Telluris Locum è Sole viſum, ejuſque à Sole Diſtantiam invenire.

SPecie Orbitæ Telluris & Aphelii loco ad quodvis Tempus cognitum per ultimas duas Propoſitiones definitis, quæratur Aphelii locus ad Tempus datum: nempe ſi hoc ſit poſterius Tempore ad quod Aphelii locus fuit determinatus, addatur motus Apſidum interea factus, per Prop. præc. Corollarium definitus, ad Aphelii locum prius definitum; vel ille ab hoc auferatur ſi Tempus datum prius fuerit, conficieturque Aphelii Locus ad Tempus datum. Determinetur porro (per Prop. xiv.) Tempus quo Terra aliquando Aphelium tenuit, cumque per xiii. innoteſcat Telluris Tempus periodicum; inde innoteſcet Tempus quo proxime ante Tempus propoſitum Tellus Aphelium tenebat, & proinde nota eſt ratio inter Tempus Terræ periodicum & Tempus elapſum à proximo Aphelio; hoc eſt, in figura ATP, Orbitam Telluris referente, ratio integræ Ellipſeos ad aream ATS: Et proinde (per Prop. iii, iv. vi vel vii.) innoteſcet AST angulus. Cumque rectæ AS poſitio nota ſit, nota etiam erit poſitio rectæ ST; hoc eſt, Telluris Locus è Sole viſus. Porro, per Propoſitiones ſupra citatas, innoteſcit ratio rectæ TS ad AP rectam; hoc eſt, Diſtantia Telluris à Sole in partibus Axis majoris. *Tab. XX. Fig. 2.*

PROPOSITIO XVII.

Dierum Naturalium Inæqualitatem explicare, & quomodo Tempus æquetur oſtendere.

CUm Aſtronomi munus ſit Stellarum motum oſtendere, & hic in Tempore fiat, nec abſque illo concipi poſſit; Temporis vero pars maxime ſenſibilis ſit Dies naturalis, nempe per quem ſæpius repetitum Anni, per eundem diviſum Horæ harumque partes fiunt; cumque in motibus ſupputandis Dies omnes inter ſe æquales ſupponere oporteat; quantum hoc à vero abeſt, tantum & motus Cœleſtes è Tabulis deprompti à Phænomenis diſſidebunt, niſi inæqualitatis hujus ratio habeatur. Ad hanc vero intelligendam, advertatur Diem naturalem eſſe Temporis ſpatium, quod effluit ex quo Sol datum Meridianum Cœleſtem reliquit donec ad eundem revertitur; hoc eſt, ſpatium quo revolutio integri Æquatoris Cœleſtis peragitur, & præterea iſtius ejus partis, quæ reſpondet Eclipticæ portioni, quam interim Sol motu Annuo in Ortum percurrit. At quia Æquatoris portio hæc, integro Æquatori ſuperaddita, non eſt ubique æqualis, tam propter Eclipticæ obliquitatem, quam quod motus Solis Annuus circa Tellurem apparens æquabilis non eſt; neque Dies iſti naturales inter ſe æquales erunt: Adeoque tum demum forent æquales, ſi Sol è Terra viſus motu Annuo & æquabiliter & in ipſo Æquatore moveretur; patetque in iſto caſu, poſtquam integer Æquator Meridianum pertranſit, relinqui quæ adhuc pertranſeat portionem illam quam Sol interim motu Annuo verſus Ortum conficeret, quæ ſemper ſibi æqualis eſſet, cum motum hunc æquabilem ponamus; adeoque & Tempus menſurans tranſitum per Meridianum totius Æquatoris & portionis hujus addititiæ eſſet ſibi perpetuo æquale. Fingamus igitur Solem alium, ut dictum eſt, in Æquatore

Æquatore motum, ac proinde Tempus æquabile ſive medium menſurantem: Patet differentiam Temporis, quæ intercedit inter appulſum Solis veri & ficti ad Meridianum, vel alium quemvis circulum horarium, eam eſſe, quæ ex Meridie apparenti faciat Meridiem medium, vel ex medio apparentem; hoc eſt, ipſam *Temporis Æquationem.* Et quoniam Sol verus & Æquatoris punctum, ubi deſinit ejus Aſcenſio recta, ſimul ad Meridianum appellunt; Æquatio autem Temporis eſt Temporis ſpatium, quod labitur dum arcus Æquatoris inter extremum punctum Aſcenſionis Rectæ Solis veri & locum Solis ficti comprehenſus Meridianum pertranſit; ſi arcus hic convertatur in Tempus, fiet Temporis Æquatio quæſita. Porro, Locus Solis ficti tantum in Æquatore diſtat à puncto Æquinoctii verni, quantum locus Solis medius in Ecliptica ab eodem: & igitur prædictus arcus Æquatoris, Æquationis Temporis menſura, æqualis eſt differentiæ inter Solis veri Aſcenſionem rectam & diſtantiam loci medii Solis ab Æquinoctio verno. Atqui vulgo notum eſt differentiam duarum quarumvis quantitatum A & B æqualem eſſe differentiæ inter A & aſſumptam quamlibet X, & differentiæ inter hanc X & B ſimul. Aſſumpto igitur tertio arcu, nempe diſtantiâ veri loci Solis ab Æquinoctio verno, erit Arcus, temporis Æquationem menſurans, ſumma duorum arcuum, quorum alter eſt differentia inter Solis Aſcenſionem rectam ejuſque locum verum in Ecliptica, alter autem differentia veri & medii Motûs Solis. Accidit autem aliquando, ut duarum quantitatum differentia æquipolleat ſummæ illarum ſimpliciter ſumptarum; nempe cum altera negativa eſt, altera poſitiva; Quare Arcus in tempus convertendus, ut fiat Æquatio Temporis, ſemper eſt ſumma vel differentia duorum arcuum, quorum alter eſt differentia veri Motûs Solis & Aſcenſionis ejus rectæ, alter autem eſt differentia veri & medii Motûs Solis.

Quoniam autem Arcus hic duabus partibus conſtat, illas ſeorſim conſiderabimus. Ac primo abſtrahamus ab inæquali motu Solis ſub Ecliptica; hoc eſt, illum jubeamus pauliſper eſſe æqualem; adeoque motus Solis ficti in Æquatore æqualis erit motui Solis veri in Ecliptica, ſive Sol verus & fictus æqualiter diſtabunt ab utroque Æquinoctio. Et quoniam in primo quadrante Eclipticæ, ſive ab initio ♈ ad initium ♋, Solis diſtantia ab initio ♈ major eſt ejuſdem Aſcenſione rectâ; Sol fictus magis diſtat ab initio ♈ verſus Ortum quam eſt Aſcenſio recta Solis veri, & igitur Sol verus citius ficto appellit ad Meridianum, quippe qui Occidentalior eſt; hoc eſt, Tempus apparens præcedit medium: unde cum Sol eſt in primo quadrante Eclipticæ, Æquationis Temporis pars illa, quæ eſt differentia veri Motûs Solis & ejus Aſcenſionis rectæ, in Tempus converſa detrahenda eſt ab apparenti, ut fiat Tempus medium ſive æquabile. Solis vero verſantis in ſecundo Eclipticæ quadrante Aſcenſio recta eſt major diſtantiâ Solis ab ♈ initio, (quoniam Aſcenſionis rectæ complementum ad ſemicirculum minus eſt diſtantiâ Solis ab initio ♎;) & igitur Sol fictus (qui, ex hypotheſi, tantum in Æquatore diſtat ab initio ♈, quantum Sol verus in Ecliptica diſtat ab eodem) minus diſtat ab initio ♈ quam Sol verus; & proinde ad Meridianum citius pertingit, & ideo Meridies medius præcedit apparentem; hoc eſt, Tempus medium numerat horas 12, cum apparens nondum numerat tot, licet idem ſit Momentum varie appellatum. Adeoque in hoc caſu, cum Sol eſt in ſecundo Eclipticæ quadrante, Æquationis Temporis pars hæc (quæ ab obliquitate Viæ Solis ad Æquatorem oritur, eſtque differentia inter Solis Motum ejuſque Aſcenſionem rectam in Tempus converſa) addenda eſt apparenti ut fiat medium Tempus, ſive detrahenda medio ut fiat apparens. Quod ſi Sol ſit in tertio Eclipticæ quadrante, idem faciendum ac ſi eſſet in primo;

hic

hic enim Diſtantia Solis ab initio ♈ major eſt ejuſdem Aſcenſione rectâ, ut in primo: Et Sole in quarto Eclipticæ quadrante exiſtente, idem obtinet quoad Æquationis Temporis partem hanc ac ſi in ſecundo hæreret, ac propter eaſdem rationes.

Conſideremus deinde Dierum naturalium Inæqualitatem ab inæquali motu Solis in Ecliptica oriundam, ſive Temporis Æquationem hinc ortam, ſepoſitâ tantiſper Eclipticæ Obliquitate; hoc eſt, conſiderando Solem ſimiliter eodemque paſſu motum in Æquatore atque revera in Ecliptica moveri deprehenditur, hoſque duos Soles verum & fictum ſimul ab Apogæo diſcedere. Cumque fictus moveatur Motu medio, præcedit ille Solem verum dum ab Apogæo ad Perigæum progreditur; hoc eſt, Orientalior eſt fictus vero: verus igitur citius ad Meridianum appellit; ergo apparens Meridies præcedit medium. Et differentia inter loca Solis veri & ficti, ſive inter Motum Solis verum & medium, in Tempus converſa eſt Æquatio Temporis ex inæqualitate hac motûs Solaris oriunda: hanc ergo Æquationem, dum Sol ab Apogæo tendit ad Perigæum, ſive (in phraſi Aſtronomica) in ſex primis Anomaliæ Signis, detrahere oportet ab apparenti Tempore ut fiat Tempus medium, vel medio addere ut ex illo fiat apparens. In Perigæo Sol verus aſſequitur fictum, & inde uſque ad Apogæum Orientalior eſt: fictus ergo toto iſto tempore, nempe ultimis ſex Anomaliæ Signis, citius appellit ad Meridianum; hoc eſt, Meridies medius præcedit Meridiem apparentem, quanto arcus inter fictum Solem & verum in tranſitu per Meridianum inſumit; hoc eſt, quantum arcus ille, nempe differentia inter Motum Solis verum & medium, in tempus converſus conficit. Hæc ergo Temporis Æquationis pars in hoc caſu addenda eſt ad Tempus apparens ut fiat medium, vel medio demenda ut fiat apparens.

Obtinente vero (quod res eſt) utrâque hâc Æquationis Temporis cauſâ, horum utrumque faciendum eſt, hoc eſt, ad Tempus æquandum Locus Solis dupliciter conſiderandus eſt, videlicet & in quo Eclipticæ quadrante verſetur, ut altera Æquationis pars addatur vel dematur apparenti, prout ſupra dictum; & quo Anomaliæ ſemicirculo, ut ejuſdem pars hinc pendens pro ſua natura dematur etiam vel addatur. Atque hinc fit quod Æquatio Dierum naturalium (quæ ex ſupradictis, abſolute loquendo, eſt Differentia medii loci & Aſcenſionis rectæ veri loci Solis in tempus converſa) duabus conſtat partibus. Et quoniam Æquinoctium vernum & Solis Apogæum, harum partium capita ſive initia, non eandem perpetuo inter ſe conſervant poſitionem, ſed illud in Occidentem latum hoc deſerit, ut Lib. I. eſt oſtenſum; fit ut ex hiſce conflata Æquatio Temporis (abſoluta & unica) non ſit perpetua, ſed in Annis non adeo multis inutilis reddatur, Sole non amplius eundem Anomaliæ gradum occupante ſive eundem reſpectu Apſidum ſitum, cum ad idem Eclipticæ punctum redit.

Supra deſcriptam Temporis Æquationem diſerte demonſtrat *Ptolemæus Cap.* X. *Lib.* III. *Magn. Conſtruct.* quo non obſtante *Vendelinus* & alii eam omnem inutilem dixerunt, & Tempus apparens & medium indiſcriminatim uſurpant. *Keplerus* è contra tertiam æquandi Temporis cauſam ſuſpicatus eſt, exinde ortam quod Telluris revolutio diurna non ſit prorſus æquabilis, ſed intendatur & remittatur pro minore aut majore ejus diſtantia à Sole, motûs fonte; atque Æquationis partem hinc pendentem *Phyſicam* appellat, relicto nomine *Demonſtrativæ* alteri illi ſuperius deſcriptæ, ex binis partibus conflatæ. Hujus remiſſionis & concitationis Primi Motûs ſuſpicionem etiam habuit *Tycho*, & hinc alteram Æquationis partem à Solis Anomalia pendentem penſari voluit; nam alteram tantum ex obliquitate Eclipticæ oriundam adhibuit, quamque

Em-

Empyricam dixit, quia Eclipſibus à ſe obſervatis calculo ſubducendis ſufficeret. *Streetius* vero hanc Primi Motûs inæqualitatem eam credidit, quæ ſufficeret ut pars à *Tychone* neglecta ſub titulo contrario uſurparetur, ſicut eam in *Aſtronomia Carolina* poſuit.

PROPOSITIO XVIII.

Solis Locum è Terra viſum, per Prop. XVI. *inventum, corrigere.*

SI datum Tempus eſt medium, Locus inventus nullâ indiget correctione; etenim hactenus eſt verus: Sin ſecus, Tempus apparens datum convertatur in medium (per Prop. præced.) ex aſſumpto Solis Loco ſuperius Prop. XVI. invento tanquam accurato: (Etenim Solis Locus iſte revera ſatis accuratus eſt ad Temporis Æquationem definiendam, cum hæc proxime eadem maneat, ſive Locus Solis ſit is qui ſupra eſt inventus, ſive verus & correctiſſimus:) & ad medium hocce rurſus (per dictam XVI.) quæratur Locus Solis, erit ſic inventus correctus & accuratus. Namque Tempus medium ſolum eſt aptum ad uſus Aſtronomicos, unde *Aſtronomicum* dicitur; hoc ergo adhibendum eſſet: Atqui ad medium ex dato apparente determinandum Locus Solis eſt neceſſarius; ergo ille præterpropter erat prius inveniendus, Tempus apparens, quaſi medium fuiſſet, adhibendo, ut Temporis Æquatio inveniatur. Hâc vero ſemel inventâ, & apparente Tempore ad Aſtronomicum reducto, ad Tempus iſtud (idem quod propoſitum eſt momentum, ſed numero ad ingreſſum in Tabulas apto expreſſum) quæratur (per eandem Prop. XVI.) Solis Locus, & Diſtantia Telluris à Sole, quæ patet eſſe vera & correcta.

Non abſimiliter Problematis hujus converſum conſtruetur, Tempuſque invenietur, quo Sol è Tellure viſus datum Locum tenebit.

SECTIO

SECTIO III.

De reliquorum planetarum primariorum Orbitis determinandis, & horum cum è Sole, tum è Tellure spectatorum Theoria condenda.

PROPOSITIO XIX.

Poſitionem Lineæ Nodorum Orbis Planetarii, & ipſius Planetæ in Nodo verſantis à Sole Diſtantiam per obſervationes determinare.

Tab. XX. Fig. 3. IN Figuris binis ad binos caſus ſuperioris & inferioris Planetæ accommodatis referat S Solem; T *t* Orbitam Telluris, cujus Focus S; N *n* Lineam Nodorum Planetæ propoſiti. Sitque primum Terra in T, & ex hac obſervetur Planeta in Ecliptica, ideoque in Nodo ſuo, puta P: nunquam enim Planeta in Ecliptica videbitur è Tellure in Eclipticæ plano verſante, niſi cum in Eclipticæ plano etiam fuerit. Poſt integram revolutionem obſervetur Planeta in eodem Nodo, cum Terra ad *t* pervenerit. Ductæ intelligantur rectæ S T, P *t*, item S *t*, P T ſe mutuo interſecantes in X puncto. In triangulo S T X dantur anguli T S *t* ex Theoria Terræ & Tempore inter obſervationes interjecto, & S T P obſervata Elongatio Planetæ à Sole, & latus S T Diſtantia Telluris à Sole in obſervatione prima: invenitur ergo S X; & ideo X *t*, cum data ſit S *t* Diſtantia Telluris à Sole in obſervatione ſecunda: Rurſus, in triangulo *t* X P datur angulus *t* X P angulo T X S in priori æqualis, & angulus S *t* P Elongatio Planetæ à Sole ſecundo obſervata, & latus *t* X modo inventum; & proinde invenietur latus P *t*. Denique, in triangulo S *t* P datis lateribus *t* S, *t* P, cum angulo comprehenſo P *t* S, invenietur S P Diſtantia Planetæ in Nodo à Sole, & angulus *t* S P, quem Nodi P Locus

Locus Centricus (ſive è Sole viſus) continet cum s *t* poſitione data, nempe Loco Terræ è Sole viſo tempore ſecundæ obſervationis; & huic oppoſitus eſt alterius Nodi Locus Centricus; hoc eſt, determinatur Poſitio Lineæ Nodorum N *n*.

Hinc Motus Nodorum Orbium planetariorum determinabitur, comparando Nodi cujuſque Planetæ Locum ex Veterum obſervationibus erutum cum ejuſdem Loco ex recentibus obſervationibus definito.

Pari modo, ſi Planeta bis in alio quovis Orbitæ ſuæ puncto è Terra obſervetur, Planetæ Locus è Sole viſus & à Sole Diſtantia determinantur.

PROPOSITIO XX.

Cujuſvis Orbis planetarii Inclinationem ad planum Eclipticæ per obſervationes definire.

Referat s Solem; circulus N B *n* Eclipticam inter Fixas; & N A *n* viam propoſiti Planetæ è Sole viſam inter eaſdem: Et recta N s *n* erit Linea Nodorum (per Prop. præc.) poſitione cognita. Quando Tellus ad dictam Nodorum lineam pervenerit, quod bis quotannis fit, cujus Tempus per Prop. XVIII. notum eſt; obſervetur (per XXVII. Lib. II.) Planetæ P Locus Geocentricus A, cujus Latitudo A B arcus ad Eclipticam normalis, & Longitudo ♈ B. Cumque nota ſit Solis Longitudo ♈ N, nota etiam erit harum Longitudinum differentia N B. In triangulo ſphærico A N B, rectangulo ad B, dantur latera A B, N B; & igitur innoteſcet angulus A N B menſura Inclinationis plani N A *n* Orbis planetarii ad N B *n* planum Eclipticæ. *Tab.* XX. *Fig.* 4.

PROPOSITIO XXI.

Ex obſervatione Planetæ in Oppoſitione aut Conjunctione cum Sole, ejus Secundam Inæqualitatem exuere, & à Sole Diſtantiam invenire.

PRæter Inæqualitatem in Planetarum motibus veram oculo etiam in Sole, Orbitarum omnium umbilico communi, poſito conſpicuam, datur nobis in Terra degentibus & alia Optica, ex motu Terræ annuo oriunda. Prior illa Planetis propria apto ſatis nomine *Inæqualitas Prima* appellatur; alia vero eſt Planetæ quaſi ſecundaria, ideoque *Inæqualitas Secunda* apud Aſtronomos merito audit: Et hanc proinde exuere dicitur, qui Locum Planetæ indicat, quem è Sole ſpectaret Obſervator.

Tab. XX. *Fig.* 5. Referat S Solem, T Terram, P Planetam in ſua Orbita, N B Eclipticam inter Fixas, N A interſectionem Orbis Planetæ cum Sphæra Fixarum, N Nodum: Cumque Sol ſit in plano Orbitæ cujuſvis Planetæ, erit recta S N Linea Nodorum. E Sole videatur Terra T inter Fixas ad B, & Planeta P ad A. Et quoniam Planeta vel opponitur Soli (ut in fig. 1.) vel eidem conjungitur (ut in 2da;) arcus circuli maximi puncta A & B conjungens eſt arcus circuli Latitudinis, & proinde ad Eclipticam perpendicularis. Et in triangulo ſphærico rectangulo A B N datur angulus A N B, menſura Inclinationis plani Orbis planetarii ad Eclipticam, per Prop. præc. inventæ, & latus B N; inclinatio nempe rectæ T S (ex Theoria Terræ) poſitione datæ ad S N Lineam Nodorum (per Prop. XIX.) poſitione inventam. Innoteſcent igitur latus A B Planetæ Latitudo Centrica & A N Diſtantia Planetæ in ſuo Orbe è Sole viſa à Nodo N, quod eſt Planetæ Inæqualitatem Secundam exuere. Porro, in triangulo rectilineo P S T dantur S T ex Terræ Theoria, & angulus P T S Latitudo Planetæ viſa aut ejus complementum ad

ad ſemi-circulum, & angulus P S T Latitudo Planetæ Centrica ſuperius inventa; quare innoteſcent P S & P T Planetæ à Terra & Sole Diſtantiæ.

PROPOSITIO XXII.

Ex unica Planetæ obſervatione quacunque ejus Inæqualitatem Secundam exuere, & à Sole Diſtantiam invenire.

OBſervetur Planeta P, cujus Nodorum linea N S, ex Terra T cum Latitudine apparente P T B. Planum Latitudinis apparentis producatur, donec ſecuerit planum Orbis planetarii in P N, & planum Eclipticæ in recta B T N. Ex P demittatur P B perpendicularis rectæ N B, & ex T erigatur T O eidem N B perpendicularis, quæ (per Prop. XXXVIII. *Elem.* XI.) plano Eclipticæ normales erunt, quia planum Latitudinis P N B Eclipticæ plano rectum eſt. Ex T ducatur T E perpendicularis rectæ N S, & jungatur O E, quæ eidem N S normalis eſt; & angulus O E T æqualis erit Inclinationi planorum Orbis planetarii & Eclipticæ. In triangulo N S T dantur latus S T & angulus T S N ex Theoria Terræ & Nodi loco cognito, & ex obſervatione angulus N T S Elongatio Planetæ à Sole in Ecliptica computata, aut ejus complementum ad duos rectos; innoteſcent igitur latera T N & N S & angulus T N S. In triangulo T E N rectangulo ad E datur N T & T N E; & proinde T E. In triangulo O T E rectangulo ad T datur T E latus modo inventum, & T E O Inclinatio planorum Orbis planetarii & Eclipticæ ex Prop. XX. hujus cognita; invenietur ergo O T. In triangulo O T N rectangulo ad T dantur O T & T N prius inventa; ideoque & angulus O N T. In triangulo P N T datur N T & angulus T N P, & etiam P T N Latitudo Planetæ apparens obſervatione nota, aut ejus complementum ad duos rectos; idcirco innoteſcet N P. In triangulo N P B rectangulo ad B, datis N P latere & angulo

Tab. XX. *Fig.* 6.

Tab. XX. *Fig.* 6. angulo P N B modo inventis, reperientur P B & N B. In triangulo B N S, datis N B & N S & angulo B N S, notus erit N S B Longitudo Planetæ Centrica à Nodo ſuo computata, & etiam latus S B. Deinde, in triangulo P B S rectangulo ad B, notis P B, B S, innnoteſcet P S Diſtantia Planetæ à Sole, & angulus P S B Latitudo ejus Centrica. Denique, in triangulo P N S, datis omnibus lateribus, innoteſcit angulus N S P Diſtantia Planetæ Centrica in Orbe ſuo à poſitione data (per Prop. XIX.) Nodorum Linea in Orbe ſuo computata. Exuta eſt igitur Inæqualitas Planetæ Secunda, ejuſque Locus è Sole viſus determinatus eſt: Sed & porro Planetæ Diſtantia à Sole inventa eſt in partibus Diſtantiæ mediæ Telluris à Sole, quæ pro menſura habetur.

PROPOSITIO XXIII.

Cujuſvis Planetæ Tempus periodicum circa Solem definire.

OBſervetur Planeta propoſitus in Nodo, (ut Prop. XIX. factum,) & rurſus cum ad eundem Nodum proxime revertitur: Tempus inter has obſervationes intermedium eſt proxime Planetæ Tempus periodicum quæſitum. Nam quoniam Nodorum lineæ ſunt (per Prop. XLIII. Lib. I.) fere immotæ, quando Planeta totam deſcripſit Orbitam, ad eundem Nodum revertitur, & viciſſim.

Non tantum ope Planetæ in eodem Nodo bis obſervati ejus Periodus determinatur, ſed ſi bis in alio quovis Orbitæ ſuæ puncto Inæqualitate Secundâ exutus ſpectetur, periodicum Tempus patebit. Quod ſi Planetæ Locus Centricus ab Æquinoctiis computetur, habenda eſt ratio Præceſſionis Æquinoctialium punctorum interim factæ. In Planetarum Temporibus periodicis definiendis utile erit cautionem adhibere, quam ad Anni Tropici quantitatem exacte definiendam adhibuimus; nempe ut obſer-

obſervationes adhibeantur quam maxime inter ſe diſtantes, ut error inſenſibilis fiat, diviſione factâ per magnum revolutionum numerum. Ne autem in una integra revolutione peccetur, ſufficit Periodum veræ propinquam & numero rotundo noviſſe, quod fiet ſi in una Planetæ revolutione Loca Centrica bina aut plura quærantur in Oppoſitione vel Conjunctione cum Sole, (cum nempe Inæqualitate Secundâ caret,) & Tempus periodicum aſſumatur in ea ratione ad Tempus inter binas quaſvis obſervationes elapſum, ut diſtantia inter Loca Centrica ad integrum circulum. Si non contingat Planetam in ipſo Nodo, vel in ipſa Oppoſitione cum Sole obſervare, (quod plerumque fit;) tum iſtud momentum ex obſervationibus ante & poſt factis determinatur.

Si Planetæ Periodus cenſeatur Temporis ſpatium, quo Planetæ Locus Centricus idem eſt rurſus in ſpatio Mundano ſive inter Fixas qui prius fuerat: licet accurate loquendo talis nulla detur, poſito Nodos moveri; hoc eſt, ipſa Orbium plana mutari; tamen ſi hæc diverſa fuerit à Periodo ſuperius definita, poterit ea definiri (ſecundum Longitudinem conſiderata) ope obſervationum per Prop. præc. factarum, quando Planetæ Locus Centricus eſt prope eaſdem Fixas.

PROPOSITIO XXIV.

Longitudinem Axis majoris Orbitæ cujuſvis Planetæ primarii invenire.

HActenus planorum Orbium planetariorum ſitum ad ſe mutuo definivimus: ad ipſas nunc Orbitas in planis definitis deſcribendas accedimus. Quod quidem variis modis faciemus, ut hic aut ille uſurpetur pro obſervationum commoditate, & alter alterum correctiorem reddat; & ut Orbitæ per omnes aut plurimos modos in unum collimantes determinatæ accuratiores habeantur. Ac

primo, quomodo illarum Axes majores definiantur, oſtendemus. Capiendus eſt Orbitæ cujuſvis Planetæ primarii Axis major ad Axem majorem Orbitæ Terræ, in ſubſeſquiplicata ratione periodici Temporis propoſiti Planetæ (per Prop. præc. inventi) ad Tempus periodicum Telluris circa Solem per Prop. XIII. determinatum: Sic enim fient Cubi majorum Axium Orbitarum, Planetæ & Terræ, ut Quadrata Temporum periodicorum Corporum iſtorum circa Solem, quod demonſtratum eſt (Prop. XL. Lib. I.) obtinere in corporibus circa idem centrum revolutis, & agitatis Vi Centripetâ quæ eſt quadrato diſtantiæ ab iſto centro reciproce proportionalis: hanc vero eſſe conditionem Planetarum primariorum circa Solem revolventium oſtenſum eſt Prop. XLII. Lib. I.

PROPOSITIO XXV.

Datis tribus Locis Centricis Planetæ & Tempore periodico, ejus Orbitam deſcribere, & Temporis momentum quo Planeta Aphelium tenebat invenire.

EOdem modo quo Prop. XIV. ex datis tribus Telluris Locis ex Sole viſis (hoc eſt, Telluris Locis Centricis) & Tempore periodico, Orbitæ Telluris Species & Poſitio lineæ Apſidum determinatur, ſimile ex iiſdem datis in Planeta propoſito fiet, & Orbita ſic deſcripta per methodum Prop. XV. indicatam corrigetur. Et ſicut Telluris Orbita deſcripta eſt in plano Eclipticæ prius (Prop. XIX. Lib. II.) determinato, ita planum Orbis Planetæ propoſiti, in quo deſcribenda eſt ejus Orbita, determinatum eſt per Prop. XIX. & XX. Porro, ex Temporibus periodicis Telluris & Planetæ invenitur (per Prop. præc.) ratio majorum Axium Orbitarum eorundem: ex aſſumpta igitur majore Axe Orbitæ Terræ (ſive hujus ſemiſſe Telluris Diſtantia media à Sole) habebitur magnitudo Orbitæ Planetæ: penitus igitur determinatur Planetæ

netæ Orbita. Et Tempus, quando Planeta hic Aphelium tenebat, ſimiliter determinatur, atque idem in Planeta Tellure Prop. XIV. factum.

Quoniam Orbitæ Planetæ Ellipticæ Species ſola ex datis determinatur, (ut ex Prop. XIV. conſtat,) & ejus Orbitæ magnitudo reſpectu Orbitæ Terræ ex comparatione Temporum periodicorum horum Planetarum per præc. concluditur; idem poterit aliunde inferri; faciendo nempe ut Orbita certæ Speciei (ex tribus Locis Centricis determinatæ) ex Sole ut Umbilico deſcripta, tranſeat per ipſum Locum Planetæ in linea Nodorum per Prop. XIX. hujus inventum: Hoc namque punctum, in Planetæ Orbita datum, tantundem valet ad illius magnitudinem reſpectu magnitudinis Orbitæ Terreſtris determinandam, atque ejuſdem Axis major ſupra definitus: Iſtius enim puncti Diſtantia à Sole in partibus linearum Orbitæ Telluris determinata eſt; poteſtque alter horum modorum deſcribendi Orbitam per alterum examinari & corrigi.

Et hinc motus Apſidum cujuſvis Primarii definietur; nimirum eodem modo quo prius Nodorum motus.

PROPOSITIO XXVI. LEMMA.

Datis umbilico & longitudine axis majoris, deſcribere Ellipſin per data duo puncta tranſeuntem.

SIt S figuræ deſcribendæ umbilicus, A P longitudo axis majoris, L & l duo puncta per quæ Ellipſis tranſire debet. Centro L diſtantiâ æquali exceſſui rectæ A P ſupra rectam L S deſcribatur circulus C F; & ſimiliter centro l diſtantiâ æquali exceſſui rectæ A P ſupra l S deſcribatur circulus R F priorem ſecans in F; erit F Ellipſeos deſcribendæ umbilicus alter: Hiſce igitur umbilicis S & F, & axe majore æquali rectæ A P, deſcripta Ellipſis erit ea quæ quæritur. Quoniam enim L F æqualis eſt A P − L S, erit L S + L F æqualis A P. Pari modo A P æquatur Tab. XXI. Fig. 1.

tur

Tab. XXI. Fig. 1. tur *l* s + *l* F : Unde (per Prop. LII. *Lib. tert. Conicorum*) Ellipſis umbilicis S & F deſcripta, axem majorem habens æqualem rectæ A P, tranſibit per puncta L & *l*.

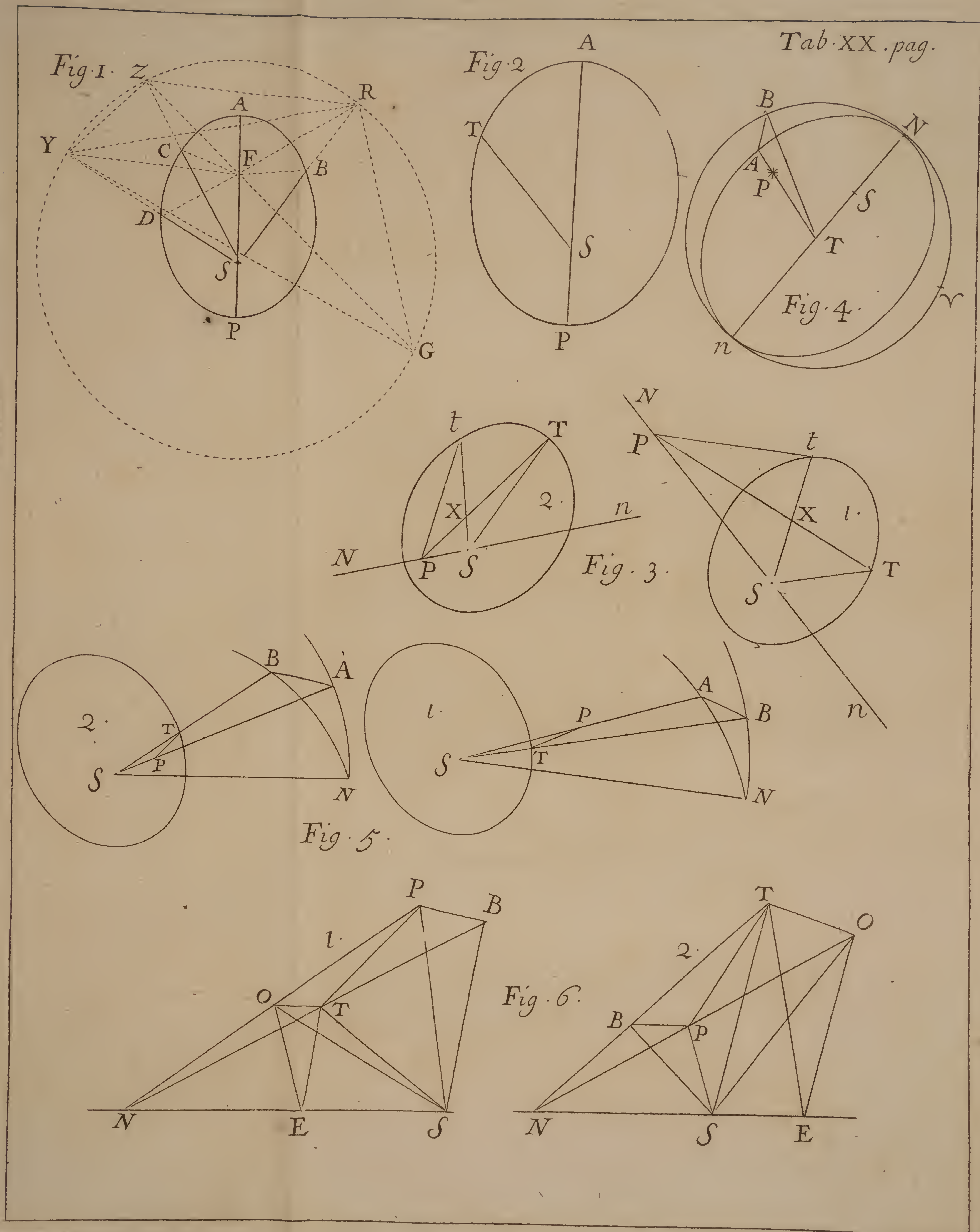
Facile eſt ex hujuſmodi conſtructione Geometrica calculi modum Aſtronomiæ accommodatum excogitare. Ex datis enim tribus punctis S, L & *l*, hoc eſt, ex datis tribus lateribus trianguli S L *l*, innoteſcunt anguli. Rurſus, in triangulo L *l* F dantur omnia latera; nempe L *l* ut prius, L F differentia datarum rectarum A P & L S, & *l* F differentia ipſarum A P, *l* S; innoteſcit igitur angulus F L *l*: ſed prius notus erat S L *l*, ergo dabitur angulus S L F. In triangulo igitur S L F, è datis L S, L F cum angulo S L F innoteſcet latus S F diſtantia focorum, & angulus L S F inter L S poſitione datam & axem majorem; datur ergo axis hic poſitione; ſed & magnitudine datus eſt: unde omnia ad Ellipſin pertinentia eliciuntur.

PROPOSITIO XXVII.

Datis duobus Locis Centricis Planetæ & à Sole Diſtantiis, una cum ejus periodico Tempore, Orbitam Planetæ determinare.

Fig. 2. SIt S Sol; ſint Planetæ duo Loca Centrica data in rectis S L, S *l* poſitione datis, & Planetæ Diſtantiæ à Sole ſint rectæ S L, S *l* magnitudine datæ. Unde L & *l* ſunt puncta per quæ Ellipſis tranſire debet. Porro, ex Tempore periodico noto (per Prop. XXIV.) determinatur P A Axis major Orbitæ Ellipticæ. Deſcribatur igitur (per præc.) Ellipſis, cujus Focus S, habens Axem majorem longitudinis datæ, quæ tranſeat per data puncta L & *l*. Loca Centrica Planetæ ejuſque Diſtantiæ à Sole vel in Oppoſitione aut Conjunctione cum Sole determinantur, ut Prop. XXI; vel ex obſervatione ubivis facta,

Tab·XX.pag.



Fig·1·
Z
R
Y
A
C
F
B
D
S
P
G
Fig·2
A
T
S
P
B
N
A
P
S
T
Fig·4·
n
♈
t
T
X
2·
n
N
P
S
Fig·3·
N
P
t
X
1·
T
S
n
B
A
2·
T
P
S
N
1·
P
A
B
S
T
N
Fig·5·
P
B
1·
O
T
N
E
S
Fig·6·
T
O
2·
B
P
N
S
E

facta, ut Prop. XXII. Ille tamen aſſumi poterit, qui determinatus eſt Prop. XIX, dum Orbis planetarii ſitus Eclipticæ reſpectu definiretur. Quod ſi plura quam duo Loca Centrica cum Diſtantiis à Sole correſpondentibus ſuppetant, tum ex quibuſvis binis definitâ Orbitâ, videndum num ſic definitæ congruant, illaque retineatur (ſi diſcrepent) quæ à pluribus Obſervationibus probatur; ut in calculo Aſtronomico fieri conſuevit.

PROPOSITIO XXVIII. LEMMA.

Ad Ellipſeos A L P *majorem axem* A P *ex umbilicorum altero* S *erigatur normalis* S R *Ellipſi occurrens in* R, *per quod acta recta* D R *Ellipſin contingens cum axe* A P *producto concurrat in* G, *& ex* G *ad axem ducatur perpendicularis* G F. *Hiſce poſitis, ſi ex quovis Ellipſeos puncto* L *inclinentur duæ rectæ* L S, L E, *altera* L S *ad aſſumptum umbilicum* S, *altera* L E *ad* F G *normalis; dico* L E *eſſe ad* L S *in data ratione* G P *ad* P S. *Tab.* XXI. *Fig.* 3.

PEr punctum L ad axem A P ducatur normalis L C axi occurrens in C & tangenti D R in D, & huic ex P parallela P N: Eritque C D æqualis rectæ S L (per *Prop.* CXXXIX. *Lib.* IV. *Gregorii à S*^to^. *Vincentio*) & P N ipſi P S. Sed G C eſt ad C D in data ratione, nempe G P ad P N; & igitur E L eſt ad L S in data ratione G P ad P N, ſive G P ad P S.

Hinc ſequitur G A eſſe ad A S in eadem dicta ratione G P ad P S; qui eſt caſus particularis hujus Propoſitionis, nempe cum libere aſſumptum punctum L coincidit cum A: Et hoc exinde etiam patet, quod (ex *Prop.* XXXIV. *Lib.* I. *Conicor.*) ob R G contingentem, A S eſt ad S P ut A G ad G P; unde permutando & invertendo G A eſt ad A S ut G P ad P S. Propoſitio hæc etiam obtinet in reliquis Coni Sectionibus.

PROPOSITIO XXIX. LEMMA.

Elipſin circa datum umbilicum deſcribere, quæ tranſeat per data tria puncta.

Tab. XXI. Fig. 4.

DEntur puncta L, *l*, λ, & focus S. Jungatur recta L *l*, & producatur ad F ita ut ſit L F ad *l* F ut S L ad S *l*. Item juncta λ *l* producatur ad *f*, ut λ *f* ſit ad *l f* ut S λ ad S *l*. Jungatur recta F *f* in quam ex L & S demittantur normales L E, S G, dividatur S G in P ita ut G P ſit ad P S ſicut L E ad L S, & producatur ad A ita ut G A ſit ad A S in eadem ratione: verticibus A & P & foco S; hoc eſt, axe majore P A & latere recto quadruplo ejus rectæ quæ eſt ad S P ut S A ad A P, (per *Prop.* LIV. *Lib.* I. *Conic.*) deſcripta Ellipſis tranſibit per puncta L, *l* & λ.

Ex *l* & λ in F G demittantur perpendiculares *l e*, λ ε. Quoniam ex conſtructione eſt L F ad *l* F ut S L ad S *l*; erit etiam (ob parallelas L E, *l e*) L E ad *l e* ut S L ad S *l*, ſive L E ad S L ut *l e* ad S *l*. Sed ex conſtructione eſt etiam G P ad P S, item G A ad A S ut L E ad S L; & igitur ut G P ad P S ita eſt *l e* ad S *l*. Pari modo eſt per conſtructionem λ *f* ad *l f* (hoc eſt, λ ε ad *l e*) ut S λ ad S *l*; adeoque λ ε ad S λ ut (*l e* ad S *l*; hoc eſt, ut modo demonſtratum, ut) L E ad S L. Cum igitur S L ad L E, item S *l* ad *l e*, & etiam S λ ad λ ε, ſit ut G P ad P S, ſive ut G A ad A S, atque hæc ſit Ellipſeos proprietas Lem. præc. demonſtrata; patet puncta L, *l* & λ eſſe in Ellipſi, cujus focus S & axis majoris extrema, ſive vertices, A & P. Atque hinc facile conſtat, quando Problema eſt impoſſibile, & quando loco Ellipſeos Parabola aut Hyperbola exit.

Si deſideretur calculus Aſtronomis familiaris, illum ex præcedente conſtructione facile erit elicere, modo *ex. gr.* ſequenti.

ſequenti. Quoniam s λ eſt ad s *l* ut λ *f* ad *l f*; erit *Tab. XXI. Fig. 4.* dividendo s λ — s *l* ad s *l* ut λ *l* ad *l f*: dantur autem ex datis punctis s, *l*, λ priores tres termini analogiæ; innoteſcet igitur quartus *l f*. Similiterque, quia s L . s *l* :: L F *l* F, dividendo erit s L — s *l*. s *l* : : L *l*. *l* F, & ex datis primis tribus notus erit quartus terminus; nempe *l* F recta. Porro, ex datis trianguli s *l* λ tribus lateribus datur angulus s *l* λ, & ex trianguli s L *l* lateribus notis innoteſcit s *l* L; ergo datur & angulus L *l* λ horum differentia vel ſumma, & huic ad verticem æqualis F *l f*. In triangulo igitur F *l f* datis lateribus *l* F, *l f* modo inventis, una cum angulo comprehenſo F *l f*; invenietur angulus F *f l*, & proinde hujus complementum ad rectum *f l e*. Sed ex prius noto s *l* λ angulo innoteſcit ejus complementum ad duos rectos s *l f*: dabitur ergo angulorum notorum s *l f*, *e l f* ſumma vel differentia *e l* s, ac proinde illius (propter parallelas *e l*, G s) ad duos rectos complementum *l* s G; nempe inclinatio axis majoris ad rectam *l* s poſitione datam. Porro, in triangulo *f e l* rectangulo ad *e* dantur omnes anguli, una cum latere *f l*; innoteſcit ergo *e l*, ſive G M, poſitâ *l* M ad G s normali. Similiter in triangulo rectangulo s M *l*, datis angulis & latere s *l*, datur s M; ipſarum autem G M, M s ſumma vel differentia eſt G s. Rurſus, quoniam per Lem. præc. *e l* . *l* s : : G P . P S, erit componendo *e l* + *l* s . *l* s : : G s . s P, & datis tribus primis hujus analogiæ terminis, notus erit quartus s P: Similiter, quoniam *e l* . *l* s : : G A . A s, erit dividendo *e l* — *l* s . *l* s : : G s . A s; unde innoteſcit A s: Ipſarum P s, s A ſumma eſt Axis major. Alter Ellipſeos Focus tantum diſtat ab A, quantum s à P. Datis Focis & Verticibus A & P, reliqua non latebunt.

PROPOSITIO XXX.

Datis tribus Locis Centricis Planetæ & à Sole Diſtantiis, ejus Orbitam Ellipticam deſcribere.

Tab. XXI. *Fig.* 5. DEntur Loca Planetæ Centrica, ejuſque à Sole Diſtantiæ correſpondentes; nempe, poſito S Sole, rectæ S L, S *l*, S λ poſitione & magnitudine. Per præcedentem deſcribatur vel calculo determinetur Ellipſis, cujus focus S, tranſiens per puncta L, *l*, λ Erit hæc Orbita quæſita. Hujus autem reſpectus ad Telluris Orbitam ideo notus eſt, quod linearum S L, S *l*, S λ magnitudo datur in partibus mediæ Diſtantiæ à Sole, & ſitus plani Orbitæ reſpectu plani Eclipticæ ex Prop. XIX. & XX. determinatus ſupponitur.

Huic Propoſitioni innititur methodus Cl. *Halleii* Planetarum Orbitas determinandi, *Tranſact. Philoſ. An.* 1676. N°. 128 tradita. Si nempe Planeta quivis in eodem Orbitæ ſuæ puncto (quod quando fieri contingat, ex ejus Tempore periodico præterpropter noto ſatis innoteſcit) ter obſervetur è Terra, habebuntur tria Loca Terræ è Sole viſa, & tres Diſtantiæ Telluris à Sole correſpondentes in partibus Diſtantiæ Planetæ à Sole expreſſæ; adeoque ipſa Telluris Orbita per præc. determinata: Quâ cognitâ, ſi Planeta quivis bis in eodem Orbitæ ſuæ puncto è Terra obſervetur, ac proinde (per Prop. XIX.) ejus Locus Centricus & à Sole Diſtantia determinentur, atque hoc in aliis duobus ejuſdem Planetæ Locis repetatur; habebuntur tria Orbitæ planetariæ puncta, ex quibus una cum Focorum altero (Solis nempe loco) datis ipſa Orbita (per Prop. præc.) determinatur. Si periodicum Tempus ſatis exacte ſit notum, idem conficietur ex duobus Locis Centricis & à Sole Diſtantiis notis, quæ ex bis binis obſervationibus Planetæ in iiſdem duobus punctis quibuſcunque obſervati per Prop. XXVII. colligere

gere licet: Eâdemque operâ Locus Nodorum & Orbis Inclinatio ad Eclipticam per Propoſitiones XIX. & XX. determinantur.

PROPOSITIO XXXI. LEMMA.

Invenire diametros conjugatas Ellipſeos, quæ per data quinque puncta tranſeat.

Sint data quinque puncta N, M, L, K, H, per quæ tranſeat Ellipſeos perimeter; invenienda eſt Ellipſeos iſtius diameter quædam F E, ejuſque conjugata T Y, magnitudine & poſitione. Ductæ intelligantur rectæ data puncta conjungentes, (ut in ſchemate,) quarum duæ quædam aut parallelæ ſunt, aut duæ nullæ. Hoc autem facile perſpicitur; cum enim dentur puncta N, M, L, K, H, dantur rectæ omnes ea omnifariam conjungentes, & anguli inter rectas iſtas comprehenſi. Si ergo deprehendatur angulos duos alternatim poſitos (*ex. gr.* K M H, M H N) eſſe æquales, concludetur rectas duas M K, N H, in quibus prædicti anguli alternatim ſunt poſiti, eſſe inter ſe parallelas. *Tab. XXI. Fig. 6.*

Caſ. I. Ponatur primo duas quaſdam M K, N H eſſe parallelas. Biſecentur hæ in B & A, & juncta B A producatur, donec Ellipſi occurrat in F & E; erit hæc (ex *Elementis Conicis*) Ellipſeos diameter, & quidem (per 26. *Dat.*) poſitione data; quippe per data puncta B & A tranſiens. Ducatur per L ipſi E F parallela L X, Ellipſi in X, rectæ M K in D, & N H in C occurens. Et junctæ X K, L M occurrant rectæ H N (ſi opus eſt productæ) in punctis P & G. Per Prop. XVII. *Lib.* III. *Elem. Conic. Apollonii* eſt rectangulum X D L ad rectangulum M D K ut Z F *q* ad Z Y *q*. Item X C L . N C H :: Z F *q*. Z Y *q*. Et igitur X D L . M D K :: X C L . N C H. Sed (ut infra oſtendetur) eſt X D L . M D K :: X C L . G C P. Et igitur (per *Prop.* IX. *Elemen.* V.) eſt N C H rectangulum

 æquale

Tab. XXI. *Fig.* 6. æquale rectangulo G C P. Atqui rectangulum N C H datur, quoniam ejus latera N C, C H dantur; tota enim N H initio datur tam magnitudine quam poſitione, item recta L C poſitione, (per 28. *Dat*:) quare (per 25. *Dat*.) dabitur & C punctum: item recta G C, quippe cujus termini G & C dantur; datur ergo (per 57. *Dat*.) C P magnitudine: ſed & poſitione; ergo ipſum P punctum datum eſt. Datur etiam & K punctum; ergo & puncta illa conjungens recta K P poſitione datur, & proinde (per 25. *Dat*.) punctum X in Ellipſi (ubi poſitione datæ L C, K P concurrunt) etiam datum eſt. Jungantur rectæ N X, L H diametro E F (ſi opus eſt productæ) occurrentes in R & S: eritque (per ſupra citatam *Prop*. XVII. *Lib*. III. *Elem. Conic*.) tum N C H ad X C L, tum N A H ad E A F, ſicut Z Y *q* ad Z F *q*; unde N C H . X C L :: N A H . E A F. Et per inferius demonſtratum eſt N C H . X C L :: N A H . R A S; quare (per IX. *El*. V.) R A S rectangulum rectangulo E A F æquale eſt. Sed R A S datur, (cum tria puncta A, R & S dentur, A quidem ut ſupra oſtenſum, R & S per 25. *Datorum*; nempe datæ poſitione rectæ E F cum poſitione datis rectis X N, H L concurſus;) rectangulum igitur E A F datum erit. Simili ratione invenietur E B F rectangulum: & dantur puncta A & B; ergo & ipſa E F magnitudine, ut deinceps oſtendemus: Sed prius inventa erat ejus poſitio; quare diameter E F poſitione & magnitudine data eſt. Porro, T Y *q* eſt ad E F *q* ut N C H ad X C L, ut ſupra oſtenſum eſt; hoc eſt, (per I. *Dat*.) in ratione data, ob data N C H, X C L rectangula; quare & prioris ſubduplicata ratio, nempe ratio T Y ad E F (per 24. *Dat*.) etiam data eſt: ſed datur E F, ut ſupra oſtenſum; ergo per 2. *Dat*. dabitur T Y magnitudine. At poſitio ejus datur per 28. *Dat*.; quippe per datum punctum Z medium datæ poſitione & magnitudine rectæ E F, ad datam poſitione rectam N H parallelæ:

rallelæ : igitur dantur, tam poſitione quam magnitudine, rectæ E F, T Y, diametri nempe conjugatæ Ellipſeos per data quinque puncta N, M, L, K, H tranſeuntis.

Caſ. II. Sed non ſint parallelæ rectæ lineæ M H, N K, neque aliæ quævis duæ: hæ ergo M H, N K (productæ ſaltem) ſe mutuo ſecabunt, puta in I puncto, quod per 25. *Dat.* dabitur. Ducatur per L recta L V ipſi M H parallela, rectæ N K occurrens in Q, quod (per 28. & 25. *Dat.*) itidem datum erit: Eritque ratio rectanguli N Q K ad rectangulum L Q V data; eadem nempe (per *Prop.* XVII. *Lib.* III. *Elem. Conic.*) quæ eſt dati rectanguli N I K ad datum M I H. Sed rectangulum N Q K datum eſt cum ejus latera N Q & Q K dentur, & igitur rectangulum L Q V etiam eſt datum: Unde, cum data ſit L Q, per 57. *Dat.* recta Q V magnitudine data eſt; ſed & etiam poſitione, quippe per datum punctum Q datæ poſitione rectæ M H parallela; ergo ipſum V punctum, per 27. *Dat*; cum detur rectæ Q V magnitudo & poſitio & altera extremitas Q. Quare devenimus ad caſum priorem; dantur nempe quinque puncta N, M, L, V, H, vel M, L, K, V, H, per quæ Ellipſis tranſeat, talia tamen ut rectæ duæ L V, M H ſint parallelæ. Ex prædictis ergo inveniantur iſtius Ellipſeos diametri conjugatæ. Q. E. F. Tab. XXI. Fig. 7.

Sint duæ rectæ inter ſe parallelæ G P, M K, *in quas incidat recta linea* X C D L, *& à quibuſlibet ejus punctis* X *&* L *ducantur utcunque rectæ* L M G, X P K *parallelis occurrentes in* M, G, P *&* K: *dico rectangulum* X D L *eſſe ad* M D K *ut* X C L *ad* G C P *rectangulum.*

Rectanguli X D L ad rectangulum M D K ratio (per *Prop.* XXIII. *Elem.* VI.) componitur ex ratione X D ad D K & ratione L D ad D M; & ratio rectanguli X C L ad rectangulum G C P ex rationibus X C ad C P & L C ad C G. Sed propter parallelas M D K, G C P eſt X D . D K :: X C . C P; item L D . D M :: L C . C G. Cum igitur rationes componentes æquales ſint erunt & compoſitæ æquales; Fig. 8.

les; hoc eſt, XDL ad MDK ſicut XCL ad GCP.

Si detur utrumque rectangulum EAF, EBF, *& data* Tab. XXI. Fig. 9. *ſint* A *&* B *puncta; dantur etiam* E *&* F *puncta, poſitâ* EABF *rectâ.*

Rectangulo enim EAF æquale ponatur rectangulum BAC, & rectangulo EBF rectangulum ABD: Adeoque, cum (ex hyp.) EAF & BA dentur, datur (per 57. *Dat.*) AC. Similiter ob data EBF & AB dabitur AD. Propter priorem æqualitatem erit (per XVI. *Elem.* VI.) FA. AB::AC.AE, & per converſionem rationis FA. BF::AC.CE. Rurſus, propter poſteriorem æqualitatem eſt EB.BD::AB.BF, & componendo ED.BD::FA.BF. Unde (per *Prop.* XI. *El.* V.) AC.CE::ED.BD: & idcirco rectangulum contentum ſub AC & BD æquale eſt rectangulo ſub CE, ED. Atqui rectangulum ſub AC & BD datur, (utraque enim recta data eſt;) ergo datum eſt etiam rectangulum ſub CE, ED. Et quia datum hocce rectangulum applicatur ad datam rectam CD (nempe ex datis partibus CA & AD conſtantem) deficiens figurâ quadratâ, dabitur (per 58. *Dat.*) CE; & conſequenter AE (per 4. *Dat.*) Et propter datum ab initio EAF rectangulum dabitur etiam AF recta; hoc eſt, ipſa E & F puncta data erunt.

PROPOSITIO XXXII. LEMMA.

Invenire umbilicos & vertices Ellipſeos, quæ per data quinque puncta tranſeat, & Ellipſin proinde per data quinque puncta tranſeuntem deſcribere.

Fig. 10. PAppus in *Lib.* VIII. *Collect. Matth.* hoc Probl. & præc. in uſus Architectonicos proponit & conſtruit; ut nempe portione ſuperficie recti Cylindri datâ, cujus nulla pars in circumferentiis baſium integra ſervatur, inveniatur Cylindri craſſitudo. Hæc Aſtronomi deinceps in uſus ſuos converterunt. Per præc. Lem. inveniantur

duæ

duæ quævis diametri conjugatæ Ellipſeos, quæ per data quinque puncta tranſeat, ſintque hæ A B, C D ſe mutuo biſecantes in centro E. Producatur B A in H, ut ſit E A H rectangulum æquale quadrato ex D E; unde (per 58. *Dat.*) datur E H. Ex hujus medio puncto K erecta normalis K L concurrat cum M A G recta per A ad D C parallela, in L puncto, quod proinde datur ob rectas M G, K L poſitione datas. Centro L per E vel H ducatur circulus rectam M A G in M & G interſecans, cujus proinde diameter M G datur tam poſitione, (quia per A punctum datum datæ poſitione rectæ C D parallela eſt,) quam magnitudine, (cum ſit dupla rectæ data puncta E & L conjungentis.) Junctæ rectæ G E, M E etiam dantur, tam poſitione quam magnitudine. Harum autem poſitio eadem eſt cum poſitione axium quæſitorum: Nam quoniam rectangulum E A H (per XXXV. *Elem.* III.) æquale eſt rectangulo M A G, & per conſtructionem E A H æquale quadrato à D E; erit E D *q* æquale M A G, ſive (per *Prop.* XVII. *Elem.* VI. E D media proportionalis inter M A & A G; ac proinde (per *Prop.* LXXXVIII. *Lib.* III. *Greg. à* S^{to}. *Vincentio*) Ellipſeos ſuper conjugatas diametros A B, C D deſcriptæ axes ſunt in E G, E M rectis. Axium autem magnitudo ſic expedite determinatur. Per A ad E G, E M demittantur normales A Q, A N, quæ proinde dantur. Sumatur in E G recta E O media proportionalis inter E G, E Q; item in E M, E R media inter E M, E N: erunt rectæ E O, E R (per 24. *Dat.* datæ) Elipſeos ſemi-axes per *Prop.* XXXVII. *Lib.* I. *Conic.* Si in G E producta capiatur E P æqualis E O, & in M E producta E T æqualis E R, erunt poſitione & magnitudine datæ O P, R T Ellipſeos axes, dataque puncta O, R, P, T ejuſdem vertices principales. Porro, ſi axis major P O ita dividatur in S & F, ut rectangulum ſub P S & S O, item rectangulum ſub P F & F O æquale ſit quadrato ab R E deſcripto, erunt (ex Prop. LII. *Lib.* III. *Elem. Conic.*) puncta S & F Ellipſeos umbilici. Hæc vero puncta ſic inventa (per 58. *Dat.*)

Tab. XXI. *Fig.* 10.

data ſunt. Datis autem axibus & umbilicis, Ellipſis deſcribitur per *Prop.* LIV. *Lib.* I. *Conic. Apollonii.*

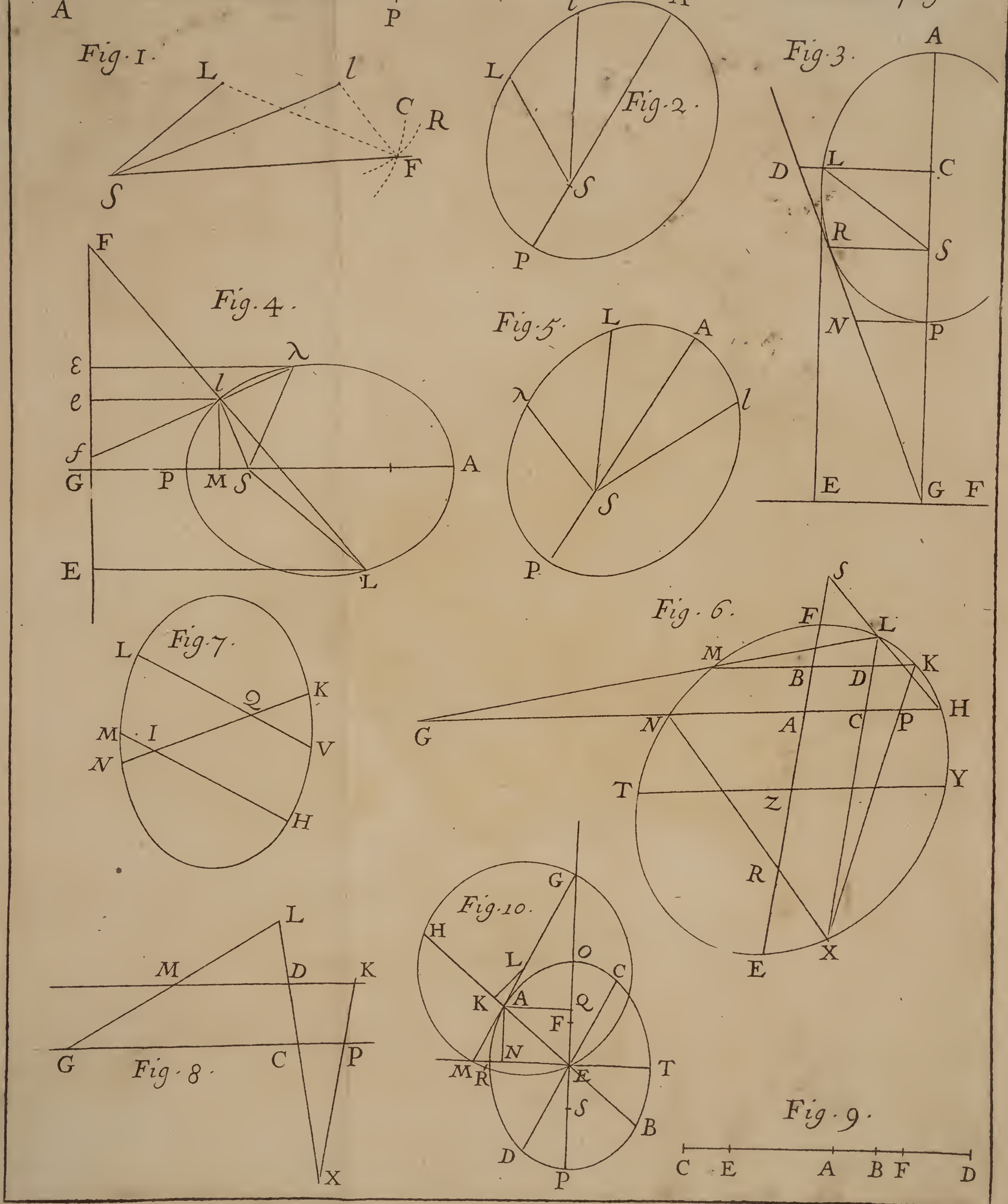
Non opus eſt hic ſubjungere formam calculi Trigonometrici, Problemati huic accommodati: Geometris enim ſatis eſt notum, quæ per *Euclidis Data* eruuntur facillime per calculum eodem prorſus modo progredientem ſimiliter erui, & quidem plerumque Trigonometrico quod hic accidit: Et revera inveſtigatio Problematis cujuſvis ope *Datorum Euclidis* univerſalis eſt modus illud determinandi, Veteribus familiaris.

PROPOSITIO XXXIII.

Datis quinque Locis Centricis Planetæ, & à Sole Diſtantiis, ejus Orbitam deſcribere.

IN præcedentibus, dum Planetarum Orbitas determinaremus, nihil ſuppoſuimus quod non ſit obſervationibus exacte inſtitutis, æque ac cauſis Motuum phyſicis Lib. I. demonſtratis, congruum: Quod nempe Planetæ cujuſvis Orbita ſit Ellipſis, cujus Focorum alter eſt immotus Sol, quodque Planeta hanc ita percurrat, ut areæ ſeu ſectores inter rectas ad Solem ductas & arcus Ellipticos comprehenſi ſint proportionales temporibus, quibus dicti arcus à Planeta deſcribuntur. Licet enim Prop. XIV. ſuppoſuimus aliquantiſper cum Celeb. *Wardo* Planetam Orbitam ſuam ita deſcribere, ut æquabilis ſit motus angularis ad Ellipſeos Focum à Sole diverſum; hoc ideo ſolum factum eſt, quod in Orbita Telluris haud valde excentrica iſta ſit approximatio non contemnenda ad æquabilem arearum deſcriptionem à radio ad Solem ducto, ut Prop. V. oſtenſum eſt: Et Telluris Orbitam ex iſta hypotheſi definitam ſequenti Prop. XV. quantum libet correximus: In hac autem Prop. ne iſtud quidem ſupponemus, quod Sol in umbilico cujuſque Orbitæ collocatur; ſed Orbitam deſcribemus ex datis quinque Locis Centricis, totidemque

Tab·XXI·pag·



demque à Sole Diſtantiis, etiam independenter ab illo: Sic enim præcedentium veritas clarius elucet, cum Sol in Orbitarum ſic deſcriptarum communi Foco collocatus deprehendetur.

Ex datis Planetæ Locis Centricis dantur poſitione rectæ, in quibus hic è Sole videtur: Sint iſtæ S N, S M, S L, S K & S H. Et ex datis correſpondentibus Diſtantiis à Sole dantur (per 27. *Dat.*) puncta N, M, L, K & H. Per puncta hæc (ope præc. Lem.) deſcribatur Ellipſis, quæ erit Planetæ Orbita quæſita. Et per idem Lem. invenientur Vertices, Foci, Poſitio Axis majoris & reliqua quæ in Planetæ Orbita quæruntur. Q. E. F. *Tab. XXII. Fig. 1.*

PROPOSITIO XXXIV.

Ad datum Tempus Planetæ propoſiti Locum Centricum & Diſtantiam à Sole determinare.

PLano Orbis Planetarii, Poſitione Lineæ Apſidum Specieque Orbitæ planetariæ ex præcedentibus determinatis; hoc eſt, ipſâ Orbitâ in proprio ſitu circa Solem deſcriptâ, quæ ſit *ex. gr.* A L P: ex cognito præterea (per Prop. XXV.) momento quo Planeta aliquando Apſidem tenebat, & Planetæ Tempore periodico per Prop. XXIII; notum erit Tempus elapſum ex quo Apſidem (*v. g.* A) proxime tenuit, ſive nota ratio dicti Temporis ad Tempus integrum periodicum; hoc eſt, ex lege motûs Planetarii Lib. I. demonſtrata, ſuppôſito L Planetæ Loco, nota eſt ratio Areæ A L S ad integram Ellipſin A L P A. Inveniatur ergo angulus A S L per Prop. III, IV, VI vel VII. Recta igitur S L datur poſitione, cum in dato angulo inclinetur ad P A Lineam Apſidum poſitione datam: Sed & magnitudine per eaſdem, (cum hæc detur in partibus Diſtantiæ Apheliæ S A, quæ ſupra definita eſt in partibus mediocris Diſtantiæ Terræ à Sole, quæ pro harum linearum communi menſura habetur;) hoc *Fig. 2.*

 eſt,

Tab. XXII Fig. 2. eſt, Planetæ propoſiti Locus è Sole viſus & ejuſdem à Sole Diſtantia.

Viciſſim Tempus invenietur, quo Planeta datum Locum Heliocentricum occupabit; ex data Anomalia coæquata (ex præcedentibus) mediam inveniendo, cui Tempus eſt proportionale.

PROPOSITIO XXXV.

Ad datum Tempus Locum Planetæ Geocentricum, quoad Longitudinem & Latitudinem, & Planetæ à Terra Diſtantiam invenire.

AD Tempus datum inveniatur (per Prop. XVIII.) Locus Telluris Heliocentricus in propria Orbita, & (per præc.) propoſiti Planetæ Locus etiam Heliocentricus in ſua Orbita, cum reſpectivis à Sole Diſtantiis.

Fig. 3. Referat S Solem, T Locum Terræ in ſua Orbita, L Locum Planetæ in ſua. Planorum harum Orbitarum ſit recta S N communis interſectio, quæ per Solem extenditur, (quia Sol eſt in utroque plano,) cujuſque poſitio per Prop. XIX. datur. Porro, ex Telluris Loco T dato, dantur recta S T & angulus T S N in plano Eclipticæ; & ex Planetæ Loco L, recta S L & angulus L S N in plano Orbis planetarii. Ducantur per L & S atque per L & T plana circulorum Latitudinis Eclipticæ plano recta, quorum communis interſectio L E recta (per *Prop.* XIX. *El.* XI.) eſt Eclipticæ plano normalis. Ducatur in plano Orbis planetarii recta L N ad S N perpendicularis; juncta E N erit (per *Converſ. Prop.* XI. *El.* XI.) eidem S N etiam perpendicularis.

In triangulo S L N rectangulo ad N dantur S L & N S L; unde dabitur latus L N. In triangulo L E N rectangulo ad E dantur latus L N modo inventum & angulus L N E, qui (per *Def.* VI. *El.* XI.) æqualis eſt Inclinationi Orbis planetarii ad Eclipticam, per Prop. XX. inventæ; dantur igitur L E

&

& E N. In triangulo porro L E S rectangulo ad E dantur latera L E & L S; ideoque datur latus S E, *Diſtantia Planetæ à Sole Curtata*. In triangulo E S N præter rectum ad N dantur E S & prius inventum E N; dabitur ergo angulus E S N, Planetæ Longitudo Heliocentrica in Ecliptica à Nodo N computata: Sed datur Nodi Locus in Ecliptica; quare & Planetæ Locus Heliocentricus in Ecliptica notus erit. Rurſus, in triangulo T S E data eſt S T ab initio, & modo inventa eſt S E; datur etiam angulus T S E, (æqualis ſummæ vel differentiæ datorum angulorum T S N, E S N, quia tres rectæ S T, S E, S N ſunt in plano Eclipticæ,) qui & *Angulus Commutationis* dicitur: Et propterea dantur reliqua, nempe angulus T E S *Parallaxis Orbis* nuncupatus, & S T E *Elongatio Planetæ à Sole*; hoc eſt, poſitio rectæ T E ſive Planetæ Locus Geocentricus in Ecliptica, & ejuſdem T E magnitudo. Denique, in triangulo T E L rectangulo ad E dantur latera T E & E L; innoteſcent igitur T L Diſtantia Planetæ à Terra & angulus L T E Planetæ Latitudo Geocentrica. Tab. XXII. Fig. 3.

SECTIO IV.

De Planetarum Elongatione maxima a Sole, Directione, Statione & Retrogradatione.

PROPOSITIO XXXVI.

Dati Planetæ Elongationem à Sole maximam, è dato ſuperiore viſam, ejuſque Tempus determinare.

Sit S Sol, T R Planetæ remotioris Orbita, V P propioris. Ducatur utcunque propioris Planetæ radius vector S V, atque huic normalis V T remotiori Orbitæ occurrens in T, quæ proinde (per XVI. *El.* III.) Orbitam circularem V P continget in V. Inferior in V à Sole maxime elongatus ſuperiori in T videbitur: Nam recta ab alio quovis Orbitæ P V puncto (ut *v*) ad T ducta mi- Fig. 4.

 norem

norem angulum cum T S comprehendet. In triangulo igitur T V S rectangulo ad V datur laterum S T, S V (datorum nempe Planetarum Diſtantiarum à Sole) ratio; innoteſcunt igitur reliqui anguli T S V, S T V, quorum hic eſt Planetæ Elongatio à Sole maxima, alter T S V eſt Commutationis Angulus ſive Diſtantia Planetarum Heliocentrica. Quandocunque igitur modo inventus Commutationis Angulus contingit, ſimul etiam contingit Planetam inferiorem è ſuperiore viſum à Sole maxime elongari.

Tab. XXII. Fig. 5. Hactenus ſuppoſuimus utriuſque Planetæ Orbitam eſſe circularem. Quod ſi ellipticæ earum figuræ ratio habeatur, Problema haud abſimiliter ſolvitur. Datur enim angulus S V T, quem Orbitam tangens recta V T comprehendit cum radio vectore S V in aſſumpto angulo ad Lineam Apſidum inclinato; datur præterea S V magnitudine, cum nota ſit ejus inclinatio ad Diſtantiam Apheliam S α magnitudine prius datam; & quoniam noti ſunt anguli A S α, α S V, item angulus V S T, (proxime æqualis illi, qui obtineret ſi utraque Orbita eſſet circularis;) notus etiam erit A S T angulus, ac proinde S T magnitudine nota; unde reliqua conficiuntur ut prius. In hoc caſu Elongatio maxima mutatur pro varia Diſtantia puncti V (ubi celebratur) ab Orbis proprii Aphelio: Major quippe eſt (cæteris paribus) in inferioris Aphelio α, minor in Perihelio π, mediocris in media longitudine; ſed & manente inferioris loco V, varia eſt pro ſitu ſuperioris in T vel *t*.

PROPOSITIO XXXVII.

Planeta quivis Primarius ex alio quovis Primario ſpectatus, in aliqua Orbitæ ſuæ parte Stationarius, in aliqua Directus, in aliqua denique Retrogradus apparet.

Fig. 6. SIt S Sol, circa quem duo Planetæ à D per C verſus B rotantur; Orbita propioris P T; remotioris R Z; arcus ab illis æqualibus temporum ſpatiis deſcripti A R,

P B.

P B. Ducatur utcunque S R Orbitæ propioris in P occurrens. Inter S R & S P ſit media Geometrica S M. Erit (per Prop. XXVII. Lib. I.) velocitas remotioris Planetæ ad velocitatem propioris ut S P ad S M : Sed ſpatia à mobilibus æqualibus temporibus deſcripta ſunt ut eorum velocitates ; & igitur eſt A R ad P B ut S P ad S M ; unde A R quam P B minor eſt. Patetque poſſibile eſſe duas parallelas rectas H A D *h*, G R C *g* per A & R ducere tales, ut propioris Orbitæ arcus ab illis interceptus æqualis ſit arcui P B. Ita enim duci potuerunt rectæ parallelæ, ut quanto C D (æqualis ipſi P B) major eſt quam A R tanto obliquior ſit, (daturque interioris Orbitæ arcus, qui ad parallelas per A & R quantumvis obliquus eſt,) ut arcus C D, majore ſui obliquitate majorem longitudinem compenſans, utramque è parallelis rectis extremitatibus ſuis contingat. Quo poſito, ſi Planetæ reperiantur in ſitu ad ſe mutuo qualis hic eſt A & D; hoc eſt, ſi angulus Commutationis ad Solem æqualis fuerit A S D angulo, (quod patet neceſſario futurum bis inter duas proximas propoſitorum Planetarum Conjunctiones è Sole viſas) alter ex altero ſpectatus toto illo temporis ſpatio ad eaſdem Fixas referetur; hoc eſt, Stationarius apparebit. Nam ſuperior ad A ex inferiore ad D verſante videtur in recta D A H, & ſuperiore ad R progreſſo inferior ad C progreditur, (cum ex hypotheſi D C ſit ad A R ut Planetæ Soli propioris velocitas ad velocitatem remotioris :) ille igitur ex hoc in recta C R viſus ad eundem Locum inter Fixas referetur, ad quem prius referebatur, cum diſtantia inter parallelas D A, C R præ Fixarum diſtantia evaneſcat penitus. Et ob eandem rationem inferior Planeta arcum D C percurrens, è ſuperiore arcum A R eodem tempore percurrente ſpectatus, etiam Stationarius apparebit. Similiter, ſi Planeta Soli propior ſit ab altera parte puncti P, (in quo è Sole viſus remotiori conjunctus videtur ; hoc eſt,

Tab. XXII. Fig. 6.

Tab. XXII. Fig. 6. eſt, in quo Sol & Planeta ſuperior ex inferiore ſpectati oppoſiti cernuntur, & ubi inferior è ſuperiore ſpectatus Soli conjunctus videtur,) tantumque ab illo diſtans, ubi nempe ſenſibilis alicujus temporis lineæ viſivæ inter ſe rurſus ſunt parallelæ, *v. g.* ad *c d*, alter ex altero ſpectatus rurſus Stationarius apparebit.

Dico porro, quod priuſquam Planeta Soli propior ad ſupra dictum ſitum pervenerit reſpectu ſuperioris, hoc eſt, ſuperiore in R verſante priuſquam inferior ad D pervenerit; alter ex altero ſpectatus in conſequentia moveri videtur. Sumatur enim arcus D F ipſi P B aut D C æqualis, junganturque rectæ F A, D R, & producantur utrinque in K A F L & I R D L; hæ non erunt parallelæ ſed ad partes ultra R A (reſpectu Solis) divergent, citra vero convergent & concurrent, puta in L puncto, ex quo rurſus divergent. Nam quia (ex hypotheſi) D A, C R ſunt parallelæ, & D F æqualis eſt ipſi C D, ſed ad R D obliquior quam C D eſt ad R C; patet D R, F A ultra R A divergere & concurrere citra R A; ſc. vel retro D F, ſi hic ſit in parte propioris Orbitæ ad R obverſa, (ut in caſu hujus ſchematis,) vel inter R A & D F, ſi in parte averſa. Si jam inferiore in F verſante ſuperior ſit in A, hic ex illo in K videbitur: Inferiore ad D pervento ſuperior ad R (ex hypotheſi) progreſſus eſt, & ex illo ad I videtur. Ex ſitu vero K ad ſitum I pervenire eſt in conſequentia Signorum moveri, ſive Directum eſſe; ſiquidem Planetarum quivis ab A ad R vel à D ad C ex Sole viſus in conſequentia movetur. Sed & inferior ex ſuperiore ſpectatus eodem tempore Directus videtur: Nam inferior in F ex ſuperiore in A ad *k* videbitur: poſteaque inferior ad D ex ſuperiore in R ad *i* cernetur: Locum vero à *k* ad *i* mutare etiam eſt in conſequentia tendere, ſiquidem Sol ex Planeta quovis ſpectatus in conſequentia moveri videtur; nempe ex S verſus Q. Similiter, poſtquam Planeta Soli propior Stationem ſecundam ad *d* eſt præter-

prætergreſſus, rurſus Directus eſt, taliſque manet donec inferior ad ſitum reſpectu ſuperioris (qualis eſt D reſpectu A) denuo appellat; quod fiet peractâ integrâ revolutione à priore loco D, & inſuper eâ alterius parte, quæ ad dictum (reſpectu remotioris Planetæ interim progreſſi) ſitum denuo recuperandum requiritur. Tab. XXII. Fig. 6.

Dico tertio, quod alter ex altero Retrogradus videbitur, poſtquam Planeta Soli propior ſupra deſcriptam Stationis primæ metam D C tranſierit, & ad ſecundam *c d* non pervenerit. Sumatur C E ipſi P B aut D C æqualis; ducantur rectæ C A, E R & utrinque producantur in O C A Y *o* & N E R Y *n*, quæ non ſunt parallelæ, ſed ad partes C E divergunt, & verſus A R convergunt, & productæ concurrunt, puta in Y, quia ex hypotheſi D A, C R ſunt parallelæ, & C E æqualis eſt D C, ſed ad R E minus obliquus quam C D ad R C. Si jam ſuperiore in A verſante inferior ſit in C, hic ex illo in O videbitur, & viciſſim ille ex hoc in *o*: Cum vero ſuperior ad R pervenit & inferior ad E invenitur, hic ex illo ad N, ille vero ex hoc ad *n*, cernetur. Patet vero quod ab O ad N videri moveri, vel ab *o* ad *n*, eſt contra Signorum ordinem moveri; ſiquidem ab S ad Q vel ab A ad R fit ſecundum illum; nempe qua Primarius è Sole viſus vel viciſſim hic ex illo tendere videtur. Atque Retrogradatio hæc apparens ſuperioris ex inferiore viſi, vel inferioris è ſuperiore, durat à Statione prima ad D C celebrata ad ſecundam ad *c d*: Sed, propter remotioris motum, Statio hæc ſecunda tranſponitur aliquantulum in conſequentia, ſive ultra locum *c d* hic depictum. Patet igitur Primarium quemvis ex alio Primario ſpectatum in aliqua Orbitæ ſuæ parte Directum eſſe, in aliqua Retrogradum, in aliqua denique Stationarium. Q. E. D.

COROLLARIUM I.

Ex Propoſitionis hujus demonſtratione liquet Planetam

Tab. XXII. *Fig.* 6. ſuperiorem ex inferiore ſpectatum, ſimul Directum, ſimul Stationarium, ſimulque Retrogradum apparere, atque inferiorem è ſuperiore illo ſpectatum.

COROLLARIUM 2.

Quo inæqualior eſt ratio inter Orbitas duorum Planetarum, eo locus in inferioris Orbita, in quo inferior reperitur dum alter ex altero ſpectatus apparet Stationarius, propior eſt ejus puncto ex quo ducta recta ad Planetam remotiorem inferioris Orbitam tangit; hoc eſt, ubi inferior è ſuperiore ſpectatus (per Prop. XXXVI.) à Sole maxime Elongatus videtur; & angulus major quo Sol & ſuperior Planeta, ex inferiore viſi, diſtare videntur. Nam quo major eſt ratio S R ad S P, eo major erit hujus ſubduplicata nempe ratio R S ad M S; hoc eſt (per conſtructionem) ratio C D ad R A. Et ideo oportet lineam C D ad R C ſive A D obliquiorem eſſe, ut D A, R C parallelæ evadant: Sed liquet C D eo eſſe obliquiorem quo propior eſt Orbitæ inferioris puncto, à quo recta ad R ducta hanc contingit.

Unde fit quod ad Stationem Saturno inducendam opus ſit tantum parvâ Terræ receſſione à puncto Orbitæ ſuæ, ubi recta ad Saturnum ducta hanc contingit, verſus punctum ubi Terra mediam ſe ſiſtit inter Solem & Saturnum; ad Jovis Stationem majore receſſione à puncto contactûs Orbitæ Terræ cum recta hanc tangente ad Jovem ducta; ad Martis maximâ. Saturni igitur Statio fit, cum hic è Tellure ſpectatus paulo plus quam quadrante diſtat à Sole; hoc eſt, inter aſpectum Quadratum & Trinum; Jupiter ſtare videbitur in Solis Trino fere; Mars ultra Trinum.

Hinc etiam arcus Orbitæ Mercurii, interceptus inter punctum ubi Mercurius maxime à Sole Elongatus è Terra conſpicitur, & punctum ubi ejus Statio proxima videtur, minorem ſubtendit angulum ad Solem quam arcus

Orbitæ

Orbitæ Veneris inter hujus maximam à Sole Elongationem & Stationem proximam comprehenſus : Et ideo cum & minorem ſubtendat angulum ad Solem, & ad minorem pertineat circulum, & præterea Terræ obſervanti obliquior objiciatur & ab illa remotior ſit ; patet Mercurii Stationes eſſe ſuis maximis à Sole Elongationibus multo propiores quam Veneris.

COROLLARIUM 3.

Atque hinc rurſus ſequitur, ejuſdem inferioris reſpectu, in duobus ſuperioribus invicem collatis, quo remotior eſt Planeta ſuperior à Sole, Retrogreſſum ejus diutius durare ; nam (per præc. Coroll.) citius incipit deſinitque ſerius : At angulus Retrogradationis minor eſt, quoniam dati inferioris Planetæ Orbita ex Planetarum ſuperiorum remotiore viſa ſub minore angulo apparet, quam ſi ex propiore cerneretur : Ex Prop. autem hac XXXVII. liquet angulum Retrogradationis (comprehenſum nempe inter binas rectas à ſuperiore Planeta Soli oppoſito, ad loca Orbitæ inferioris ubi alter alteri Stationarius apparet) fere æquari angulo quo inferioris Orbita ex ſuperiore videtur, cum prædicta Stationum puncta à contactuum punctis non procul abſint.

Unde fit, quod è Terra viſa Saturni Retrogradatio diuturnior ſit, ſed per arcum minorem facta, quam Jovis ; & hæc ſimiliter quam Martis.

COROLLARIUM 4.

At ejuſdem ſuperioris reſpectu, in duobus inferioribus invicem collatis, quo remotior eſt Planeta inferior à Sole, Retrogradatio ejus & per majorem fit arcum & diutius durat. Prius ex Coroll. præc. liquet, cum Retrogradatio in duobus Planetis mutua ſit per Coroll. 1 : Poſterius hinc conſtat, quod Planeta à Sole remotior, dum

 Retro-

Retrogradus apparet, longiorem arcum tardior percurrat; & ideo majus tempus inſumat.

Unde fit, quod è Tellure viſa Venus & diutius Retrograda ſit, & per majorem arcum, quam Mercurius.

COROLLARIUM 5.

Tab. XXII. *Fig.* 7. Hinc etiam ſequitur, quod, quando Planetæ duo ſuperiores ex inferiore ſpectantur conjuncti, ſi à Sole remotior Directus eſt, Soli propior etiam Directus erit; ſi Soli propior fuerit Retrogradus, à Sole remotior etiam erit Retrogradus. Referat S Solem; I T inferioris Orbitam; P Z, R V ſuperiorum duorum Orbitas. Ducatur utcunque S I ſuperiorum Orbitas in P & R interſecans. Sit B Locus in Orbita inferioris, in quo inferior verſatur cum remotior Planeta in R Stationarius hinc videtur; ſitque A Locus in eadem ubi inferior reperitur, cum propior in P ex inferiore ſtare apparet. Jungantur rectæ A P, A S, B R, B S. Ex Coroll. 2. patet Locum A ipſi I puncto propinquiorem eſſe quam B, & P A S angulum majorem eſſe quam R B S. Quando Planeta in R Directus ex inferiore apparet, oportet inferioris Locum magis diſtare ab I quam B Locus, puta in C. Ponatur jam ſuperiorum propiorem, ex inferiori viſum, remotiori conjungi; eritque ideo in E puncto, ubi recta C R Orbitam P Z interſecat. Per *Prop.* XXI. *El.* I. eſt angulus E C S minor quam R B S; ergo multo minor eſt quam P A S. Planeta ergo in E ex C ſpectatus Directus eſt; quia ſcilicet, ut Retrogradus ſit, requiritur ut E C S major ſit quam P A S ad ejus Stationem requiſitus.

Inferiore vero inter B & A verſante, remotior ad R Retrogradus apparebit, & propior illi conjunctus etiamnum Directus; quia Planeta ſpectator ad terminum A nondum pervenit.

Si vero ſuperiorum propior ad P ex inferiore Retrogradus appareat, erit inferior inter A & I, puta in D. Si

Si jam remotior huic conjunctus appareat, erit ille in recta D P ad Orbitam R V producta, nempe in F: Sed angulus F D S eſt major (per *Prop.* XXI. *El.* I.) quam P A S, qui rurſus major eſt (ex modo oſtenſis) quam R B S. Et igitur Planeta remotior in F ex D ſpectatus Retrogradus apparet, cum ad hoc, ut Directus appareat, requiratur angulus ad inferiorem minor quam R B S. *Tab XXII. Fig. 7.*

Atque hinc fit quod ex Terra Saturno Directo viſo Jupiter & Mars non poſſunt jungi, niſi & ipſi Directi fuerint; vel Jovi Directo Mars non niſi Directus: At Saturno Retrogrado jungi poteſt Jupiter vel Mars Directus, & Jovi Retrogrado poterit Mars Directus conjungi. At Marti Retrogrado Jupiter & Saturnus conjungi nequeunt, niſi & ipſi Retrogradi fuerint; aut Jovi Retrogrado Saturnus non niſi Retrogradus.

LEMMA.

Datis in quadrilatero C G D K *circulo inſcripto (cujus unum latus* C K *eſt circuli diameter) latere* C G *& diagonali* C D, *item ratione inter oppoſitum latus* K D *alteramque diagonalem* G K, *(eâdem quæ inter datas rectas* N *&* M,) *invenire angulum* G C D *comprehenſum inter datum latus datamque diagonalem.* *Tab.XXIII. Fig. 1.*

QUoniam ſumma quadratorum à rectis C G & K G æqualis eſt ſummæ quadratorum à rectis C D & K D, (utraque enim ſumma eſt æqualis quadrato à C K;) erit differentia quadratorum à rectis G K & K D æqualis differentiæ quadratorum à rectis C D & C G, & proinde data. Porro, quoniam G K eſt ad D K ſicut M ad N, erit quadratum à G K deſcriptum ad differentiam quadratorum ab ipſis G K & D K ſicut quadratum à recta M deſcriptum ad differentiam quadratorum ab ipſis M & N; facta nempe ex illis in eadem ratione cum ſimiliter factis ex his, quæ illis ſunt proportionales: Dabitur ergo (per 2. *Dat.*)

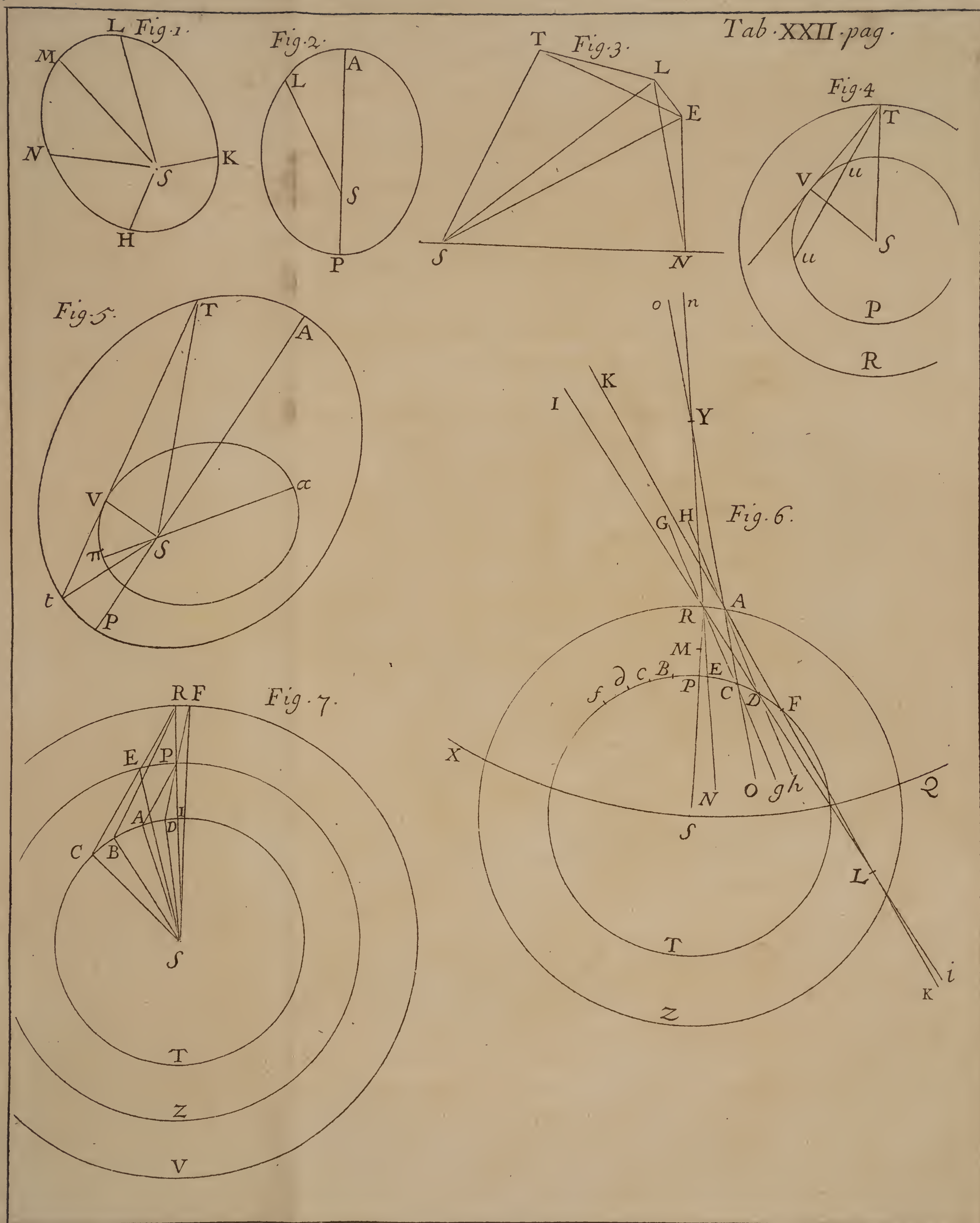
 qua-

Tab. XXIII. Fig. 1. quadratum à G K deſcriptum; dabitur etiam quadratum ex C K, compoſitum nempe ex datis, quadrato nimirum à G K & quadrato à C G: Quare & ipſæ rectæ C K & G K dantur; daturque etiam D K recta, quippe datam habens rationem ad G K. Geometris vero Theorema eſt notiſſimum, ab ipſo *Ptolemæo Lib.* I. *Magnæ Conſtructionis Cap.* IX. demonſtratum, quod in quadrilatero circulo inſcripto C G D K rectangulum comprehenſum ſub C D & G K æquale eſt rectangulo ſub C G & D K, una cum rectangulo ſub C K & G D. Adeoque rectangulum ſub C D & G K, dempto rectangulo ſub C G & K D, æquatur rectangulo ſub C K & G D. Dantur autem parallelogramma rectangula quæ ſub datis rectis continentur, & datorum rectangulorum datur differentia; & proinde datur rectangulum ſub C K & D G, & datur C K; unde G D etiam datur. Datiſque in triangulo G C D tribus lateribus, invenietur G C D angulus. Q. E. F.

PROPOSITIO XXXVIII.

Invenire Angulum Commutationis quo diſtant Planetæ duo dati è Sole viſi, & Angulum quo diſtant Sol & Planetarum alteruter ex altero viſi, cum datorum Planetarum alter ex altero Stationarius apparet.

Fig. 2. SIt S Sol, datorum Planetarum Orbitæ R V, P T; ſintque C D, R A arcus à Planetis ſimul deſcripti dum alter ex altero ſpectatus ſtare videtur, qui (per dicta ad Prop. XXXVII.) dati ſunt. Jungantur S R, S C, item R C, A D, quæ (per præc.) erunt parallelæ. Per C ducatur linea C G ad R A parallela, item per G recta G K ad R S, & per D recta D K ad C S parallela, quæ concurrant in K; jungatur C K recta. Erit triangulum G K D æquiangulum triangulo R S C, (cum ſingula illius latera ſingulis hujus parallela ſint,) & proinde ſimile. Quoniam Tempus Stationis Planetæ eſt parvum admodum ſi con-


Tab·XXII·pag·
Fig·1·
Fig·2·
Fig·3·
Fig·4
Fig·5·
Fig·6·
Fig·7·

ſi conferatur cum Tempore periodico etiam velociſſimi, linea C D à recta differt inſenſibiliter, ſicut & à fortiori R A ſive C G. Illa igitur non differt ab H C recta Orbitam P T in C tangente producta, & hæc producta erit recta C L ad S R normalis, ſicut A R eidem normalis eſt. Porro, circulus diametro C K deſcriptus tranſit per D & G, quia anguli C G K, C D K ſunt recti; quippe per conſtructionem rectis S L C, S C H æquales. C G D K igitur eſt quadrilaterum circulo inſcriptum, cujus latus unum C K eſt circuli diameter, & in quo dantur latus C G diagoniumque C D; item ratio inter oppoſitum latus D K alteramque diagonalem G K, eadem nempe quæ inter datorum Orbium ſemidiametros C S, R S. Et igitur (per præmiſſum Lemma) invenietur angulus G C D, cui æqualis eſt angulus ad verticem H C L; & huic rurſus (per *Prop.* VIII. *El.* VI.) æquatur R S C, qui eſt Angulus Commutationis, quo diſtant Planetæ duo dati è Sole viſi cum alter ex altero ſpectatus ſtare videtur. In triangulo porro R S C datis duobus lateribus S R, S C & angulo ab illis comprehenſo R S C, invenientur anguli S R C, S C R; quorum ille eſt angulus quo inferior à Sole diſtat dum è ſuperiore Stationarius apparet, hic angulus quo ſuperior diſtat à Sole dum ex inferiore ſtare videtur. *Tab.* XXIII. *Fig.* 2.

Hanc Methodum Stationum puncta definiendi calculo aptam & ſpectatoris motui circa Solem magis naturalem & quaſi innixam demonſtravi, Geometricam hujus Problematis conſtructionem tranſiens à *Ptolemæo Lib.* XII. *Almageſt.* conſignatam, immobilis Terræ hypotheſi accommodatam, quam jam olim *Apollonius Pergæus* tradidit, quam nihilo ſecius ſuis congruere principiis de motu Telluris ipſe teſtatur *Copernicus Lib.* V. *Cap.* XXXV. *de Revolut.* quamque apud prædictos Auctores videre licet.

Si duarum Orbitarum non ſit idem planum, altera ad alterius planum reducatur, demittendo à ſingulis Orbitæ redu-

reducendæ punctis perpendicula ad iſtud alterum; quo pacto Orbita circularis elliptica evadit, elliptica in alteram Ellipſin vel forſan in circulum mutatur. Verum nova Orbita facilius ducitur (ope Prop. XXXIII.) per quinque puncta, quorum duo ſunt eadem cum duobus Orbitæ ad cujus planum altera reducitur, communes nempe illius ſectiones cum hoc; tria alia inveniuntur quærendo Diſtantias à Sole Curtatas, ut Prop. XXXV. factum. Quod ſi Orbita altera vel utraque poſt reductionem elliptica ſit, Problema pari modo in illis conſtruitur, & calculus præcedens ſimiliter ad caſum iſtum applicatur, quo in Prop. XXXVI. factum eſt in caſu non abſimili. At ad inveniendam rationem inter R A & C D adhibenda eſt Prop. XLI. Lib. I. loco XXVII. ejuſdem adhibitæ in caſu quo utraque Orbita eſt circularis.

SECTIO V.

De Planetarum primariorum Tabulis, et earum Usu.

Propter ſimiles rationes iis, quas ad Sect. IX. Lib. II. attulimus de conſtruendis Primi Motûs Tabulis, Artifices conſtruunt etiam Tabulas ad Planetarum ſitum, tum inter ſe tum reſpectu Fixarum, ad datum Tempus expedite inveniendum, quarum Artificium & condendi modum ex antecedentibus, Ordinem ex ſequentibus, colligere licebit.

PROPOSITIO XXXIX.

Tabulas deſcribere, quarum ope cujuſvis è Planetis primariis Locus Heliocentricus & Geocentricus ad datum Tempus expedite definitur.

PRimo ponitur *Tabula Æquationis Temporis* duabus partibus conſtans, de quibus actum eſt Prop. XVII.

Et

Et quoniam in multiplici calculo opus eſſet tædii plenum binas partes componentes cum ſuis ſignis excerpere, & pro occaſione invicem addere aut ſubducere, unicam Tabulam ex illis invicem commiſtis conflatam conſtruunt, ad Calculatoris ævum aptatam, cum in eo ſitus punctorum Eclipticæ ad Terræ Aphelium ſenſibiliter non mutetur.

Quamvis Tabula hæc Æquationis Temporis univerſalibus annumerari queat, cum ad cujuſvis mobilis Locum determinandum Tempus adhibere oporteat, & quidem indicatum per aliquod æquabiliter latum; Tempus autem omne communiter (& aptiſſime) per Solem numeretur; oportet hujus motum naturâ ſuâ inæqualem ad æqualitatem reducere, hoc eſt, hujuſmodi Tabulâ uti: Tamen cum iſta Æquatio Temporis, per Solem indicata, pendeat ex duplici capite à ſitu Telluris ad Solem, hæc licet uſu generalis, & tam in Fixarum motu ex Lib. præc. quam Secundariorum ex inſequente determinando neceſſaria, ex ſua natura Planetarum primariorum Tabulis accenſenda eſt.

Deinde Tabulæ pro unoquoque ſex Primariorum, Saturno nempe, Jove, Marte, Tellure, Venere & Mercurio ſeorſim condendæ. Licet hic (hujuſve inverſus) ſit Ordo Planetarum verus, & eorum Tabulæ (ſeorſim ſingulæ) ſint naturaliter ſecundum illum diſponendæ; apud nos Telluris incolas ut ipſæ Telluris Tabulæ principem locum teneant neceſſe eſt, cum quod per haſce Motus Telluris quæratur, unde Solis (Planetarum choragi) apparens motus pendet; tum quod hic propter Temporis Æquationem inde pendentem, & etiam immediate ad alterius cujuſvis motum definiendum imprimis neceſſarius ſit.

In Planetarum uniuſcujuſque Tabulis primo omnium conſtituenda eſt Radix Motûs dicti Planetæ; hoc eſt, ad aſſumptum Temporis medii punctum celebre in loco, cui Tabulæ aptantur, numeratum notatur ex præceden-

tibus Longitudo Heliocentrica dicti Planetæ, Aphelii Nodique aſcendentis ejuſdem; quarum prima, nempe Diſtantia Planetæ ab Æquinoctio ex duabus conſtat partibus heterogeneis; diſtantia nempe Aphelii Planetæ ab Æquinoctio, per angulum expreſſa, & diſtantia Planetæ ab Aphelio expreſſa per aream ſuæ Orbitæ.

Secundo, Motus Medii ab Æquinoctio ipſius Planetæ, Aphelii & Nodi pro Annis, horum decadibus, centenariis &c. item pro Menſibus, Diebus, Horis & Horæ partibus in Tabulas diſponuntur.

Tertio, ſubnectitur Tabula exhibens Planetæ Anomaliam veram ad ſingulos gradus Anomaliæ mediæ ejuſdem. Hæc conſtrui poterit vel per III. Prop. vel approximando per IV, VI, vel VII. pro natura approximationis quam quiſque adhibere velit.

Quarto, Tabula exhibens Diſtantiam Planetæ à Sole (per eaſdem Propoſitiones, una cum Prop. XXII. inventam) in partibus, quarum mediocris Diſtantia Terræ à Sole continet 100000, ad ſingulos Anomaliæ mediæ gradus. Hæ duæ Tabulæ commode in unam coaleſcunt, cuilibet Anomaliæ mediæ abſcribendo congruam veram Anomaliam & Diſtantiam congruam. Diſtantiis hiſce, ad calculi facilitatem, adduntur Logarithmi correſpondentes; vel etiam Diſtantiarum Logarithmi ſoli in Tabulas diſponuntur, cum illi ad calculum ſufficiant.

Quinto loco ponitur Tabula exhibens Latitudinem Centricam, ſive Inclinationem Planetæ ad planum Eclipticæ ad ſingulos gradus Diſtantiæ à Nodo proximo, quæ Diſtantia à Nodo ab Aſtronomis *Argumentum Latitudinis* vulgo nuncupatur.

Sexto, Tabula *Reductionis* dicta, quâ Planetæ Locus in propria Orbita ad Locum in Ecliptica reducitur, oſtendens quanto promotior eſt aut minus promota in hac quam in illa.

Septimo, Tabula oſtendens quanto intervallum Planetæ

tæ à Sole in propria Orbita curtandum eſt, ut ad Eclipticæ planum reducatur, demittendo à Planeta perpendiculum in illud. Cumque tres hæ (nempe Inclinatio, Reductio & Curtatio) ad ſingulos gradus Argumenti Latitudinis aptentur, tres præcedentes Tabulæ in unam commode coaleſcent; ut prius de tertia quartaque dictum. Tria hæc per vulgarem Trigonometriam expediuntur ex determinata Orbis planetarii Inclinatione ad Eclipticam, quod fit per Prop. xx.

Octavo, commode ponitur (per Prop. xxxviii. inventus) Angulus Commutationis, efficiens in iſto Planeta Stationem ex Terra apparentem. Et quoniam neque Planetæ neque Terræ Orbita eſt circularis, nec idem Angulus Commutationis in omni caſu inſervire poteſt, immo non idem in binis Stationibus proximis; Anguli Commutationis, Planetæ Stationem tam primam quam ſecundam producentes, ad quatuor octove Anomalias principaliores in Tabulam diſponuntur.

In inferiorum unoquoque commode adnecti poterit (per Prop. xxxvi. constructa) Tabula, cum priore coaleſcens, Angulorum Commutationis in maxima Planetæ Elongatione à Sole tam ad Orientem quam Occidentem ad eaſdem Anomalias aptatorum. Adnectitur etiam Profunditas Solis ſub Horizonte in articulis Ortûs Occaſûſve Heliaci. Atque hæ ſunt Tabulæ communiores ab Aſtronomis condi ſolitæ, ad Planetarum Loca expedite invenienda.

PROPOSITIO XL.

Cujuſlibet Planetæ Locum, tam Heliocentricum quam Geocentricum, ſecundum Longitudinem & Latitudinem ex ſupra deſcriptis Tabulis ad propoſitum Tempus prompte ſupputare, ejuſque Paſſiones definire.

PRimo omnium propoſitum Tempus æquetur, ut Prop. xvii. oſtenſum eſt; & Telluris Locus è Sole viſus

ejuſdemque à Sole Diſtantia ad Tempus iſtud medium inveniantur, ut in XVIII. Cumque ex prima Tabula ad Epocham aſſumptam dentur diſtantiæ propoſiti Planetæ, ejuſque Aphelii & Nodi aſcendentis ab Æquinoctio; & ex ſecunda horum Motus Medii facti inter dictam Epocham Tempuſque propoſitum, ut dictum eſt, æquatum; dabuntur Planetæ Diſtantia media ab Æquinoctio Diſtantiæque Aphelii & Nodi ab eodem. Intervallum duarum priorum eſt Planetæ Anomalia media, cui ex tertia Tabula excerpatur congrua vera ſive angularis Diſtantia à ſuo Aphelio Heliocentrica; & ex quarta Diſtantia ejuſdem à Sole. Dabitur ſimiliter Planetæ Diſtantia à Nodo, ſive Argumentum Latitudinis, cui ex quinta excerpatur congrua Inclinatio, ſive Latitudo Centrica; & ex ſexta Reductio, quâ ad Eclipticam reducitur; & ex ſeptima Curtatio, quâ ſubductâ à Diſtantia Planetæ à Sole in ſua Orbita, prius ex Tabula quarta excerpta, relinquitur Diſtantia Planetæ à Sole Curtata.

Tab XXIII. Fig. 3. Hoc modo habentur ſequentia in ſchemate Prop. XXXV; ſc. recta S T magnitudine, nempe Diſtantia Telluris à Sole; eadem poſitione, nempe Locus Telluris Heliocentricus; recta S E magnitudine, Curtata ſc. Diſtantia Planetæ à Sole; & eadem poſitione, nempe Planetæ Locus ad Eclipticam reductus: Daturque proinde T S E angulus, inter datas poſitione rectas comprehenſus, qui & Commutationis eſt; invenietur igitur angulus S T E Elongatio Planetæ à Sole è Tellure viſa. Sed datur locus Solis è Terra viſus; & ideo dantur Planetæ Locus Geocentricus in Ecliptica & T E Diſtantia Planetæ à Terra.

Rurſus, quoniam L E eſt normalis ad Eclipticæ planum T S N E, triangula S E L, T E L ſunt rectangula ad E; & ideo tangentes angulorum E T L, E S L ſunt in eadem ratione cum E S, E T: Sed E S L eſt Latitudo Planetæ Heliocentrica prius ex Tabula propria deprompta, & ratio E S ad E T datur; dantur enim ipſæ rectæ, (ſed & harum

rum ratio eadem eſt cum ratione ſinuum oppoſitorum angulorum S T E Elongationis, & T S E Commutationis;) quare E T L Planetæ Latitudo Geocentrica innoteſcit.

Porro, ex ſupra inventis Angulo Commutationis & Planetæ Anomalia, invenitur in octava Tabula num dictus Planeta ſit in Statione prima vel ſecunda. Quod ſi Commutationis Angulus minor ſit quam qui in hoc Planeta Stationem facit, erit Planeta Retrogradus; ſi major, Directus; ut ſuperius oſtenſum. Eodemque modo ex eadem Tabula invenietur num Venus aut Mercurius ſit à Sole maxime Elongatus. Et ex Planetæ loco ſupra invento, & cognita Depreſſione Solis ad hoc requiſita, Tabulæ huic ſubnexa, determinabitur (per Prop. XXXVIII. Lib. II.) num Planeta oriatur occidatve Heliace, aut ſub Solis radiis lateat. Et denique per eandem methodum, quâ Lunæ Phaſis delineata eſt Prop. XVII. Lib. I, delineabitur Martis, Veneris vel Mercurii Phaſis ad Tempus datum. Jupiter vero & Saturnus ſemper pleno orbe fulgent; ut Prop. IX. Lib. I. dictum eſt.

In Propoſitione hac ad caſuum omnium varietatem non attendimus; ſc. num arcus hic ab illo, aut viciſſim ille ab hoc ſit ſubducendus; nec ad diverſa ſymptomata Inclinationis & Latitudinis Borealis & Auſtralis, Elongationis Orientalis aut Occidentalis, & reliquorum hujuſmodi; neque quomodo, ex duobus hinc inde numeris, Tabularis numerus quæſitus intermedius per proportionem ſit inveniendus: Non enim calculi præcepta tradimus Supputatori ad literam obſervanda, ſed ejus principia Geometrica.

Scholium.

Licet Tabulæ ſuperius deſcriptæ naturales ſint ſatis & vulgo adhibitæ, tamen ad Planetarum Loca promptius invenienda hoc modo aut ſimili commode conſtruuntur Tabulæ ab iis, qui Aphelia & Nodos Orbium planetariorum

riorum pro immotis habent; ut *Streetius* de Planetis omnibus, D. *Flamſtedius* ſaltem de Telluris Apſidibus.

Pro Planeta unoquoque conſtituendæ ſunt Radices, non Longitudinis Planetæ ejuſque Aphelii & Nodi ut prius, ſed Anomaliæ mediæ Planetæ: Et Motus Anomaliæ pro Annis expanſis & collectis, Menſibus, Diebus, (vel potius ad ſingulos Dies ſingulorum Menſium currentium,) Horis &c.

Hiſce adduntur ſequentia, quæ eadem ſemper manent, Orbis planetarii ſitum definientia ejuſque Theoriam integram per numeros expreſſam exhibentia; nempe 1. Diſtantia in Ecliptica computata Aphelii à Fixarum aliqua, (puta Arietis prima,) ſive differentia Longitudinis dictæ Fixæ & Aphelii planetarii, quæ & *Longitudo Aphelii à Fixa* vocatur; 2. Longitudo Nodi aſcendentis Planetæ ab eadem Fixa; 3. Inclinatio Orbis Planetæ ad Eclipticæ planum; 4. majoris Axis Orbitæ planetariæ ejuſque Excentricitatis Magnitudines expreſſæ in partibus, quarum Diſtantia à Terra mediocris continet 100000: Ex hiſce enim, per Propoſitiones reſpectivas, inveniuntur ad quamlibet Anomaliam Planetæ mediam Planetæ Longitudo ab Arietis prima, Inclinatio ſive Latitudo Heliocentrica Borealis vel Auſtralis, & Diſtantia Planetæ à Sole Curtata. Ex quibus Anomaliæ mediæ, cui congruunt, ſecundum artem adſcriptis Tabulæ conficiuntur; loco tamen ipſius Diſtantiæ Curtatæ ad calculum ſufficit ejus Logarithmus. Nam quia (per Prop. XLIII. Lib. I.) Fixæ & Orbium Planetariorum ſitus mutuus manet, ſive Nodorum Apſidumque Lineæ quieſcunt, (ſaltem ab hujus artificii Auctoribus pro immotis habentur;) ad idem ejuſdem Orbitæ punctum, hoc eſt, ad eandem Anomaliam mediam, hæc tria in eodem Planeta eadem & invariata manent. His ex Tabulis excerptis, reliqua fiunt ut ſupra in Propoſitione. Longitudo autem primæ Arietis ad Tempus datum invenitur ex Tabulis Fixarum, de

quibus

quibus Prop. LXVIII. Lib. II. Reliqua de Planetarum Paſſionibus ſimiliter exequenda atque ſuperius.

Quæ prædictis ad uſum paratiores ſunt Tabulæ, *Motuum Cæleſtium Ephemerides* vocantur, ex perpetuis ſupra deſcriptis ad certos Annos ſupputatæ, Planetarumque ſingulorum Loca ſecundum longum & latum, Paſſiones, & Aſpectus mutuos tam ex Solis quam ex Terræ centro viſos, ad ſingulos dies oſtendunt; quibus adduntur Lunæ Loca etiam ad dies ſingulos computata, ejuſdem Phaſes, Solis Lunæque Defectus, aliaque ex Libro ſequente reperta.

PROPOSITIO XLI.

In Planetis primariis invicem collatis Quadrata Temporum Periodicorum ſunt ut Cubi majorum Axium Orbitarum Ellipticarum, quas circa Solem deſcribunt.

REferat S Solem; MFTN Orbitam Terræ, cujus Apſides M & N; AEPB alterius cujuſvis Planetæ Orbitam, cujus Apſides A & P, quæ ita in ſchemate annexo delineata intelligantur, ut linearum MN, AP eadem ſit inclinatio ad invicem, quæ ex præcedentibus inter dictorum Planetarum Lineas Apſidum in Cœlo deprehenditur; & eadem ratio inter illarum Cubos, quæ intercedit inter Quadrata Temporum periodicorum eorundem Planetarum. Dico, quod manente Orbitâ Telluris, alter Planeta nequit moveri in alia quavis Orbita præter modo deſcriptam AEPB. Si enim fieri poteſt, ſit dicti Planetæ Orbita $\alpha \varepsilon \pi \beta$ diverſa; hoc eſt, major vel minor quam Orbita AEPB. Deſignet F punctum in Orbita Terræ, in quo Tellus verſatur cum Planetæ alteri juncta eſt Heliocentrice. Ducta SF (& ſi opus eſt producta) oſtendet in Orbita AEPB punctum B, in quo alter Planeta tum reperiretur ſi in Orbita hac moveretur; & in Orbita $\alpha \varepsilon \pi \beta$, quam deſcribere ſupponitur, *Tab. XXIII. Fig. 4.*

punc-

Tab. XXIII. *Fig.* 4. punctum β, in quo revera reperitur. Digreſſâ vero Tellure ab F alteroque Planetà à β, poſt certum tempus reperiatur illa in T, hic in ε: Juncta S ε occurret Orbitæ A E P B in E puncto, in quo Planeta repertus fuiſſet ſi Orbitam A E P B deſcripſiſſet, cum periodicum Tempus ſatis ſit cognitum & certum. Ductis rectis E T, ε T, erit angulus S T ε Elongatio Planetæ à Sole ad dictum Tempus: Hæc autem Elongatio obſervatis non congruit, ſiquidem Elongatio S T E (deducta ex hypotheſi quod Planeta Orbitam A E P B deſcribat) iis congruat. Et igitur poſitâ M E T N Telluris Orbitâ, Planeta iſte alter non deſcribit Orbitam α ε π β ab A E P B Orbita diverſam. Orbitarum vero A E P B, M F T N Axium majorum Cubi ſunt ut Planetarum in Orbitis illis motorum Temporum periodicorum Quadrata. Idemque de aliis Planetis cum Tellure collatis, propter ſimiles rationes, colligitur: Et igitur, ex æquo, in duobus quibuſvis Planetis primariis inter ſe collatis Quadrata Temporum periodicorum ſunt ut Cubi majorum Axium Orbitarum, in quibus feruntur.

Et generaliter congruentia Locorum ſupputatorum cum obſervatis Orbitæ cujuſvis Planetæ Situm verum & veram Speciem arguit æque ac Magnitudinem veram. Tam varie enim inter ſe miſcentur Situs Terræ & aliorum Planetarum, ut errores notabiles in cujuſvis Orbita & Theoria ordinandis admiſſi ſe quandoque manifeſto proderent, ſenſibileſque admodum fierent: è contrario vero ex Tabulis dictis Theoriis innixis deducta Planetarum Loca obſervatis mire congruunt. Interim tantilla ab obſervatis diſcrepantia aliis cauſis debetur; Actioni nempe Planetarum in ſe mutuo, cujus effectus in Planetarum motibus perturbandis inferius conſiderandi ſunt, & Orbitæ Planetarum inde rectificandi.

PRO-

PROPOSITIO XLII.

Dato Planetæ Loco Geocentrico dato Tempori congruo, ejuſdem Locum ex data in ſuperficie Habitatione viſum ad dictum Tempus ex Tabulis depromere.

SI Habitatio data non ſit in eodem Meridiano Terreſtri cum Loco, ad quem Tabulæ conſtructæ ſunt, Tempus datum numeratum in illa reducatur ad Tempus numeratum ſub hoc, ope Tabularum, Sect. IX. Lib. II. deſcriptarum. Ad Tempus illud inveniantur (per Prop. XXXVI. Lib. II.) è centro Terræ viſa ejus Altitudo ſupra Horizontem Habitationis datæ & Azimuthus. Altitudini ſic inventæ congrua excerpatur Solis Parallaxis ex Tabula per Prop. XLVII. Lib. II. conſtructa, ex Parallaxi unius Diſtantiæ uniuſque Altitudinis, vel per aliquam Prop. Lib. II, vel per aliquam è ſubſequentibus cognita: Eritque (per Prop. XLVIII. Lib. II. Parallaxis Planetæ in eadem Altitudine ſupra Horizontem ad ſupra excerptam Solis Parallaxin ut Diſtantia Solis à Terra ad Diſtantiam Planetæ ab eadem: Sed Diſtantiæ hæ in Planetæ Loco per præced. computando notæ erant; quare & Planetæ Parallaxis Altitudini iſti competens invenitur. Hæc ergo ſubducenda eſt ab Altitudine Geocentrica ſupra inventa, ut evadat Altitudo ſemel correcta in Habitatione data. Altitudini per Parallaxin ſic correctæ addatur Refractio congrua, ex Tabula Refractionis per Prop. LXVI. Lib. II. conſtructa, de cujus uſu actum eſt Prop. LXVIII. ejuſdem; conficieturque Planetæ Altitudo apparens in Habitatione data, Azimutho primum invento manente immutato. Ex Altitudine hac apparente & Azimutho inveniatur per Propoſitiones XXVI. & XXVII. Lib. II. Planetæ Locus, qui in data Habitatione erit apparens. Tempus propoſitum in Meridiano cui Tabulæ aptantur numeratum & poſtea ad Meridianum datæ Habitationis reductum, cum ſit

Ddd medium,

medium, (quali opus eſt ad Tabularum uſum,) reducitur ad apparens per Prop. XVII: Itaque Planetæ Locus apparens, ad datum Tempus nunc apparens factum, inventus eſt.

SECTIO VI.

De Orbium planetariorum Magnitudine.

IN præcedentibus ipſos Planetas tanquam puncta in Orbitis ſuis mota conſideravimus; hoc eſt, ab illarum Magnitudine abſtraximus. Et in iſto caſu perinde eſt, quoad Phænomena, cujus Magnitudinis ponatur cujuſvis Orbita, modo reliquæ omnes ad hanc rationem & poſitionem habeant quas in ipſa rerum natura obtinent. Ideo communem Orbitarum omnium earumque partium menſuram ubique poſuimus Axem majorem Orbitæ, quam Tellus (ſpectatoris domicilium) circa Solem deſcribit, aut hujus ſemiſſem, Telluris à Sole Diſtantiam mediocrem, de hujus mediocris Diſtantiæ Magnitudine parum ſolliciti. Nunc vero cum reliquorum Planetarum Magnitudo cum Telluris Magnitudine comparanda venit, oportet prædictas Diſtantias cum Telluris Diametro comparare; quod ex cognita Parallaxi fiet, ut Lib. II. eſt oſtenſum. Et licet Planetæ Parallaxis per aliquam Parallaxis inveniendæ methodum Lib. II. traditam inveſtigari poſſet, ſi quantumvis accurate obſervare liceret; quoniam tamen plurima nimis obvia huic obſtant, methodos duas proponemus, quibus obſervatio hæc, imprimis lubrica, abſque notabilis erroris periculo inſtitui poſſit. In prima per binas obſervationes in duobus Telluris Locis ſimul factas; in ſecunda ope duarum in eodem Loco factarum res conficietur.

PRO-

PROPOSITIO XLIII.

Ex duorum Planetarum Conjunctione, in datis duobus Terræ locis obſervata, utriuſque Planetæ Parallaxin inveſtigare.

Sint Loca vera duorum Planetarum in Conjunctione *Corporali* (hoc eſt, ubi alter alterum contingere vel tegere videtur) obſervatorum L & E. Ductus concipiatur circulus A B per Locorum Terreſtrium vertices A & B. Ducantur verticales circuli A E M, A L O, B E P, B L N. Obſerventur Planetæ è Locorum datorum altero (cujus nempe vertex eſt A) in O & M. Cumque dentur Loca ubi Obſervationes inſtituuntur, dabitur (per Prop. XXXII. Lib. II.) differentia Meridianorum; adeoque nomina horarum, quibus idem quodvis temporis inſtans in dictis duobus Locis inſignitur: & propterea idem temporis momentum poterit eligi ad obſervationem in datis Locis inſtituendam. Eodem igitur inſtanti, quo Planetæ in O & M obſervantur è Loco cujus vertex A, obſerventur è Loco cujus vertex B, *ex. gr.* in N & P. Ducantur circuli maximi L E, O M, N P. Obſerventur quoque (vel per Micrometrum, vel, quod hujus inſtar eſt, fila varie in Teleſcopii foco tenſa, vel etiam ope Icoſcopii imaginem in planum projiciendo, vel alio quovis modo Artificis induſtriæ relinquendo) arcuum N P, O M (qui in Conjunctione Corporali, ob parvitatem, erunt rectæ) & angulorum P N B, N P B, A O M & A M O magnitudines. Datur jam, ex horum Planetarum Theoria, ratio Diſtantiarum eorundem à Terræ centro, ex qua & eorum Altitudinibus (exacte ſatis ad hoc propoſitum obſervatis) dantur (per Prop. XLIX. Lib. II.) rationes inter ſinus arcuum L N, E P, L O, E M, & proinde (per 2. *Dat.*) dato uno innoteſcunt omnes. Ex puncto P in Azimuthum B N productum demittatur perpendicularis

Tab. XXIII. Fig. 5.

Tab. XXIII. Fig. 5. dicularis arcus P R: Et in triangulo ſphærico rectangulo P N R, è datis latere P N & angulo P N R, inveniantur latera N R, R P & angulus R P N; innoteſcit igitur angulus R P E. Ponatur (more Analyſtarum) Sinus Parallaxis L N computationis Radix: Et è datis ſinubus arcuum L N, N R inveniatur (per ea quæ tradit *Ptolemæus Cap.* IX. *Lib.* I. *Almageſt.*) ſinus arcûs L R eorum ſummæ. Deinde, in triangulo ſphærico L P R rectangulo ad R, è datis ſinubus laterum L R, R P, inveniantur ſinus lateris L P & anguli L P R: E datis itaque ſinubus angulorum L P R & E P R (per oſtenſa à *Ptolemæo* in loco citato) inveniatur ſinus differentiæ eorum; nempe anguli L P E. Ex puncto L in Azimuthum B P demittatur arcus perpendicularis L T. In triangulo igitur ſphærico P L T rectangulo ad T, è datis ſinubus lateris L P & anguli L P T, inveniantur ſinus laterum L T, T P: Datur igitur ſinus arcûs E T, differentiæ nimirum arcuum E P, T P. Et tandem in triangulo ſphærico E T L rectangulo ad T, è datis ſinubus laterum L T, E T, inveniatur ſinus lateris E L. Eodem prorſus modo inveniatur ſinus lateris E L, è datis ſinubus arcuum L O, E M, expreſſus per prius poſitam Radicem: Dabitur ergo æquatio inter ſinum arcûs E L primo inventum & ſinum eundem ſecundo inventum, cujus reſolutio dabit valorem Radicis, ſive Sinûs arcûs L N; unde omnia quæſita innoteſcent.

Quod ſi eligantur Loca talia in Terra, ut Planetæ communem Locorum Azimuthum tranſeant, atque iſtud temporis inſtans in quo horum alter dictum communem Azimuthum tenet; conſtructio hæc migrabit in perticularem iſtam *Prop.* LXXXVII. *Opt. Prom. Jacobi Gregorii.*

LEM-

LEMMA.

Datis intervallo duarum quantitatum & ratione inter illas, quantitates invenire.

SUmatur quantitas, quæ eſt ad notum intervallum ſicut major terminus rationis datæ ad differentiam terminorum; erit hæc quæſitarum major: Nam in quatuor proportionalibus, facta ex duabus prioribus ſunt in eadem ratione cum ſimiliter factis ex duabus poſterioribus. Si major multetur dato intervallo, relinquetur minor.

PROPOSITIO XLIV.

Ex Obſervationibus duabus ejuſdem Conjunctionis Corporalis duorum Planetarum, in eodem Loco habitis, utriuſque Planetæ Parallaxin determinare.

OBſervetur, prope Conjunctionem Corporalem, motus viſus duorum Planetarum ad Eclipticam reductus, à ſe mutuo (vel ad ſe mutuo) dato tempore factus: Et per notam, ex præcedentibus, utriuſque Planetæ Theoriam determinetur eorum motus à ſe mutuo, in Ecliptica computatus, ex centro Terræ ſpectatus, eodem tempore factus; quod ſatis accurate fieri poterit, ſi tempus non ſit nimis magnum. Ex hiſce igitur arcubus datis, nempe vero & viſo Planetarum motu à ſe mutuo eodem tempore facto, determinanda eſt utriuſque Parallaxis.

Referat H O Horizontem, Z Zenith & E C Eclipticam: *Tab. XXIII. Fig. 6.* Sitque S V arcus Eclipticæ, quo Planetæ (ex centro Terræ ſpectati) dato tempore à ſe mutuo moventur, ex eorum Theoria notus; & A B arcus Eclipticæ, quo à ſe invicem eodem tempore moveri videntur, obſervatione cognitus; datur ergo horum differentia. Per A & B intelligantur ducti Latitudinis circuli A D, B F, vertica-

Tab. XXIII. Fig. 6. libus z h, z o per s & v ductis occurrentes in d & f: eſtque s a Parallaxis Longitudinis propioris Planetæ à remotiore, ſive exceſſus majoris Parallaxis Longitudinis ſupra minorem in hoc ſitu; & v b exceſſus majoris Parallaxis ſupra minorem in altero. Ratio arcus a s ad arcum b v componitur ex rationibus a s ad s d, s d ad v f, & v f ad b v; ratio autem a s ad s d innoteſcit, quia in triangulo rectilineo a s d rectangulo ad a datur angulus a s d, per Prop. xxxvi. Lib. ii. inventus; ratio s d ad v f invenitur per Prop. xlvii. Lib. ii; & ratio v f ad b v invenitur ut prius ratio a s ad s d; quare ratio a s ad b v ex hiſce compoſita nota eſt: Sed arcuum a s & b v nota etiam eſt differentia, eadem nempe cum data differentia arcuum a b & s v; & igitur (per Lem. præc.) dabuntur ipſi arcus a s & b v. Adeoque (per 2. *Dat.*) dabuntur & ipſi s d & v f; hoc eſt, exceſſus Parallaxis majoris ſupra minorem in Altitudine data: poterit enim Altitudo h d vel o f ſatis exacte ad iſtud propoſitum obſervari. Et inde exceſſus majoris Parallaxis horizontalis ſupra minorem horizontalem (per Prop. xlvii. & lxiii. Lib. ii.) etiam dabitur: Sed per Prop. xxxv. datur ratio inter Diſtantias datorum Planetarum à Terra tempore obſervationis, (nam utriuſque Diſtantia à Tellure in partibus mediæ Diſtantiæ Telluris à Sole exprimitur;) & ideo ratio Parallaxium horizontalium eorundem Planetarum etiam datur, quippe (per Prop. xlviii. Lib. ii.) prioris reciproca: Et igitur (per Lem. præc.) dantur ipſæ Planetarum Parallaxes horizontales.

Atque hinc omnium Planetarum Parallaxes determinantur: Nam ex data Parallaxi unius Planetæ dantur Parallaxes omnium per Prop. xlix. Lib. ii; quia, ex præcedentibus, ad tempus datum datur ratio inter illorum Diſtantias à Telluris centro.

Scho-

Scholium

Tab. XXIII. Fig. 6.

Quamvis duo quilibet Planetæ in qualibet Conjunctione (modo in Prop. præced. oſtenſo) adhiberi poſſint ad utriuſque Parallaxin determinandam, immo Planeta quivis (Mars *v. g.* in ſitu Achronychio Terræque proximo) conjunctus Fixæ, cujus Parallaxis eſt nulla, ad ejus Parallaxin (tum temporis maximam) definiendam ſufficiat, inferiorum alter Solis diſcum tranſiens propoſito eſt aptiſſimus; præcipue Venus, cujus Parallaxis eſt maxime ſenſibilis, quippe tunc propioris, & Theoria, in quantum rei huic eſt neceſſaria, ſatis accurate nota.

PROPOSITIO XLV.

Orbitarum planetariarum Axes majores, Excentricitates &c. in menſuris notis determinare.

AD quodvis tempus (per præcedentium duarum aliquam vel aliam quamlibet praxin Lib. II. indicatam) inveniatur cujuſvis Planetæ Parallaxis cognitæ Altitudini apparenti competens; & inde dabitur ratio Diſtantiæ Planetæ à centro Terræ ad Semidiametrum Terræ; eadem nempe (per Prop. XLVI. Lib. II.) quæ eſt inter ſinum Diſtantiæ apparentis à vertice & ſinum Parallaxis. Atqui (per Prop. XXXV.) datur ratio inter Diſtantiam Planetæ à centro Terræ & ejuſdem Diſtantiam à Sole ad Tempus iſtud cognitum; & (ex ſuperioribus) ad idem Tempus datur ratio Diſtantiæ Planetæ à Sole ad Orbitæ Axem majorem ejuſque Excentricitatem &c: Et igitur, ex æquo & per 2. *Dat*, dabitur ratio iſtarum rectarum ad Terræ Diametrum; hoc eſt, dabuntur omnes iſtæ Orbitarum dimetientes rectæ per Terræ Diametros expreſſæ. Cumque ex Scholio Prop. XVII. Lib. II. Terræ Diameter cognita ſit in menſuris notis & familiaribus, dabuntur etiam prædictæ Orbitarum rectæ in iiſdem.

Hinc

Hinc ad Tempus propoſitum Diſtantiæ Solis & Planetarum primariorum à Terra per Terræ Semidiametros aliaſve menſuras notas expreſſæ innoteſcunt : Nam ad dictum Tempus diſtantiæ iſtæ expreſſæ in partibus mediocris Diſtantiæ Terræ à Sole notæ ſunt per. Propp. XXXIV. & XXXV, & (per hanc) dicta mediocris Diſtantia Terræ à Sole in notis menſuris cognita eſt.

SECTIO VII.

De Magnitudine & Densitate Solis & Planetarum primariorum.

PROPOSITIO XLVI.

Solis Planetarumque primariorum Magnitudinem definire.

Conſonum eſt ut hoc loco, poſt traditam Planetarum Theoriam, agamus etiam de illorum Magnitudine & Denſitate, ex quibus conjunctim Quantitas Materiæ in ſingulis pendet ; præſertim cum quædam in eorum Motu Orbiumque dimenſione hinc rectificanda veniant.

Tab. XXIII. *Fig.* 7. Sit horum aliquis A B C, cujus centrum P ; ſitque O oculus Obſervantis. Jungatur recta O P, per quam ductum intelligatur planum ſecans Solis vel Planetæ corpus ſphæricum in ejus circulo maximo B A C. Ex O ducantur rectæ hunc tangentes O A, O B, & jungatur P A recta. Angulus A O B idem eſt cum dicti corporis Diametro apparenti ex O, ſecaturque hic bifariam per O P rectam. Obſervetur hæc per methodos Aſtronomis ſatis notas, quo pacto in triangulo A O P noti erunt omnes anguli : nam (per *Prop.* XVI. *El.* III.) A eſt rectus, & A O P eſt obſervatæ Diametri apparentis ſemiſſis ; unde innoteſcit ratio laterum O P & A P : Sed (per Prop. XLV.) datur ratio inter Terræ Semidiametrum & O P Planetæ Diſtantiam ; & igitur, ex æquo, datur ratio inter Semidiametros Terræ & Planetæ ; ergo & hujus triplicata etiam

eſt

eſt data, nempe ratio inter Terram & Planetam. Datur autem Terræ Magnitudo per Schol. Prop. xvii. Lib. ii; & igitur Planetæ Magnitudo (per 2. *Dat.*) data eſt Q. E. F.

Si per Terræ & Planetæ centra T & P traductum planum ſecet utrumque, erunt hujus plani cum iſtis corporibus ſectiones communes circuli in illis maximi. Quod ſi ducantur tangentes rectæ T A', P D, & jungantur T P, T D, A P; hæ duæ ultimæ coincidunt fere cum arcubus centris T & P & diſtantiâ T P deſcriptis; ac proinde ſunt in eadem ratione cum angulis T P D, P T A quos ſubtendunt, quorum hic eſt Semidiameter Planetæ apparens, ille ejus Parallaxis horizontalis: & proinde inverſe Diameter Planetæ eſt ad Terræ Diameturum ut Semidiameter Planetæ apparens ad Parallaxin ejus horizontalem. Dantur autem tres poſteriores hujus analogiæ termini; ergo & primus, Planetæ nempe Diameter. *Tab. XXIII. Fig. 5.*

Scholium.

Per methodum prædictam Solis Planetarumque præter Terram omnium Magnitudines inter ſe accurate comparari poterunt. Nam illorum Diametri ſunt in ratione compoſita ex ratione Diſtantiarum & ratione ſinuum ſemi-angulorum ſub quibus videntur, hoc eſt, fere; Diametrorum apparentium: Ratio vero Diſtantiarum per Prop. xxxv. inventa eadem eſt cum vera per Prop. xli; & Diametrorum apparentium ratio ex obſervatione citra dubium conſtat. Verum comparatio Magnitudinum iſtorum corporum cum Magnitudine Telluris pendet à Planetæ alicujus Parallaxi. Si hæc accurate non detur, dicta comparatio accurate inſtitui nequit. Optimos ejus inveſtigandæ modos ſupra propriis locis tradidimus: Sed horum ultimus Prop. xliv. traditus ad praxin maxime accommodus videtur, ſi ad Venerem in Solis diſco viſam applicetur; quod nondum factum eſt, nec ante Annum 1761 (cum Venus in Sole ſecundo ab hominibus vide-

 bitur)

Tab. XXIII *Fig.* 8. bitur) fieri poterit. Si interim Terræ Diameter ex Sole viſa ſtatuatur mediocris inter reliquorum quinque Diametros ex eodem viſas, (quod veriſimillimum eſt à vero non multum aberrare, & porro Solis Parallaxi per Mercurii in Sole viſi obſervationem, aliaſque obſervationes aliter inſtitutas, definitæ proxime congruit,) Planetarum omnium & Solis Magnitudines prodibunt illorum veris Magnitudinibus ſatis propinquæ, & pro veris habendæ, donec aliquid certius de Parallaxi Solis ex obſervationibus ſtatuatur.

PROPOSITIO XLVII. LEMMA.

Invenire rationem Diſtantiæ dati Secundarii à ſuo Primario ad Diſtantiam dati Primarii à Sole.

Fig. 9. Referat S Solem; T Terram; P Planetam quemvis, cujus Satelles A. Obſervetur ex T maxima hujus Elongatio à P, nempe angulus ATP. Igitur in triangulo PAT rectangulo ad A, dato angulo T dabitur ratio lateris AP ad PT: & per Prop. XXXV. datur ratio PT ad TS, & ratio TS ad Diſtantiam alterius cujuſvis Planetæ à Sole etiam eſt nota; & igitur non latebit ratio inter Diſtantiam dati Satellitis à ſuo Primario & Diſtantiam cujuſvis Primarii à Sole.

Quod ſi Satelles propoſitus ſit Luna noſtra, Problema aliter ſolvi nequit quam (per aliquam ex methodis ſupra traditis aut ſimilem) inveſtigando Diſtantiam Solis à Terra, & (per eandem, aliamve vel hactenus traditam vel inferius Lib. IV. tradendam) Diſtantiam Lunæ ab eadem.

PROPOSITIO LVIII.

Invenire rationem Quantitatis Materiæ in Sole ad Quantitatem Materiæ in dato Planeta primario, circa quem Satelles revolvitur.

SIt s Sol; P Planeta primarius datus, circa quem aſſecla A rotatur; ſitque V alter quivis è Primariis ad libitum aſſumptus: fiat P B æqualis S V, & concipiatur corpus quodvis in B locatum: eritque (per Prop. XLIX. Lib. I.) Quantitas Materiæ in S ad Quantitatem Materiæ in P, ut gravitas acceleratrix corporis V verſus S ad gravitatem acceleratricem corporis B verſus P. Et ratio gravitatis acceleratricis corporis V verſus S ad gravitatem acceleratricem corporis B verſus P componitur ex ratione gravitatis acceleratricis corporis V verſus S ad gravitatem acceleratricem corporis A verſus P, & ratione gravitatis acceleratricis corporis A verſus P ad gravitatem acceleratricem corporis B verſus idem P. Sed (per Prop. XXVI. Lib. I.) gravitas acceleratrix corporis V verſus S eſt ad gravitatem acceleratricem corporis A verſus P in ratione compoſita ex ratione rectæ S V ad P A rectam, & ratione duplicata Temporis periodici Satellitis A circa P ad Tempus periodicum Primarii V circa Solem; & gravitas acceleratrix corporis A verſus Planetam P eſt ad gravitatem acceleratricem corporis B verſus eundem in duplicata ratione rectæ P B (ſive huic æqualis S V) ad rectam P A. Et igitur gravitas acceleratrix corporis V verſus S eſt ad gravitatem acceleratricem corporis B verſus P; hoc eſt (ut ſupra oſtenſum) Quantitas Materiæ in S eſt ad Quantitatem Materiæ in P, in ratione compoſita ex ſequentibus tribus; *viz.* ratione rectæ S V ad rectam P A, duplicata ratione Temporis periodici Satellitis A circa Planetam P ad Tempus periodicum Primarii V circa Solem, & duplicata ratione rectæ Tab. XXIII. Fig. 10

Tab. XXIII. *Fig.* 10. S V ad rectam P A. Prima vero ratio componens & ultima faciunt triplicatam rationem rectæ S V ad P A: Unde Quantitas Materiæ in S eſt ad Quantitatem Materiæ in P in ratione compoſita ex triplicata ratione S V ad P A, & duplicata ratione Temporis periodici Satellitis A circa P ad Tempus periodicum Primarii V circa Solem. Utraque autem componens ratio datur; nempe ratio S V ad P A per præmiſſum Lemma, & ipſa Tempora periodica per obſervationem: non latebit igitur ratio compoſita; nempe ratio Quantitatis Materiæ in Sole ad Quantitatem Materiæ in Primario P.

Hinc invenietur ratio Quantitatis Materiæ in Planetis tribus Satellitio donatis; inveniendo ſc. rationem Quantitatis Materiæ in illorum unoquoque ad Quantitatem Materiæ in Sole.

SCHOLIUM.

Similiter invenietur ratio Gravitatis Acceleratricis in ſuperficie Solis ad Gravitatem Acceleratricem in ſuperficie cujuſvis Planetæ Satellitem habentis. Habentur enim ratio Gravitatis in ſuperficie Solis ad Gravitatem in V, duplicata ſc. rationis Diſtantiæ S V ad Semidiametrum Solis ex præcedentibus cognitæ, & ratio Gravitatis in V verſus Solem ad Gravitatem in A verſus Planetam, inventa ut ſupra; item ratio Gravitatis in A ad Gravitatem in ſuperficie Planetæ P, duplicata notæ rationis quam habet Semidiameter Planetæ ad Diſtantiam Satellitis à Primario. Liquet jam rationem ex tribus hiſce notis rationibus compoſitam eandem eſſe cum ratione Gravitatis in ſuperficie Solis ad Gravitatem in ſuperficie Planetæ P. Et hinc rurſus, ex æquo, determinabitur ratio Gravitatis in ſuperficie unius Planetæ ad Gravitatem in ſuperficie alterius, ſi uterque Satellite gaudet.

PRO-

PROPOSITIO XLIX.

Invenire rationem Denſitatis Solis ad Denſitatem Planetæ cujuſvis Primarii, circa quem Satelles revolvitur.

SI duo corpora A & B ſint ejuſdem magnitudinis, patet quantitatem materiæ in A eſſe ad quantitatem materiæ in B ut denſitas ipſius A ad denſitatem ipſius B: Et ſi ejuſdem fuerint denſitatis, quantitas materiæ in A eſt ad quantitatem materiæ in B ut corporis A magnitudo ad magnitudinem corporis B: Et igitur, licet neque magnitudines neque denſitates æquentur, ratio quantitatis materiæ in A ad quantitatem materiæ in B componitur ex directa ratione denſitatum & directa ratione magnitudinum eorundem. Unde ratio denſitatis corporis A ad denſitatem corporis B componitur ex ratione quantitatis materiæ in A ad quantitatem materiæ in B, & ratione magnitudinis corporis B ad magnitudinem corporis A; hoc eſt (in caſu præſenti) Denſitas Solis eſt ad Denſitatem Planetæ in ratione compoſita ex ratione Quantitatis Materiæ in Sole ad Quantitatem Materiæ in dicto Planeta, & ratione Magnitudinis Planetæ ad Magnitudinem Solis. Sed (per Prop. præc.) datur componentium rationum prior, ſi Planeta Satellite gaudet; & (per Prop. XLVI) datur poſterior; ergo datur ratio ex iis compoſita, nempe Denſitatis Solis ad Denſitatem Planetæ. Tab. XXIII. Fig. 10.

Corollarium.

Hinc, ex æquo, habetur ratio inter Denſitates trium è Planetis primariis, nempe Saturni, Jovis & Terræ. Trium reliquorum Denſitates hinc analogice derivare licebit. Nullum eſt dubium, quin ſapientiſſimus Mundi Conditor Deus O. M. Planetas in diverſis à Sole diſtantiis collocaverit, ut quilibet pro gradu Denſitatis calore Solis majore vel minore fruatur: Materia enim denſior ad

 ope-

operationes naturales obeundas majorem calorem requirit Sed & Magnitudinis Planetarum aliquis proculdubio eſt reſpectus, cum ſimilium corporum minora, cæteris paribus, fortius intimiuſque calefiant; quippe reſpectu ſuæ molis majorem ſuperficiem habentia, ac proinde plures radios excipientia.

PROPOSITIO L.

Orbitarum planetariarum Axes majores ſuperius inventos corrigere.

PRop. XXIV. capti ſunt Orbium Axes majores in ratione ſubſeſquiplicata Temporum periodicorum: nempe à Maſſis Planetarum abſtractum eſt ut decuit ante illarum determinationem, & Planetæ pro punctis habiti in Ellipſibus circa immotum Solis centrum in umbilico poſitum revoluti. Quoniam vero propter Solis & Planetæ Actiones mutuas, quibus fit (per Prop. LVIII. Lib. I.) ut Planeta Ellipſin deſcribat cujus Focus eſt commune gravitatis centrum ſui & Solis, ſimilem (per Prop. LI. Lib. I.) illi quem circa immotum Solem viribus iiſdem attractus deſcriberet; & (per Prop. LIV. Lib. I.) oſtenſus eſt major Axis Ellipſeos, quam Planeta quivis deſcribit circa Solem ſimul circa commune centrum gravitatis revolventem, eſſe ad Axem majorem Ellipſeos, quam idem Planeta circa Solem quieſcentem eodem Tempore periodico deſcribere poſſet, in ſubtriplicata ratione ſummæ Maſſarum Solis & Planetæ ad Maſſam Solis; ideo Orbitæ cujuſque Planetæ Axis major (per Prop. XXIV. inventus) augendus eſt in dicta ratione ſubtriplicata ſummæ Maſſarum Solis & Planetæ ad Maſſam Solis, ut evadat correctus. Datur vero (per Prop. XLVIII.) ratio inter Maſſas Solis & Planetarum; & igitur datur ratio, in qua Orbitarum Axes majores (per Prop. XXIV. inventi) ſunt augendi, ut evadant correcti.

PRO-

PROPOSITIO LI.

Errores motûs Planetarum circa Solem à mutua Actione oriundos æſtimare.

SIT s referat Solem, A B C E & D L duorum Planetarum Orbitas; patet, dum Soli propior eſt in A remotiorque in D, (Planetis nimirum ad Conjunctionem Heliocentricam tendentibus,) per mutuam Attractionem Soli propiorem aliquantulum accelerari, remotiorem retardari; & cum poſt Conjunctionem ad ſitum qualis eſt C & D pervenerint, remotiorem accelerari, propiorem retardari; & prope Conjunctionem Heliocentricam Diſtantiam remotioris à Sole minui, propioris augeri. Cumque Maſſæ Solis & utriuſque Planetæ (per Prop. XLVIII.) datæ ſint, & Diſtantiæ mutuæ ex ſuperioribus etiam ſint datæ, & quidem (per Prop. præc.) correctæ; dabitur ratio Attractionis cujuſque in Solem ad Attractionem in alterum, & inde ratio Erroris à mutua Attractione oriundi ad effectum Vis ejus, quâ quiſque in Orbe proprio circa Solem retinetur. *Tab.* XXIII. *Fig.* 11.

Quod ſi Error omnis in Planetam à Sole remotiorem rejiciatur, propioris Orbitâ manente, hoc fere fiet (per Prop. LVIII. Lib. I.) conſtituendo umbilicum Orbis exterioris in communi centro gravitatis Solis & interioris.

Errores iſti in Jove & Saturno maxime ſunt ſenſibiles, propter ingentes iſtorum Planetarum Maſſas.

SCHOLIUM.

Sunt & inæqualitates ex mutua Actione Primarii & ſuorum Satellitum oriundi: Nam (per Prop. LXIII. Lib. I.) non Primarii centrum, ſed centrum gravitatis Primarii & Satellitum, Orbitam Ellipticam circa Solem deſcribit. Quoniam vero hæc à quantitate materiæ in iſtis Secundariis pendent, cujus determinandæ ratio ad Librum ſequentem proprie ſpectat, de illis nunc tacemus. S E C-

SECTIO VIII.

De Figura Solis & Planetarum.

PROPOSITIO LII.

Determinare Telluris Figuram; hoc eſt, rationem quam ejus Axis habet ad Diametros eidem normales.

LIbro primo Prop. XXXI. generatim, ex cauſis propriis, eſt oſtenſum Solem & Planetas Figurâ indutos eſſe verſus Polos depreſſâ, verſus medium inter Polos circulum elevatâ, ad Sphæroidem prolatam accedente. Nunc ad Figuram hanc ex obſervationibus determinandam accedimus. Ac primo Telluris Figura definienda eſt.

Tab. XXIII. Fig. 12. Referat Figura A P E *p*, cujus centrum C, Tellurem; P *p* ejus Axem; A E Æquatoris Diametrum quamvis Axi normalem. Menſurentur longitudines Pendulorum dato temporis ſpatio in Cycloide oſcillantium in locis A & P: erunt A C, P C reciproce ut dictæ Penduli longitudines, adeoque in ratione nota. Idem fiat in loco quovis intermedio B, cujus Latitudo (ſc. A C B angulus) per Prop. XVIII. Lib. II. innoteſcit; eruntque A C, B C reciproce ut longitudines Pendulorum pari temporis ſpatio in locis iſtis A & B oſcillantium, & proinde in ratione data.

Concipiatur enim canalis fluido plena inflexa ab A ad C, & inde ad P. Ex fluidi quiete manifeſtum eſt fluidum in canalis crure A C in æquilibrio eſſe cum fluido in ejuſdem crure P C, vi centrifugâ ex motu circa Telluris Axem ortâ & majore à centro Terræ diſtantiâ attollentibus & retinentibus fluidum in crure C A ad majorem altitudinem quam in C P crure. Unde & portio quælibet fluidi in C A in æquilibrio eſt (ſive æqualiter gravis eſt) cum ſimili & ſimiliter poſita fluidi portione in crure C P, (quod proinde etiam verum eſt de corporibus quibuſvis homogeneis, etiamſi fluida non ſint;) & ſuprema

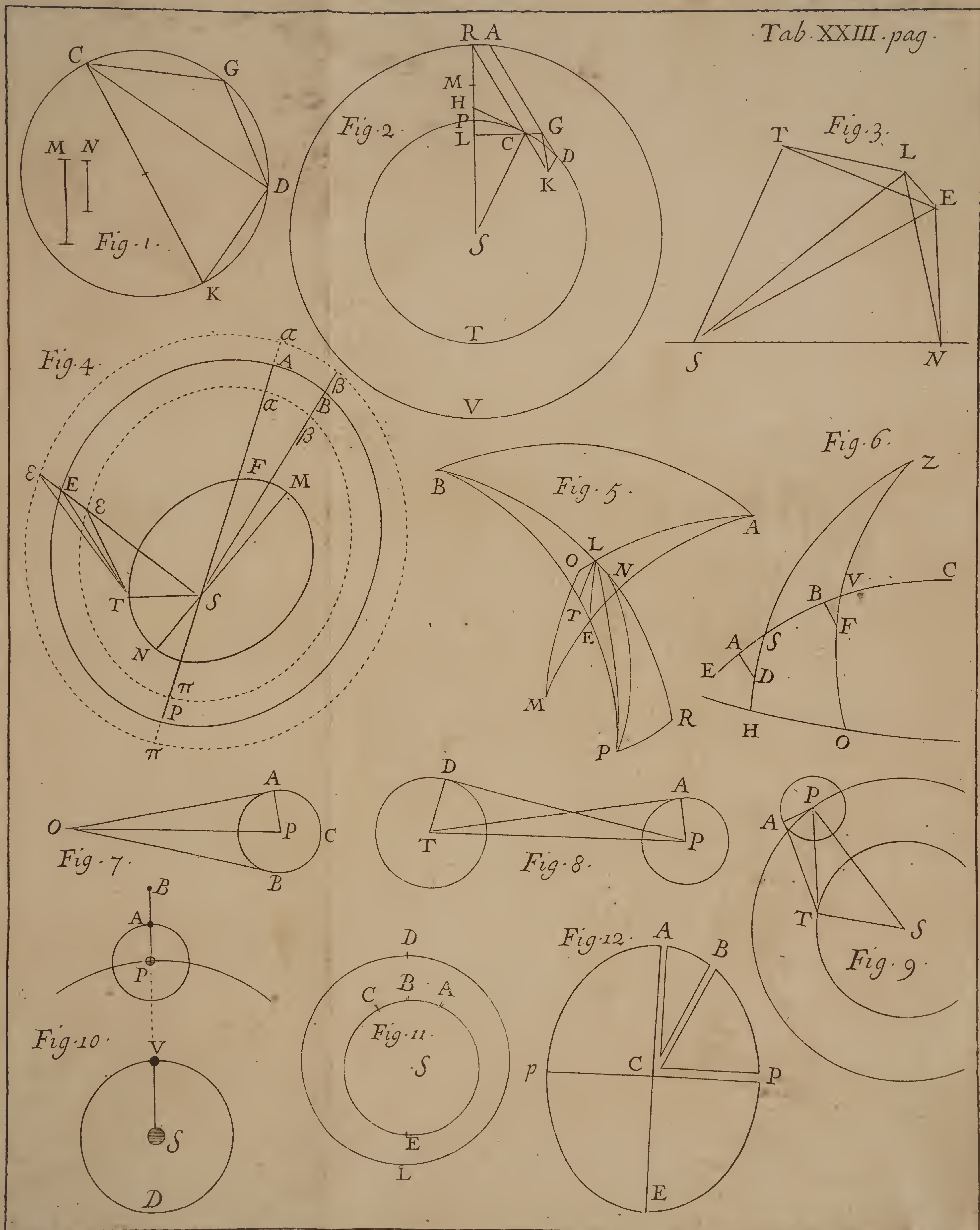
prema crurum puncta A & P ſimiliter in cruribus ſita ſunt: Et igitur corpora homogenea in A & P conſtituta, quæ ſunt ut A C, P C, æquigravia ſunt verſus Terræ centrum. Sed gravitas corporis in A poſiti, quod eſt ut P C, eſt ad gravitatem alterius homogenei ibidem conſiſtentis, quod eſt ut A C, ſicut P C ad A C, (nempe homogeneorum corporum juxta poſitorum pondera ut ipſa corpora;) & igitur corporum homogeneorum æqualium in A & P poſitorum gravitates ſunt ut P C & A C; hoc eſt, reciproce ut diſtantiæ à centro. Simili prorſus ratione oſtendetur gravitas corporis in B ad gravitatem æqualis & homogenei in P ut C P ad C B; etenim fluidum in canale B C P immotum permanebit, ut in priori A C P: Unde, ex æquo, æqualium & homogeneorum corporum in Telluris ſuperficie ubicunque conſiſtentium gravitates abſolutæ ſunt reciproce ut diſtantiæ à centro. At corporis gravitas acceleratrix eſt ut ejus gravitas abſoluta applicata ad ejuſdem molem: Adeoque corporum in Telluris ſuperficie conſtitutorum gravitates acceleratrices ſunt ut locorum diſtantiæ à centro inverſe. Porro, quoniam oſcillatio corporis penduli ad A poſiti, & in Cycloide moti, æquidiuturna ponitur (ex obſervatione) cum oſcillatione alterius ad P; & (per *Prop.* XXV. *Part.* II. *Horologii Oſcillatorii Chriſtiani Hugenii*) tempus deſcenſûs liberi per Cycloidis axem datam habet rationem ad tempus oſcillationis in iſta Cycloide; & (per *Prop.* VI. & VII. *Part.* III. dicti Libri) axis Cycloidis, quam grave Pendulum deſcribit, datam habet rationem ad longitudinem fili dictum grave ſuſpendentis; & proinde tempus deſcenſûs liberi per axem Cycloidis datam etiam habet rationem ad tempus deſcenſûs liberi per fili longitudinem, nempe prioris ſubduplicatam: erit tempus deſcenſûs liberi per longitudinem penduli ad A poſiti æquale tempori deſcenſûs liberi per longitudinem penduli ad P poſiti. Sed ſpatia ad A & P, æqualibus temporibus

 caſu

caſu libero percurſa, ſunt ut gravitates acceleratrices in dictis locis A & P, ſc. effectus ut cauſæ; & dictæ gravitates acceleratrices hactenus oſtenſæ ſunt ut diſtantiæ à centro Terræ inverſe; & igitur longitudo penduli ad A eſt ad longitudinem penduli ad P æquali tempore oſcillantis ut C P ad C A. Similiterque oſtendetur longitudo penduli ad B eſſe ad longitudinem penduli ad P æquali tempore oſcillantis ut C P ad C B: Unde, ex æquo, erunt univerſaliter longitudines pendulorum æqualibus temporibus oſcillantium reciproce ut diſtantiæ locorum à centro Terræ. Cum igitur inventæ ſint ratio ipſius A C ad quamlibet B C & inclinatio dictæ B C ad A C, ac (inter cætera) ratio ipſius A C ad P C; definita eſt natura Figuræ A P E *p*, ſectionis nempe Telluris cum plano Meridiani, cujus rotatione circa Axem P *p* ipſa Telluris Figura gignitur. Q. E. F.

Si Terræ figura modo ſupradicto definienda ſit, non opus eſt menſurarâ longitudine penduli dato temporis ſpatio oſcillantis ad ipſum Polum P: per plures enim ejuſmodi longitudines obſervatas in diverſis Latitudinibus tuto concludetur longitudo penduli dicto temporis ſpatio oſcillantis ad ipſum Polum. Rurſus, in ſolvendo hoc Problemate non opus erit in diverſis locis pendulum ita aptare, ut eodem temporis ſpatio oſcillationes ſuas peragat: ſufficit pendulum uni loco aptatum ita ut ejus oſcillationes ſingulæ dato temporis ſpatio reſpondeant, in alia loca transferre, & notare quantum horologium, cui dictum pendulum eſt pro libratorio, tempore unius revolutionis apparentis Fixæ ad eundem locum, retardetur aut acceleretur, prout loca, in quæ transfertur, Æquatori aut Polo viciniora ſunt quam eſt is cui aptatum eſt automaton, & ex iſta retardatione aut acceleratione calculo colligere quâ opus ſit penduli longitudine, ut oſcillationes ſingulæ pari tempore peragantur quo peractæ ſunt in loco, cui pendulum primo erat aptatum.

COROL-


Tab·XXIII·pag·
Fig·1·
Fig·2·
Fig·3·
Fig·4·
Fig·5·
Fig·6·
Fig·7·
Fig·8·
Fig·9·
Fig·10·
Fig·11·
Fig·12·

Corollarium.

Hinc ſequitur, ſi (iiſdem manentibus) intervallo C A vel C E deſcribatur circulus, & producatur utcunque ducta C B ad D, eſſe D B ut incrementum gravitatis acceleratricis in receſſu ab Æquatore verſus alterutrum Polum, ſive ut incrementum ſupra longitudinem penduli dato tempore ad Æquatorem oſcillantis loco B congruum. Nam ſupra eſt oſtenſum, ſi A C exponat gravitatem aut longitudinem penduli ad Polum, quod C P repræſentabit gravitatem aut longitudinem penduli pari tempore oſcillantis ad Æquatorem; & ideo (productâ P *p* ad F & G) P F repræſentabit incrementum gravitatis aut longitudinis dicti penduli ad Polum P. Similiter, ſi C B exponat gravitatem aut longitudinem penduli ad A, A C (hoc eſt, D C) exponet gravitatem aut penduli longitudinem ad B; & conſequenter D B exceſſum ſive incrementum gravitatis longitudiniſve penduli ad B, ſupra gravitatem pendulive pari tempore oſcillantis longitudinem ad A. *Tab. XXIV. Fig. 1.*

Si A P E *p* ſectio Telluris cum plano Meridiani ſit Ellipſis, erunt gravitatis pendulive longitudinis incrementa in diverſis locis ſuperficiei Terræ, ſupra gravitatem pendulive longitudinem ad Æquatorem, quamproxime in duplicata ratione ſinuum rectorum Latitudinum iſtorum Locorum. Per D ducatur D M Axi P *p* parallela, Ellipſi in L rectæque A E occurrens in M puncto, ex quo in C D demittatur perpendicularis M K; ſumatur D H æqualis P F, unde C H æqualis C P, & jungatur L H. Quoniam A P E eſt Ellipſis, eſt (per *Prop.* XXI. *Lib.* I. *El. Conic.*) C P *q* ad M L *q* ut rectangulum ſub A C & C E ad rectangulum ſub A M & M E: Et, per eandem, in circulo A F E eſt C F *q* ad M D *q* etiam ut rectangulum ſub A C & C E ad rectangulum ſub A M & M E; & ideo C F *q* erit ad M D *q* ſicut C P *q* ad M L *q*. Unde C F eſt ad M D ſicut C P ad M L; adeoque (per *Prop.*

 XIX.

Tab. XXIV. Fig. 1. XIX. *El.* V.) P F eſt ad L D ſicut C P ad M L; hoc eſt, H D eſt ad L D ſicut C H ad M L; & igitur (per *Prop.* II. *El.* VI.) L H parallela eſt ad C M; & proinde triangulum L D H ſimile triangulo M D C, & ſimiliter poſitum. A trianguli autem C M D angulo recto M ducta eſt ad hypothenuſam D C perpendicularis recta M K, quod etiam quamproxime factum eſt in triangulo H L D, exiſtente curvæ Eclipticæ particulâ L B & fere rectâ, & ad C D normali, propter Ellipſin A P E *p* non multum abludentem à circulo A F E G: Unde C D ſimiliter dividitur in K atque H D in B diviſa eſt; id eſt, H D eſt ad D B ſicut C D ad D K, ſive P F ad B D ſicut C D ad D K. Rurſus, propter triangulum rectangulum C M D diviſum per rectam M K ad C D normalem (per *Prop.* VIII. *El.* VI.) erunt C D, D M, D K proportionales, ſive ratio C D ad D K duplicata rationis C D ad D M; hoc eſt, rationis C F ad M D. Sed hactenus eſt oſtenſum eſſe P F ad B D ſicut C D ad D K; & igitur P F eſt ad B D in duplicata ratione C F ad M D: Sed C F eſt ſinus totus, & M D ſinus rectus anguli A C B, nempe Latitudinis loci B; & P F, B D ſunt incrementa gravitatis vel longitudinis penduli dato tempore oſcillantis locis P & B congrua, ſupra gravitatem pendulive longitudinem ad Æquatorem: Et igitur, poſitâ A P E *p* Ellipſi, incrementum gravitatis vel longitudinis penduli ad Polum, ſupra gravitatem pendulive longitudinem ad Æquatorem, eſt ad ſimile incrementum in alio quovis ſuperficiei Terræ loco B quamproxime in duplicata ratione radii ad ſinum rectum Latitudinis dicti loci B. Atque idem oſtendetur de alio quovis loco in Terræ ſuperficie: Et igitur, ex æquo, ſi A P E *p* fuerit Ellipſis, erunt gravitatis pendulive longitudinis incrementa in diverſis locis ſuperficiei Terræ, ſupra gravitatem pendulive pari tempore oſcillantis longitudinem ad Æquatorem, in duplicata ratione ſinuum rectorum Latitudinum iſtorum locorum quamproxime.

SCHO-

Scholium.

Præmiſſa omnia vera ſunt ex hypotheſi quod Terra ex materia uniformi & æquidenſa conſtat. Suppoſuimus enim fluidum, quo canales ACP, BCP impleti ſunt, uniforme eſſe & homogeneum. Verum ſi materia, ex qua Terra conſtat, denſior ſit ad centrum quam verſus ſuperficiem, prædicta incrementa diſtantiarum à centro pergendo à Polis ad Æquatorem, hiſque proportionalia incrementa gravitatis longitudiniſque penduli dato tempore oſcillantis pergendo ab Æquatore ad Polos, majora erunt quam pro calculo ſuperioribus innixo; & Terræ Axis minor erit reſpectu Diametrorum eidem normalium. Nam ſi materia iſta verſus centrum, quâ Terra ibi denſior eſt, ſubducta concipiatur, aut potius ſeorſim ſpectetur ut materia reliqua ſit ubique æquidenſa; ex præcedentibus patet gravitatem acceleratricem in diverſis ſuperficiei Terræ hujus æquidenſæ locis eſſe reciproce proportionalem diſtantiæ à centro. Sed dicta gravitas acceleratrix adhuc augetur propter materiam iſtam redundantem circa centrum; & quidem (ut ex Lib. 1. patet) quamproxime in inverſa duplicata ratione diſtantiæ ab iſtius, id eſt, Terræ centro. Cum igitur in caſu Terræ uniformiter denſæ illius ſuperficies verſus Æquatorem elevetur, verſus Polum vero deprimatur; gravitaſque ad Æquatorem minor ſit quam ad Polum in ratione diſtantiæ Poli à centro ad Æquatoris ſemidiametrum; & porro, ad prædictam materiam redundantem circa centrum gravitas ad Æquatorem minor ſit quam ad Polum in ratione duplicata diſtantiæ Poli à centro ad Æquatoris ſemidiametrum, quæ ratione priore ſimplice minor eſt, cum ratio iſta ſit minoris inæqualitatis; & igitur ex utraque ſimul cauſa, ſive in caſu Terræ verſus centrum denſioris, gravitas ad Æquatorem, ex prioribus binis compoſita, minor eſt quam gravitas ad Polum in ratione minore, quam eſt ea quam Tab. XXIII. Fig. 12.

 diſtan-

Tab. XXIII. Fig. 12. diſtantia Poli à centro habet ad Æquatoris ſemidiametrum. Et ideo ex minore hac gravitate ad Æquatorem, reſpectu ejus quæ obtinet ad Polos, Tellus magis ad Æquatorem elevabitur quam pro ſuperioribus. Idemque obtinet in longitudine penduli dato temporis ſpatio oſcillantis; quippe quæ ſuperius oſtenſa eſt gravitati acceleratrici proportionalis.

PROPOSITIO LIII.

Determinare rationem, quam Solis aut dati Planetæ Axis habet ad Diametros eidem normales.

INveniatur per Prop. XXVI. Lib. I. ratio Vis Centrifugæ in medio inter Polos circulo Solis dative Planetæ ad Vim Centrifugam in Æquatore Terræ: Datur autem ratio inter Vim Centrifugam in Æquatore Terræ ad gravitatem in Terræ ſuperficie, eadem ſc. cum ſuperius inventa ratione quam habet exceſſus Diametri Terræ ſecundum Æquatorem ad ejuſdem Axem; & ex *Schol. Prop.* XLVIII. datur ratio gravitatis in Terræ ſuperficie ad gravitatem in ſuperficie Solis dative Planetæ: Et igitur dabitur ratio ex datis hiſce compoſita, nempe ratio quam habet Vis Centrifuga in medio inter Polos circulo Solis dative Planetæ ad gravitatem in ſuperficie ejuſdem. Atque hæc eadem eſt cum illa, quam habet exceſſus Diametri Æquatoris Solis vel dati Planetæ ſupra ejuſdem Axem ad dictum Axem, cum (per Prop. præc.) exceſſus iſte à Vi illa Centrifuga ſola proveniat, & proinde ſit illi proportionalis: Dabitur igitur (per 6. *Dat.*) ratio inter Solis dative Planetæ Axem ejuſdemque Diametrum Axi normalem.

SEC-

SECTIO IX.

De Distantia Fixarum.

PROPOSITIO LIV.

Diſtantiam Fixæ per Obſervationem determinare.

DEfinitis Diſtantiâ & Magnitudine Solis & Planetarum primariorum, reſtat ut de Fixarum Diſtantia paucis diſſeramus. Et licet Fixarum Diſtantia tam immenſe major ſit quam Telluris Diameter, ut hæc præ illa evaneſcat penitus & inſenſibilis evadat; adeoque omnes methodi hoc Libro & præcedente traditæ ad Phænomeni cujuſque Parallaxin, & conſequenter Diſtantiam, inveniendam in hoc negotio inutiles ſint: videri tamen poterit Diametrum Orbitæ, quam Tellus ſpatio annuo circa Solem deſcribit, etiam cum Diſtantia Fixarum comparari poſſe; cumque nos Terra vecti nunc hoc nunc illud Diametri dictæ Orbitæ extremum teneamus, ſenſibilem admodum oriri debere Fixarum Parallaxin ex adeo ſenſibili Obſervatoris tranſlatione. Obſervatio commodiſſime modo ſequenti aut ſimili inſtituetur.

Referat S Solem, A M B Orbem magnum. Eligantur duæ Fixæ propinquæ invicem C & F non procul ab Ecliptica ſitæ. Obſervetur harum Diſtantia cum illarum altera C Soli opponitur, ſc. angulus F A C. Obſervetur rurſus illarum Diſtantia cum C eſt Soli conjuncta, nempe F B C angulus. In triangulo igitur F A B, ex datis omnibus angulis, datur ratio laterum; nempe F A Diſtantiæ Fixæ ab A ad A B Diametrum Orbis magni per Prop. XLV. notam; determinatur igitur A F. Similiter eruetur Fixæ Diſtantia, ſi obſervatio ſecunda Diſtantiæ Fixarum apparentis inſtituatur cum C non eſt Soli conjuncta, (quod forſan, propter Solis ſplendorem, difficile foret,) ſed in alio quovis noto Telluris ſitu, *v. g.* *Tab.* XXIV. *Fig.* 2.

dum

dum hæc eſt in M: Nam A M recta, ejuſque ad notam A B ratio, per ſupra citatam Prop. XLV. innoteſcit.

Definitâ ſemel Fixæ alicujus Diſtantiâ, illius Magnitudo definietur per methodum Prop. XLVI. traditam, modo Fixæ Diameter apparens ſit ſenſibilis.

SCHOLIUM.

Quoniam ſupra deſcriptæ obſervationes, ſimileſve ad Fixarum Diſtantiam definiendam neceſſariæ, tam lubricæ ſunt tantamque requirunt ſubtilitatem, ut hanc ſe conſecuturos Artifices ſpondere non audeant; inſignem tamen victoriam reportaſſe videantur, ſi eſſe aliquam Fixarum Parallaxin, magni Orbis reſpectu, obſervatione oſtendant: ſic enim Telluris Motum ultra dubium ponerent, quod operæ pretium eſſe agnoſcunt omnes. Hoc autem haud incommode fiet modo ſequenti.

Tab. XXIV. *Fig.* 3. Reliquis manentibus, Fixæ duæ F & C non ſint prope Eclipticam. Per illas & Solem traductum planum ſecet Telluris Orbitam in A & B, quæ ſatis exacte ad præſens inſtitutum ex dictis in præc. Lib. dabuntur. Obſerventur anguli C A F, C B F (ſive Fixarum F & C Diſtantiæ apparentes, viſæ ex Tellure in A & B verſante) qui ſatis notabiliter diverſi erunt, ſi A B reſpectu A C ſit ſenſibilis & Stellæ C & F admodum inæqualiter à Sole diſtent, quod in Stellis diverſæ Magnitudinis obtinere veriſimillimum videtur. Immo ſi loco binarum Stellarum C & F, binæ, quales ſunt C & D, conſpiciantur, (quod in tanta Syderum multitudine contingere poterit,) ex A videbitur D ad unam à C plagam, ex B ad alteram; vel fortaſſe videbuntur duæ Stellæ unâ Anni tempeſtate coincidentes, alterâ notabiliter inter ſe diſtantes: in quo caſu, abſque ullo inſtrumento ad Stellarum intercapedinem obſervandam neceſſario, ſolius Teleſcopii beneficio patebit Telluris circa Solem Motus Annuus.

Prædicta

Prædicta obſervandi ratio, præterquam quod omne recipiat incrementum, quod hactenus inſtrumenta quævis recepere aut in poſterum recipient, nullius fere eſt ſumptûs, cum ſolo Teleſcopio Micrometro inſtructo indigeat; nullus requiritur Obſervatorii apparatus, nulla Perpendiculi rectificatio, quæ omnia admodum ſunt incerta, cum neque muros licet firmiſſimos, neque ipſas rupes monteſque eundem perpetuo ſitum ſervare certiſſimum ſit. Huc forſan referenda ſunt, quæ de Fixis ab Oculatiſſimo & Celeberrimo Aſtronomo D. *Caſſini* noviter detecta ſunt; quod nempe Arietis prima aliquando in binas æquales intervallo Diametri utriuſvis diſtantes diviſa appareat, quod & de præcedente capite Geminorum itidem obſervavit; & aliæ quædam, ut Pleiadum aliquæ mediaque in Orionis gladio, quandoque triplæ aut etiam quadruplæ appareant.

PROPOSITIO LV.

Orbis magni Parallaxin obſervare per acceſſum & receſſum Fixæ à Polo Æquatoris diverſis Anni tempeſtatibus factum.

REferat S Solem; H M E Orbitam Telluris, cujus puncta E & H ſunt Telluris loca in Solſtitiis. Sit porro F Fixa Polo Mundi vicina, hoc eſt, Telluris A T B Axis A B cum recta Tellurem Fixamque connectente angulum B H F aut B E F ſatis parvum comprehendat; ſitque Stella hæc non procul à Coluro Solſtitiorum, adeoque Soli in Solſtitiorum altero fere conjuncta, ſive planum E F H rectum ad Eclipticæ planum H M E. Patet angulum B H F Diſtantiam Fixæ à Polo Mundi, cum hæc Soli opponitur, minorem eſſe angulo B E F ejuſdem Diſtantiâ à Polo, cum Fixa Soli conjungitur. Et è converſo, ſi angulus B H F obſervatione minor deprehenditur quam B E F, inæqualitas hæc in *Tab XXIV. Fig. 4.*

Orbis Annui Parallaxin refundenda eſt. Fixæ vero Diſtantia inde hoc modo elicitur: Differentia angulorum B E F, B H F æqualis eſt angulo F; & in triangulo F E H datur alter angulus F E H; Fixæ nempe Latitudo ad Tempus, quo Tellus eſt ad E: Unde innoteſcet ratio inter H E Diametrum Orbis magni & H F Fixæ Diſtantiam.

SCHOLIUM.

Hanc methodum Orbis magni Parallaxin per obſervationes eruendi adhibuit ſolertiſſimus Obſervator D. *Jo. Flamſtedius*, atque ſic reſpondet objectioni illorum, qui cum *Ricciolo* motum Telluris circa Solem negant, quia hic per Orbis magni Parallaxin obſervatam non confirmatur. Stellæ quippe Polaris diſtantiam à Polo Mundi Boreo majorem invenit circa Solſtitium Æſtivum quam Hyemale circiter 40 aut 45 ſcrupulis ſecundis, idque ope Obſervationum per continuos ſeptem annos factarum, poſt conſideratas inſtrumenti correctionem & Loci Stellæ mutationem propter punctorum Æquinoctialium regreſſum: ſicut acute diſſerit D. *Flamſtedius* in Epiſtola ad Cel. D. *Walliſium* 20 *Dec.* An. 1698. data, in *Oper. Math. Walliſii Tom.* III. edita. Verum methodus hæc Fixæ Parallaxin determinandi ſupponit Telluris Axem A B ſibi exactiſſime eſſe parallelum, cum hæc in E & H punctis ſuæ Orbitæ verſatur, quando obſervationes inſtituuntur. Et licet Axis Nutatio iſta exigua, quæ conſequitur exinde quod (per *Coroll.* XX. *Prop.* LXVI. *Lib.* I. *Phil. Nat. Princ. Math.* Cel. *Newtoni*) inclinatio Eclipticæ & Æquatoris ad Solſtitia minuatur, ad Æquinoctia augeatur, obſervationi huic minime obſtat, ſicut ipſe D. *Flamſtedius* in dicta Epiſtola notat; alia aliunde orta Nutatio totam hanc Stellæ Polaris à Polo diſtantiæ diverſitatem producere poterit: Si nimirum Hemiſphærii Terræ Auſtralis paulo major ſit denſitas quam Hemiſphærii Bo-

rii Borealis, (vel propter minorem illi Æſtatem quam huic majuſque frigus, vel propter continentium Terræ ad Polos poſitorum inæqualitatem, vel aliam cauſam quandam nobis ignotam,) cum in Solſtitio Hyemali Polus Auſtrinus A annuat ad Solem & ſimul illi propior ſit quam eſt Polus Boreus B, cum tempore Solſtitii Æſtivi hic ad Solem annuit, inclinabitur H A magis ad Eclipticæ planum tempore Hyemali quam E A Æſtivali; unde B H F minor erit quam B E F, licet ipſæ rectæ H F, E F parallelæ forent. Cum igitur totum, quod per D. *Flamſtedii* obſervationem conficitur, illud ſit quod B H F angulus minor ſit quam B E F; atque hoc ex duplici cauſa oriri poſſit, nempe ex rectarum H F, E F concurſu ad partes F, ſi Terræ Axis in obſervationum una parallelus ſit eidem in altera, (quod à D. *Flamſtedio* ſupponitur, & in Figura Prop. LV. deſignatur,) vel ex rectarum H A, E A concurſu ad partes G partibus F contrarias, poſitis rectis H F, E F parallelis, ut in figura annexa; ex obſervatione illa Fixarum Parallaxis non evincitur, quoniam Obſervatio integra conſiſtere poteſt, rectis E F, H F parallelis manentibus; hoc eſt, Orbis magni Parallaxi poſitâ nullâ. Tab. XXIV. Fig. 5.

Immo hæc obſervatio ne vel Telluris Motum Annuum immediate aſtruit: Nam licet Tellus in medio maneat, (circa Axem ut in Syſtemate *Semi-tychonico* rotata cœleſtium Motum diurnum apparentem efficiens;) Sol in Signis Auſtralibus Hemiſphærium Terræ Auſtrale, propius & forte denſius, Soli tum obverſum ita attrahere poterit, ut angulus B H F, Diſtantia Fixæ à Polo, minor ſit quam B E F, cum in Signis Borealibus Sol remotior ejus Hemiſphærium Boreale, etiam forte minus denſum, minus attrahit. Fig. 6.

Idem ſimiliter de varia Diſtantia Fixæ à Zenith dicendum, quo modo Cl. D. *Hookius* Fixarum Parallaxin olim rimabatur. Nam ſi Axis Terræ directio mutatur, alterius

 rius

rius cujuſvis rectæ in Terra (cujus poſitio ad Axem datur) directio ſimiliter mutabitur : Et Terræ motus circa Solem, ex varia inclinatione rectæ Fixam & Terram conjungentis ad rectam iſtam in Tellure, certo concludi nequit. Optandum igitur eſt ut oculatiſſimi Obſervatores deinceps obſervationes ſuas ad Motum Terræ Annuum hoc modo aſtruendum ſecundum Prop. præc. ejuſve Schol. dirigant : Nam ſic tandem Fixarum Parallaxis reſpectu Orbis magni (modo ſenſibilis fuerit) certo elicietur, cum angulorum iſtorum mutatio ex alia cauſa, præter mutatum Telluris locum aut Fixarum inter ſe ſitum, oriri nequeat ; Fixarum vero idem ad ſe invicem ſitus principii loco habeatur ab omnibus, qui illarum Parallaxin inveſtigant. Interim rationes Propoſitione ſequente explicandæ me movent, ut cum *Copernico* credam Orbis magni Diametrum reſpectu Fixarum (etiam proximarum) Diſtantiæ inſenſibilem eſſe.

PROPOSITIO LVI.

Diſtantia Solis à Terra, reſpectu Diſtantiæ Stellæ Fixæ (etiam proximæ) à Terra, evaneſcit fere & inſenſibilis eſt.

CUm Sol & Stellæ Fixæ ſola ſint magna Mundi corpora luce propriâ gaudentia, jure à Philoſophis ejuſdem generis habentur, & ad ſimiles uſus deſtinata ; & hominis eſt res ſuas plus æquo æſtimantis credere Solem eſſe illorum omnium maximum. Ponantur igitur æqualia, cum exceſſus hujus ſupra illud nulli fundamento innitatur.

Tab. XXIV. Fig. 7. Sit T Terra ; A E B Sol, cujus centrum S ; C G D Soli æqualis Fixa, cujus centrum F. Cumque angulus B T S, quo ſemidiameter Solis ex Terra ſpectatur, excedat 16 ſcrupula prima, erit B S, vel illi æqualis C F, pars fere ducenteſima ipſius S T ; ſive 200 C F ipſi T S æquales. In

In triangulo F S T rectangulo ad S eſt ſinus anguli S F T ad latus S T ſicut radius ad latus F T: ſimiliterque in triangulo C F T ſinus anguli C T F eſt ad latus C F ut radius ad latus C T ipſi F T æquale: Unde (ex *Prop.* XI. *Elem.* V.) ſinus S F T eſt ad S T ſicut ſinus anguli C T F ad C F. Cumque, in parvis hiſce angulis, anguli ipſi ſint ſicut eorum ſinus, erit viciſſim angulus S F T ad C T F angulum ut recta S T ad C F rectam; & ideo 200 C T F ipſi S F T æquales, ſive 100 C T D ipſi T F S. Acutiſſimus vero Obſervator *Chriſtianus Hugenius* (in *Syſtemate Saturnio*) aſſerit ſe adjutum Teleſcopio (cujus ope ſpeciei per Tubum viſæ ad eam quæ nudo oculo percipitur ratio ſecundum diametrum eſt centupla) Fixarum etiam maxime ſplendidarum Diametros nullâ unquam magnitudine cernere potuiſſe, ſed tantum minimi puncti inſtar; hoc eſt, angulum D T C centuplo majorem factum etiamnum eſſe inſenſibilem; ſive centuplum C T D (hoc eſt, S F T) ſenſu percipi non poſſe. Semidiameter igitur Orbis magni S T ex Fixa proxima (qualem ſplendidiſſimam æſtimare oportet) viſa minimi puncti inſtar appareret; hoc eſt, T S reſpectu S F vel T F evaneſcit & inſenſibilis eſt. *Tab. XXIV. Fig. 7.*

Parvitas hæc apparentium Diametrorum Fixarum in cauſa eſſe videtur Scintillationis earundem: Corpuſcula enim opaca minima, per Atmoſphæram ſemper mota, Fixam quamvis penitus tegunt, ſtatimque retegunt; hoc eſt, Scintillantem reddunt.

Scholium.

Quoniam S T ad S F comparata inſenſibilis eſt, perinde eſt ex quonam Orbis magni puncto Fixæ obſerventur; totus quippe Orbis magnus quaſi punctum eſt reſpectu Diſtantiæ Fixarum: Cumque Saturnus Planetarum extimus à Sole non diſtet decuplo amplius quam Tellus, immenſa erunt Spatia inter extimum hunc Planetam proxi-

maſque Soli Fixas, in quæ Cometarum Orbes admodum excentrici excurrant, de quibus Prop. XXXV. Lib. I. dictum eſt: Sed & propter immenſam hanc Diſtantiam fit, quod Fixæ nullos edunt ſenſibiles effectus in noſtri Solis Syſtema, Planetaſque inibi contentos non perturbent.

Quia igitur Fixarum Diſtantia per obſervationes in diverſis Orbitæ Terræ locis factas determinari nequit, reſtat ut illa ex rationibus Opticis æſtimetur: cujus faciendi modos duos proponemus; alterum *Jacobi Gregorii* Anno 1668 editum, alterum *Chriſtiani Hugenii* in ſua *Coſmotheoria* traditum.

PROPOSITIO LVII. LEMMA.

Ejuſdem ſphæræ illuſtrationes, in diverſis à lucido corpore diſtantiis, ſunt in reciproca duplicata ratione diſtantiarum.

Tab. XXIV. *Fig.* 8. Licet Propoſitio hæc facile conſequatur ex Prop. XLVIII. Lib. I. libet illam hic demonſtrare. Sit A corporis lucidi punctum quodvis ad libitum ſumptum; ſitque B C ſphæræ illuſtratæ diameter radiis directe objecta, in minore diſtantia à lucido; $\beta\ \gamma$ eadem diameter in majore diſtantia: hoc eſt, ſit A E radius ad centrum E pertingens ipſi B C normalis, & A ϵ ipſi $\beta\ \gamma$: Jungantur A B, A C, & productæ concurrant in D & F cum $\beta\ \gamma$ etiam producta. Centro A, diſtantiâ A D vel A F deſcribatur circuli arcus D F, cui A β, A ϵ & A γ productæ occurrant in H, G & K; concipiaturque figura hæc ſuper axem A G rotata. Patet radios omnes in ſphæram cujus diameter B C incidentes, illâ ablatâ, in ſphæram cujus diameter eſt D F ſpargi: & ideo illuſtratio ſphæræ, cujus diameter B C, eſt ad illuſtrationem ſphæræ, cujus diameter $\beta\ \gamma$, ut omnes radii intra ſectorem ſphæricum rotatione ſectoris circularis A D G genitum contenti ad omnes radios intra ſectorem ſphæricum rotatione ipſius A H G genitum

gênitum contentos; hoc eſt, ut ſuperficies ſphærica rotatione arcûs D G producta ad ſuperficiem ſphæricam rotatione arcûs G H productam; hoc eſt (per *Propoſitio* XLIX. *Lib.* I. *Archimed. de Sph. & Cyl.*) ut circulus radio D G ad circulum radio H G, ſive in duplicata ratione D G ad H G. Sed in parvis angulis, quales ſupponimus D A G & H A G, D G eſt ad H G quamproxime ut D ε ad β ε: & ideo illuſtratio ſphæræ, cujus centrum in E, eſt ad illuſtrationem ejuſdem vel æqualis ſphæræ, cujus centrum in ε, in duplicata ratio- D ε ad β ε, ſive D ε ad ad B E, ſive A ε ad A E; hoc eſt, in reciproca duplicata ratione diſtantiarum. Cumque idem propter eaſdem rationes verum ſit de alio quovis lucidi corporis puncto æque ac de A, patet propoſitum. *Tab.* XXIV. *Fig.* 8.

Similiter, ejuſdem ſphæræ illuſtrationes ab æqualibus corporibus lucidis inæqualiter diſtantibus factæ ſunt in reciproca duplicata ratione diſtantiarum à corporibus iſtis lucidis.

PROPOSITIO LVIII. LEMMA.

Omnes Radii Solares in Planetam unum incidentes ſunt ad omnes Radios Solares in Planetam alterum incidentes in duplicata ratione chordarum Parallaxium horizontalium Solis ex Planetis iſtis ſpectati.

Referat S Solis punctum quodvis radians; A B, C D ſphæræ, quarum centra T & P, ſint Planetæ bini quivis. Jungantur S T, S P, per quas traductum planum ſecet ſphæras in circulis A B, C D; & ex S ducantur rectæ dictos circulos contingentes. Centro S, diſtantiâ quâvis ducatur arcus circuli rectis S A, S T, S B, S C, S P & S D occurens in F, E, L, H, G & K; jungantur rectæ E F, G H. Figura A F S E T rotata concipiatur circa S T axem, & C H S G P circa S P axem. Erunt omnes Radii ex S puncto manantes qui in Planetam T incidunt (ſc. omnes intra conum A S B) ad omnes in Planetam P in- *Fig.* 9.

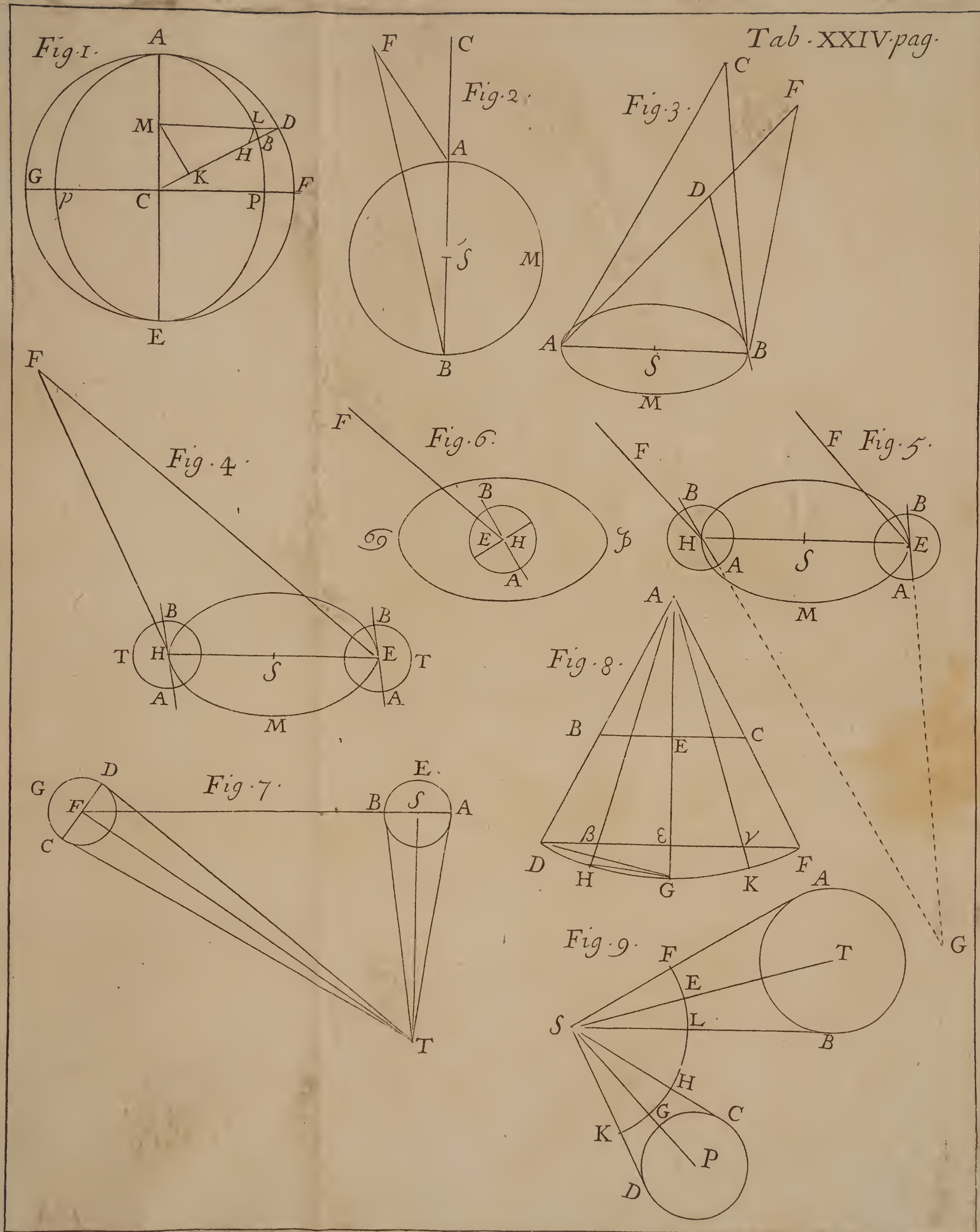
P incidentes (nempe omnes in cono C S D) ut ſuperficies ſphærica rotatione arcûs E F deſcripta ad ſuperficiem ſphæricam rotatione arcûs G H deſcriptam ; hoc eſt (per *Prop.* XLIX. *Lib.* I. *Archimed. de Sph.* & *Cyl.*) ut circulus radio E F deſcriptus ad circulum radio G H deſcriptum, ſive in duplicata ratione rectarum E F, G H : Sed E F & G H ſunt chordæ angulorum A S T, C S P ad radium S E, & dicti anguli ſunt Parallaxes horizontales Solis S ex Planetis T & P ſpectati ; & igitur Radii omnes ex S puncto manantes & in Planetam T incidentes ſunt ad omnes in P incidentes in duplicata ratione chordæ Parallaxis Solis ex T ſpectati ad chordam Parallaxis Solis ex P ſpectati. Cumque idem ſimiliter verum ſit de Radiis ab alio quovis Solis puncto manantibus, patet propoſitum.

Tab. XXIV. Fig. 9.

Loco chordarum ipſi arcus, iiſve proportionales anguli quos ſubtendunt, poſſent aſſumi, ut in præcedente.

SCHOLIUM.

Pari modo ſphæræ lucidæ & undiquaque radiantis radii omnino omnes ſunt ad radios ejus omnes in ſphæram datam incidentes illamque illuſtrantes in duplicata ratione diametri (ſive chordæ ſemicirculi) ad chordam parallaxis horizontalis corporis lucidi ex ſphæra illuſtrata ſpectati ; ſive ut quadratum diametri ad quadratum chordæ dictæ parallaxis horizontalis. Et conſequenter, (ſumendo antecedentium dimidia,) ſemiſſis radiorum omnium ſphæræ lucidæ, ſive radii omnes ab hemiſphærio radiante manantes (poſito altero hemiſphærio opaco) ſunt ad radios ejus omnes incidentes in ſphæram illuſtrandam, cui illud pleno orbe fulget, ut ſemiſſis quadrati diametri (hoc eſt, quadratum circulo inſcriptum) ad quadratum chordæ parallaxis corporis lucidi ex ſphæra illuſtrata ſpectati.


Tab . XXIV . pag .
Fig . 1 .
Fig . 2 .
Fig . 3 .
Fig . 4 .
Fig . 5 .
Fig . 6 .
Fig . 7 .
Fig . 8 .
Fig . 9 .

PROPOSITIO LIX. LEMMA.

Ratio Illuſtrationis Terræ à Sole ad ejuſdem Illuſtrationem à Planeta pleno Orbe fulgente componitur ex duplicata ratione chordarum Parallaxium Solis ex Terra & Planeta iſto ſpectati, & ratione quadrati circulo inſcripti ad quadratum chordæ Parallaxis horizontalis dicti Planetæ è Terra viſi.

RAdii, quibus Planeta Terram illuſtrat, illi ſunt qui à Sole primitus manantes à Planeta reflectuntur in Terram. Supponimus igitur Planetam quemvis radios omnes Solares in ſe incidentes undiquaque reflectere; hoc eſt (ad majorem facilitatem) ſupponimus Planetam (lucidi primarii inſtar) radios à ſui hemiſphærio Soli obverſo undiquaque emittere, tot ſc. quot à Sole in illum incidunt. Palam eſt Illuſtrationem Terræ à Sole eſſe ad Illuſtrationem ejuſdem per Planetam pleno Orbe fulgentem ut radii omnes Solares in Terram incidentes ad omnes radios à Planeta manantes in eandem incidentes: Sed ratio radiorum Solarium in Terram incidentium ad radios Planetarios in eandem incidentes componitur ex ratione radiorum Solarium in Terram incidentium ad radios Solares in Planetam incidentes, (hoc eſt, omnes radios à Planetæ hemiſphærio manantes,) & ratione omnium radiorum à Planetæ hemiſphærio manantium ad omnes ex illis qui in Terram incidunt. Et componentium harum rationum prior, ſive ratio radiorum Solarium in Terram incidentium ad radios Solares in Planetam incidentes, æqualis eſt (per Prop. præc.) duplicatæ rationi Parallaxis horizontalis Solis è Terra ſpectati ad Parallaxin horizontalem Solis ex iſto Planeta ſpectati; poſterior vero, nempe ratio radiorum omnium à Planetæ hemiſphærio Terram illuſtrante manantium ad omnes ex illis qui in Terram incidunt eamque illuſtrant,

æqualis eſt (per Schol. præc.) rationi quam habet quadratum circulo inſcriptum ad quadratum chordæ Parallaxis horizontalis dicti Planetæ ex Terra ſpectati. Et igitur ratio Illuſtrationis Terræ à Sole ad ejuſdem Illuſtrationem à Planeta pleno Orbe fulgente componitur ex duplicata ratione chordarum Parallaxium horizontalium Solis ex Terra & Planeta iſto ſpectati, & ratione quadrati circulo inſcripti ad quadratum chordæ Parallaxis horizontalis dicti Planetæ è Terra viſi. Q. E. D.

PROPOSITIO LX.

Stellæ Fixæ Diſtantiam definire.

ELigatur Fixa ejuſdem quamproxime ſplendoris cum Planetarum aliquo, quando pleno Orbe fulget; quo caſu Terra ab iſtis duabus Stellis æqualiter illuſtratur. Sed ex cognitis (per Prop. XLV.) Solis, Terræ & Planetæ Diſtantiis mutuis ad Tempus obſervationis prædictæ, & (per Prop. XLVI.) horum trium corporum Magnitudinibus, innoteſcunt (per Prop. XLVIII. Lib. II.) Parallaxes horizontales Solis & Planetæ è Terra viſorum & angulus quo dictus Planeta ex Sole videtur, cujus ſemiſſis eſt Parallaxis horizontalis Solis ex iſto Planeta viſi. Ac proinde (per Prop. præc.) innoteſcit ratio illuſtrationis Terræ per Solem ad ejuſdem illuſtrationem per dictum Planetam; hoc eſt, ratio inter illuſtrationes Terræ per Solem & per Fixam: Sed (per Prop. LVII.) illuſtratio Terræ per Solem eſt ad illuſtrationem ejuſdem per Fixam (Soli æqualem & æquilucidam) in duplicata ratione Diſtantiæ Fixæ à Terra ad Diſtantiam Solis ab eadem: Innoteſcit igitur ratio inter Diſtantias Fixæ & Solis à Terra; ac proinde ipſa Diſtantia Fixæ à Terra nota eſt.

SCHO-

Scholium.

In prædictum uſum commode aſſumentur Jupiter in ſitu Achronychio & Stella Sirii, quæ (ſi alia quævis) Soli æquiparari poterit. Cum autem Jupiter in dicto ſitu ſplendore Sirium ſuperet, & præterea radii Solares in Jovem incidentes non ſine debilitatione in Terram reflectantur, ſed plurimi ad Jovis ſuperficiem ſuffocentur; Diſtantia Sirii hoc modo definita minor erit verâ.

PROPOSITIO LXI.

Stellæ Fixæ Diſtantiam aliter æſtimare.

CUm Fixæ etiam ſplendidiſſimæ Diameter nequeat per Tubum Opticum ullum hactenus fabricatum eouſque ampliari, ut ſenſibilis evadat & cum Solis Diametro conferatur; ſaltem Solis Diameter eouſque minuatur, ut illius ſic minutæ lumen (ſenſuum judicio) non ſit majus lumine Sirii noctu ſcintillantis, quod fiet ſi in Tubum ejus radii admittantur per foramen ſatis parvum; vel ſi ejus imago ope Lentis eouſque minuatur, vel partim hoc modo partim illo: Imaginis enim Solis ſic minutæ Diameter licet inſenſibilis, (ſi immediate aſpiciatur,) ex datis foraminis Diametro, Lente & ſitu oculi, calculo Opticæ & Dioptricæ ſuperſtructo innoteſcit. Atqui Solis imaginis, oculo poſitione dato æquilucidæ atque Sirius, æqualis eſt Diameter Sirii Diametro; innoteſcit igitur per calculum Sirii Diameter apparens prius inſenſibilis: Sed Sol & Sirius æquales ponuntur; eorumque proinde Diametri æquales: eritque ideo Diſtantia Sirii ad Diſtantiam Solis ut ſinus Diametri apparentis Solis ad ſinum Diametri apparentis Sirii, ſive (ob parvitatem horum angulorum) ut Diameter Solis apparens ad apparentem Sirii Diametrum; notaque proinde erit Sirii Diſtiantia. Q. E. I.